M. N. Osipova, V. A. Osipova, Комплексные методы определения теплофизических свойств с учетом их зависимости от температуры в условиях автомодельного режима, *TVT*, 1969, Volume 7, Issue 4, 794–795

УДК 536.2:536.4

КОМПЛЕКСНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ С УЧЕТОМ ИХ ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ В УСЛОВИЯХ АВТОМОДЕЛЬНОГО РЕЖИМА

М. Н. Осипова, В. А. Осипова

В настоящее время имеется ряд работ [1—3], посвященных аналитической разработке методов определения теплофизических свойств материалов, теплопроводность и теплоемкость которых сильно зависят от температуры. Исследования указанных авторов основаны на использовании автомодельного режима нагрева тел, имеющего место при граничном условии рода ($t_w = \mathrm{const}$) для однородного полубесконечного тела. Однако осуществление мгновенного нагрева поверхности образца до некоторой температуры, поддерживаемой затем неизменной в процессе эксперимента, представляет известную практическую трудность.

В настоящей статье предлагаются два комплексных метода определения теплофизических свойств, основанных на использовании автомодельности температурного поля образца, имитирующего безграничный массив, при граничных условиях II рода.

Нетрудно показать, что уравнение теплопроводности для однородного тела, записанное в любой (декартовой, цилиндрической и сферической) координатной системе

$$c(t)\rho(t)\frac{\partial t}{\partial\tau} = \frac{\partial\lambda}{\partial\tau} = \frac{\partial\lambda(t)}{\partial r}\,\frac{\partial t}{\partial r} + \lambda(t)\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{n}{r}\,\lambda(t)\frac{\partial t}{\partial r} \tag{1}$$

($n = 0$ в декартовых, 1 в цилиндрических и 2 в сферических координатах), при подстановке Больцмана [4] приводится к обыкновенному

$$c(\xi)\rho(\xi)\frac{\xi}{2}\,\frac{df}{d\xi} = \frac{d\lambda(\xi)}{d\xi}\,\frac{df}{d\xi} + \lambda(\xi)\frac{d^2 f}{d\xi^2} + \frac{n\lambda(\xi)}{\xi}\,\frac{df}{d\xi}, \tag{2}$$

где

$$\xi = r/\sqrt{\tau}, \text{ а } t = f(\xi) \tag{3}$$

Здесь t — температура, r — координата, τ — время, λ — коэффициент теплопроводности, c_ρ — объемная теплоемкость.

Если граничные условия удается выразить через ξ, то температурное поле при этих условиях является функцией только одной переменной.

I. $n = 1$. В безграничный однородный массив помещен линейный источник постоянной мощности; $q_{ист} = A$. Граничные условия для этого случая запишутся

$$\lim_{r\to 0}\left(\lambda(t)\frac{\partial t}{\partial r}2\pi r\right)\to A \tag{4}$$

при $r\to\infty$, $t(r, \tau)\to 0$

и могут быть выражены через ξ:

$$\lim_{\xi\to 0}\left(\lambda(\xi)\frac{df}{d\xi}\,\xi\right)\to\frac{A}{2\pi}$$

при $\xi\to\infty$, $f(\xi)\to 0$.

II. $n = 2$. В безграничный массив помещен точечный источник тепла мощностью, изменяющейся по закону $q_{ист} = A\sqrt{\tau}$. Граничные условия для этого случая запишутся

$$\lim_{r\to 0}\left(\lambda(t)\frac{\partial t}{\partial r}4\pi r^2\right)\to A\sqrt{r} \tag{5}$$

при $r\to\infty$, $t(r, \tau)\to 0$.

Или, выражая через ξ,

$$\lim_{\xi\to 0}\left(\lambda(\xi)\frac{df}{d\xi}\,\xi^2\right)\to\frac{A}{4\pi}$$

при $\xi\to\infty$, $f(\xi)\to 0$.

Решение уравнения (2) с граничными условиями (4) и (5) приводит нас к сложному интегральному нелинейному уравнению.

Не вдаваясь в подробности решения, используем факт автомодельности температурного поля при указанных граничных условиях. Как это сделано в [1], найдем связь между $\partial t/\partial\tau$ и $\partial t/\partial r$, а также между $\partial q/\partial\tau$ и $\partial q/\partial r$.

$$\partial t/\partial\tau = -(\partial f/\partial\xi)\cdot(r/2\tau\sqrt{\tau}), \tag{6}$$

$$\partial t/\partial r = (\partial f/\partial\xi)\cdot(1/\sqrt{\tau}). \tag{7}$$

Комбинируя (6) и (7), найдем

$$\partial t / \partial r = -(2\tau / r) \cdot (\partial t / \partial \tau). \quad (8)$$

Аналогично

$$\partial q / \partial r = -(q / r) - (2\tau / r)(\partial q / \partial \tau). \quad (9)$$

Подставляя (8) в уравнение Фурье

$$q = -\lambda(t)\frac{\partial t}{\partial r}, \quad (10)$$

получим выражение для $\lambda(t)$:

$$\lambda(t) = qr / (2\tau\, \partial t / \partial \tau). \quad (11)$$

Согласно уравнению теплопроводности,

$$c(t)\rho(t)\frac{\partial t}{\partial \tau} = -\left(\frac{\partial q}{\partial r} + \frac{n}{r}\cdot q\right), \quad (12)$$

с учетом (9) получаем выражение для $c(t)\rho(t)$:

$$c(t)\rho(t) = \frac{[(2\tau\partial q/\partial\tau) - (n-1)q]}{r\cdot\partial t/\partial\tau}. \quad (13)$$

При $n = 0$ выражения (11) и (13) обращаются в зависимости, полученные в [1] для случая нагрева полубесконечного тела при граничных условиях I рода.

Таким образом, получены расчетные зависимости (11), (13) для коэффициентов теплопроводности и объемной теплоемкости для случая нагрева безграничного однородного массива линейным источником тепла постоянной мощности (в этом случае $n = 1$), либо точечным источником с мощностью, изменяющейся по закону $q_{\text{ист}} = A\sqrt{\tau}$ (в этом случае $n = 2$). Полученные зависимости могут быть положены в основу экспериментальных методов определения теплофизических свойств с учетом их зависимости от температуры.

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию 11 XII 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Вертоградский. Теплофизика высоких температур, 5, № 6, 1967.
2. Г. И. Демьянов и др. ПМТФ, № 3, 67, 1963.
3. А. А. Ярхо. Теплофизика высоких температур, 6, № 1, 1968.
4. А. В. Лыков. Теория теплопроводности. «Высшая школа», 1967.

УДК 536.4

ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛА В ТЕЛАХ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЕ К НАГРЕВУ СУММАРНЫМ ТЕПЛОВЫМ ПОТОКОМ

Ю. В. Видин, Г. В. Воронков, Е. А. Кондратьев, Г. П. Бойков

Возможность определения температуры внутри тел конечных размеров по известным температурам на поверхности без предварительного знания теплофизических характеристик вещества впервые была замечена в работе [1]. Более строгое обоснование она получила в сообщении [2]. Позднее соображения, высказанные в [1] и [2], были использованы авторами статей [3—5].

Смысл предлагаемой идеи лучше всего иллюстрировать на примере нагрева бруса квадратного сечения (рис. 1). Оказывается, что значение температуры в любой точке сечения (точка *4*) может быть координировано значениями температур поверхностных точек (точки *1*, *2*, *3*). Точно так же численные значения температур в точках *1а*, *2*, *3а* координируют численное значение температуры в точке *4а* и т. д. При этом в координационную связь не входят коэффициент теплопроводности, теплоемкость и плотность вещества. Вид координационной связи зависит от обстоятельств нагрева и может быть более или менее сложным. В частности, если поле описывается произведением

$$1 - U(X;\ Y;\ \mathrm{Fo}) = P(X;\ \mathrm{Fo})\,V(Y;\ \mathrm{Fo})$$