Г. И. Быковцев, А. П. Наумкин, Влияние напряженного состояния на изменение интенсивностей волн ускорений, *Докл. РАН*, 1995, том 344, номер 2, 231–232

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК, 1995, том 344, № 2, с. 231 - 232

ГЕОФИЗИКА

УДК 550.34

ВЛИЯНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ НА ИЗМЕНЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ВОЛН УСКОРЕНИЙ

© 1995 г. Г. И. Быковцев, А. П. Наумкин

Представлено академиком В.П. Мясниковым 04.08.94 г.

Поступило 22.08.94 г.

Возможность учета влияния напряженного состояния среды на скорость распространения сейсмических волн в рамках физически нелинейной модели упругой среды показана в [1]. Это достигается включением в выражение для упругого потенциала неаналитического слагаемого второй степени однородности и позволяет учесть различие свойств среды при растяжении и сжатии:

$$U = \frac{1}{2}\lambda I_1^2 + \mu I_2 - \kappa I_1\sqrt{I_2},$$
$$I_1 = e_{kk}, \quad I_2 = e_{ij}e_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3 \tag{1}$$

(λ, μ, κ – модули упругости, I_1, I_2 – инварианты тензора деформации e_{ij}). Связь тензора напряжений σ_{ij} с тензором деформации становится нелинейной:

$$\sigma_{ij} = (\lambda I_1 - \kappa\sqrt{I_2})\,\delta_{ij} + (2\mu - \kappa I_1\sqrt{I_2})\,e_{ij}. \tag{2}$$

Дифференцируя зависимость (2) по времени t, с учетом соотношений Коши получим

$$\sigma_{ij,\,t} = \left(\lambda\delta_{ij} - \frac{\kappa}{\sqrt{I_2}}e_{ij}\right)v_{k,\,k} + \left(2\mu - \frac{\kappa I_1}{\sqrt{I_2}}\right)e_{ij,\,t} - $$
$$- \frac{\kappa}{I_2\sqrt{I_2}}(I_2\delta_{ij} - I_1 e_{ij})\,v_{k,\,s}e_{ks}. \tag{3}$$

Компоненты тензора напряжений и скорости перемещений v_i должны удовлетворять уравнениям движения:

$$\sigma_{ij,\,j} - \rho v_{i,\,t} = 0 \tag{4}$$

(ρ = const – плотность среды).

Применяя к соотношениям (3) и (4), определяющим динамическое поведение материала с потенциалом (1), аппарат теории поверхностей разрывов [2], получим систему уравнений для вычисления скоростей распространения волн ускорений

$$\left(\mu - \frac{\kappa I_1}{2\sqrt{I_2}} - \rho c^2\right)\lambda_i + \left(\left(\lambda + \mu - \frac{\kappa I_1}{2\sqrt{I_2}}\right)\nu_i - \right.$$
$$\left. - \frac{\kappa}{\sqrt{I_2}}e_{ij}\nu_j\right)w - \frac{\kappa}{I_2\sqrt{I_2}}(I_2\nu_i - I_1 e_{ij}\nu_j)\,\varphi = 0, \tag{5}$$
$$w = \lambda_k\nu_k, \quad \varphi = \lambda_k e_{ks}\nu_s,$$

где ν_i – компоненты вектора нормали к поверхности разрыва, c – скорость волны, $\lambda_k = [v_{k,\,n}]$ – разрыв производной v_k по нормали к волновой поверхности.

Анализ системы (5) позволяет сделать вывод о существовании трех типов волн ускорений: продольно-поперечной, поперечно-продольной и чисто поперечной. Положение плоскостей поляризации этих волн полностью определяется предварительными сдвиговыми деформациями. Выражения для скоростей волн ускорений совпадают с выражениями для скоростей распространения сейсмических волн, полученными в [3], и зависят от напряженного состояния и направления распространения волн.

Для исследования изменения характеристических величин волн ускорений в процессе распространения используем кинематические и геометрические условия совместности второго порядка [2]. Тогда уравнение, определяющее изменение интенсивности $W = \sqrt{\lambda_i\lambda_i}$ поперечной волны, будет иметь вид [4]

$$\frac{\delta W}{\delta t} = \left(Hc + \frac{1}{2c}\frac{\delta c}{\delta t} - 2c_{,\,n}\right)W, \tag{6}$$

где $\frac{\delta}{\delta t} = \frac{\partial}{\partial t} + c\frac{d}{dn}$, H – средняя кривизна поверхности разрыва.

Изменение интенсивности поперечной волны зависит от геометрии волны, предварительного напряженного состояния среды и не зависит, как

Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения Российской Академии наук, Владивосток

и скорость, от направления распространения разрыва.

Для продольно-поперечной и поперечно-продольной волн ускорений уравнение изменения скалярной величины w, характеризующей интенсивности разрыва, будет иметь вид

$$\frac{A}{c}\frac{\delta w}{\delta t} + (B-2HD)\,w - Ew^2 + F_\alpha w_{,\alpha} = 0, \qquad (7)$$

где коэффициенты A, B, D, H, E, F_α являются функциями напряженного состояния, геометрии волны и зависят от направления распространения волны. При $\kappa = 0$ уравнения (6) и (7) принимают классический вид [2].

Для выяснения качественной картины поведения волн ускорений рассмотрим эти волны в процессе распространения по равномерно деформированному пространству (e_{ij} = const).

В этом случае [4] поперечная волна движется с постоянной скоростью, и последовательные положения в пространстве волновой поверхности образуют семейство параллельных поверхностей [2].

Выражение для интенсивности поперечной волны принимает вид

$$W = W_0(1 - 2H_0ct + K_0c^2t^2)^{-1/2},$$

где W_0 – значение интенсивности волны, H_0 и K_0 – средняя и гауссова кривизна поверхности при $t = 0$.

Далее рассмотрим плоские продольно-поперечную и поперечно-продольную волны ускорений. Тогда ν_k = const и c = const.

Уравнение (7) принимает вид

$$\frac{A}{c}\frac{\delta w}{\delta t} - Ew^2 + F_\alpha w_{,\alpha} = 0. \qquad (8)$$

Выберем на волновой поверхности декартову систему координат. На характеристических поверхностях уравнения (8) ω будет меняться по закону

$$\omega = \omega_0 A/(A - \omega_0 ctE). \qquad (9)$$

Из (9) следует, что при условии $E = 0$ интенсивность волн будет постоянна.

Если $\omega_0 > 0$, т.е. для волн разрежения, интенсивность волн в процессе распространения падает, если $E/A < 0$, и интенсивность волны неограниченно возрастает, если $E/A > 0$, при этом $\omega \longrightarrow \infty$ при $t \longrightarrow A/\omega_0 Ec$. Если $\omega_0 < 0$, т.е. для волн сжатия, интенсивность волны убывает при $E/A > 0$ и возрастает при $E/A < 0$, причем $|\omega| \longrightarrow \infty$ при $t \longrightarrow |A/\omega_0 Ec|$.

Отметим [4], что для продольно-поперечной волны $A < 0$, а для поперечно-продольной $A > 0$.

Таким образом, из (9) следует, что в зависимости от ориентации вектора нормали относительно главных осей тензора напряжений среды интенсивность волны ускорений может как уменьшаться, так и неограниченно возрастать, причем за конечное время.

Полученный результат позволяет отчасти объяснить известный эффект ярко выраженных границ разрушений при землетрясениях, а также эффект значительного превышения кинетической энергии сейсмических волн вдали от источника над энергией самого источника.

Отметим, что линеаризация определяющих соотношений и уравнения (8) методом малого параметра приводит к потере эффекта неограниченного возрастания интенсивности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93–013–16523).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мясников В.П., Топалэ В.И.* // Изв. АН СССР. Физика земли. 1987. № 5. С. 22 - 30.
2. *Томас Т.* Пластическое течение и разрушение в твердых телах. М.: Мир, 1964. 308 с.
3. *Топалэ В.И.* Деп. ВИНИТИ 12.07.82. № 3895-82.
4. *Наумкин А.П.* В. кн.: Прикладные задачи механики деформируемых сред. Владивосток, 1991. С. 216 - 229.