

Общероссийский математический портал

А. И. Леонтьев, Е. В. Шишов, А. О. Захаров, Моделирование переноса теплоты и импульса в отрывном турбулентном течении за обратным уступом, *Докл. РАН*, 1995, том 341, номер 3, 341–345

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.82

13 января 2025 г., 13:03:31



УДК 533.6

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕНОСА ТЕПЛОТЫ И ИМПУЛЬСА В ОТРЫВНОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ ЗА ОБРАТНЫМ УСТУПОМ

© 1995 г. Академик А. И. Леонтьев, Е. В. Шишов, А. О. Захаров

Поступило 18.11.94 г.

Турбулентное рециркуляционное течение за обратным уступом, обладая всеми основными свойствами отрывных течений [1], претерпевает ряд последовательных сильных пертурбаций, а поэтому представляет собой классический пример, используемый многими исследователями для тестирования современных математических моделей турбулентности. Так, турбулентный пограничный слой за точкой отрыва (рис. 1) переходит в слой смешения, внешняя часть которого присоединяется, вновь медленно перестраивается в турбулентное пристенное течение, в то время как внутренняя его часть отклоняется в сторону уступа, образуя рециркуляционную область течения (рис. 1).

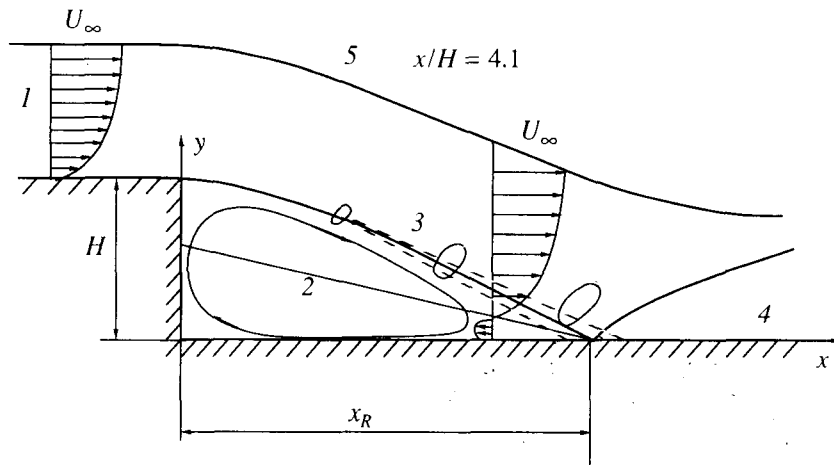
Анализ имеющихся результатов экспериментального исследования отрывных течений [1] свидетельствует о том, что для моделирования процессов турбулентного переноса в отрывных рециркуляционных течениях наиболее подходящими являются модели полных напряжений для малых чисел Рейнольдса. Эти модели в принципе в состоянии учитывать эффекты, связанные как с неравновесностью, так и с малыми числами Рейнольдса, существующими в пристенных областях отрывного течения.

Однако сравнение результатов расчета с экспериментом, выполненное в работе [2], показало, что модели полных напряжений для малых чисел Рейнольдса не в состоянии удовлетворительно предсказывать распределения средних и пульсационных характеристик в окрестности точки повторного присоединения потока, включая трение на стенке и длину рециркуляционной зоны. В работе [2] высказано предположение, что это связано с неспособностью моделей турбулентности типа “ $K-\epsilon$ ” предсказывать турбулентные течения, развивающиеся под воздействием сильных продольных градиентов давления. Это предположение имеет весьма веское основание, так как из-

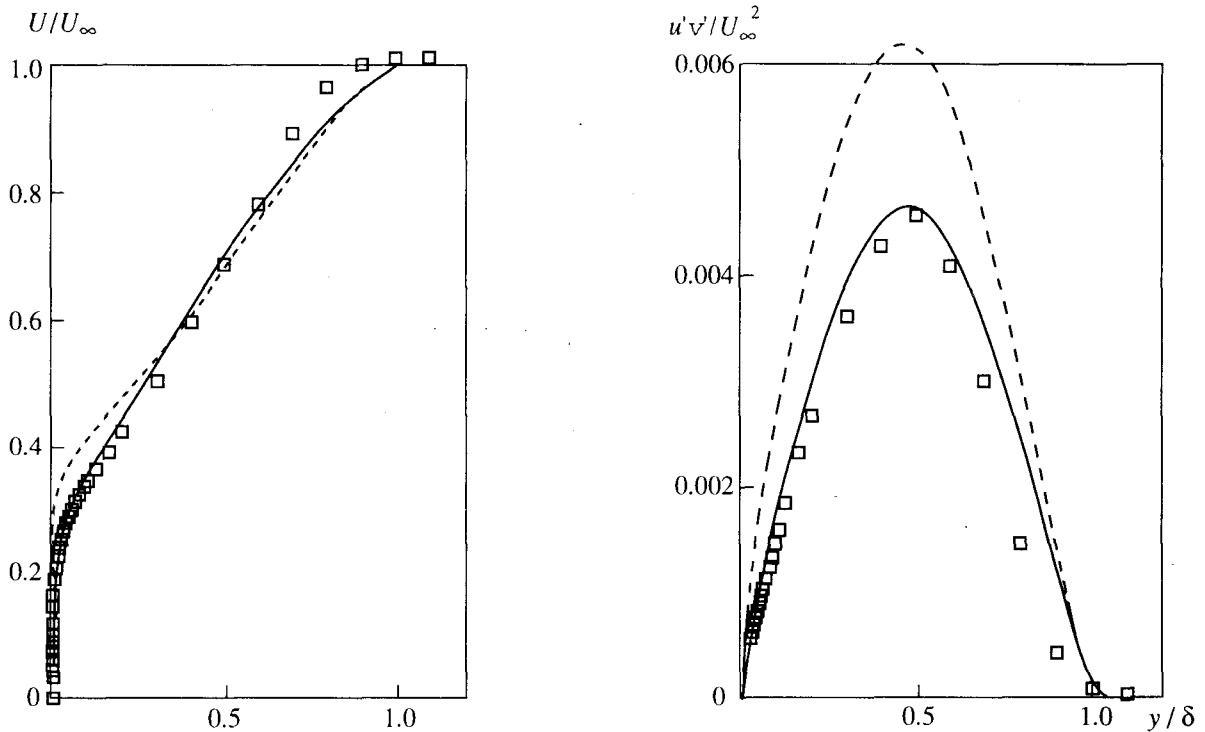
вестно, что модели, использующие в качестве интегрального масштаба “диссипативный” масштаб  $L = K^{3/2}/\epsilon$ , существенно завышают масштаб в диффузорной области [3] и занижают его в конфузурной области течения в пограничном слое [4]. Этот эффект можно учесть, если скорректировать в уравнении для скорости диссипации член, отвечающий за генерацию диссипации. Попытки коррекции уравнения для скорости диссипации за счет учета генерации диссипации нормальными напряжениями были предприняты в области как конфузурных [4], так и диффузорных течений [3], однако до сих пор не удается с помощью одних и тех же коэффициентов получить удовлетворительные результаты. В настоящем исследовании предложено модифицированное модельное уравнение для скорости диссипации, которое в рамках алгебраической модели напряжений для малых чисел Рейнольдса позволяет скорректировать диссипативный масштаб турбулентности. Предложенная модель турбулентности, как будет показано ниже, существенно расширяет возможности моделей типа “ $K-\epsilon$ ” для расчета сложных турбулентных течений.

Уравнение для скорости диссипации. В сечении сильно заторможенного турбулентного пограничного слоя [5], так же как и в окрестности точки повторного присоединения за обратным уступом [6], большая часть энергии турбулентности переносится механизмами диффузии из области ее максимального производства. Это так называемые “безвихревые” пульсации скорости, которые по предположению Брэдшоу [7] не вносят вклад в производство турбулентных напряжений сдвига в пристенной области. Известно также, что распределение масштаба турбулентности  $L = u'v'^{3/2}/\epsilon$  совпадает с распределением длины пути смешения  $L = \kappa y$  в пристенной области и не зависит от величины продольного градиента давления [7].

В отличие от этого масштаба “диссипативный” масштаб, используемый в моделях “ $K-\epsilon$ ”, оказывается существенно завышенным в пристенной области заторможенного турбулентного



**Рис. 1.** Схема течения за обратным уступом.  $H$  – высота уступа,  $x_R$  – длина отрывной зоны,  $x$  – продольная координата,  $y$  – поперечная координата,  $l$  – турбулентный пограничный слой, 2 – рециркуляционная область течения, 3 – слой смешения, 4 – релаксирующий пограничный слой, 5 – граница потенциального течения.



**Рис. 2.** Профили средней скорости  $U/U_\infty$  и турбулентных напряжений сдвига  $\overline{u'v'}/U_\infty^2$  в сечении сильнозаторможенного турбулентного пограничного слоя. Точки – эксперимент [11], сплошная кривая – расчет по алгебраической модели, штриховая – расчет по модели “К-ε” [9].

пограничного слоя, а поэтому модели “К-ε” завышают как турбулентное напряжение сдвига в пристенной области, так и трение на стенке. Известно, что области применения модели “К-ε” можно расширить и учитывать влияние архимедовых сил, закрутки потока, кривизны линий тока и т.п., если в уравнении для скорости диссипации,

записанном для малых чисел Рейнольдса

$$\frac{\partial(\rho U \epsilon)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V \epsilon)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right] + C_1 f_1 \mu_t G \frac{\epsilon}{K} - C_2 f_2 \rho \frac{\epsilon^2}{K} +$$

$$+ \frac{\mu}{\rho} \mu_t \left[ \left( \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right)^2 \right], \quad (1)$$

где

$$G = \mu_t \left[ 2 \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \right],$$

константу  $C_{\epsilon 1}$  при члене генерации скорости диссипации заменить функцией соответствующих параметров течения [8]. Аналогичным образом для коррекции диссипативного масштаба турбулентности (1) можно использовать функцию

$$f_w = \frac{C_\mu^{3/4} K^{3/2}}{\kappa \epsilon y} = \frac{K^{3/2}}{2.5 \epsilon y}, \quad (2)$$

представляющую собой отношение диссипативного масштаба турбулентности к длине пути смешения. В этом случае член в уравнении диссипации, отвечающий за генерацию, в первом приближении можно представить в виде

$$(C'_{\epsilon 1} + \Delta C_{\epsilon 1} f_w^*) f_1 G \epsilon / K, \quad (3)$$

где

$$f_w^* = C_\mu^{3/2} f_\mu^{3/4} K^{3/2} / (\kappa \epsilon y).$$

Алгебраическая модель для малых чисел Рейнольдса. В качестве основы для алгебраической модели в настоящем исследовании использовалась двухпараметрическая модель “К-ε” для малых чисел Рейнольдса, предложенная Шихом и Люмли [9] и обладающая рядом преимуществ по сравнению с известными модификациями модели “К-ε”. На основании анализа поведения колмогоровских масштабов в пристенной области и данных прямого численного моделирования (DNS) пристенной турбулентности авторами работы [9] были получены граничные условия на стенке для пульсационных характеристик, в том числе и для скорости диссипации, что значительно упрощает вычисления. Они также подобрали демпфирующую функцию  $f_\mu$  на основе анализа DNS-данных.

В последующих расчетах использовалась алгебраическая модель для напряжений [10] с модифицированным уравнением для скорости диссипации, в котором член, ответственный за генерацию, был заменен выражением (3), а значения коэффициентов  $C_{\epsilon 1} = 0.54$  и  $\Delta C_{\epsilon 1} = 1.45$  получены путем численной оптимизации при сопоставлении результатов расчета с имеющимися экспериментальными данными для пограничных слоев, развивающихся в градиентной области течения и при обтекании пластины.

При расчетах пограничного слоя использовались уравнения, записанные в приближении пограничного слоя.

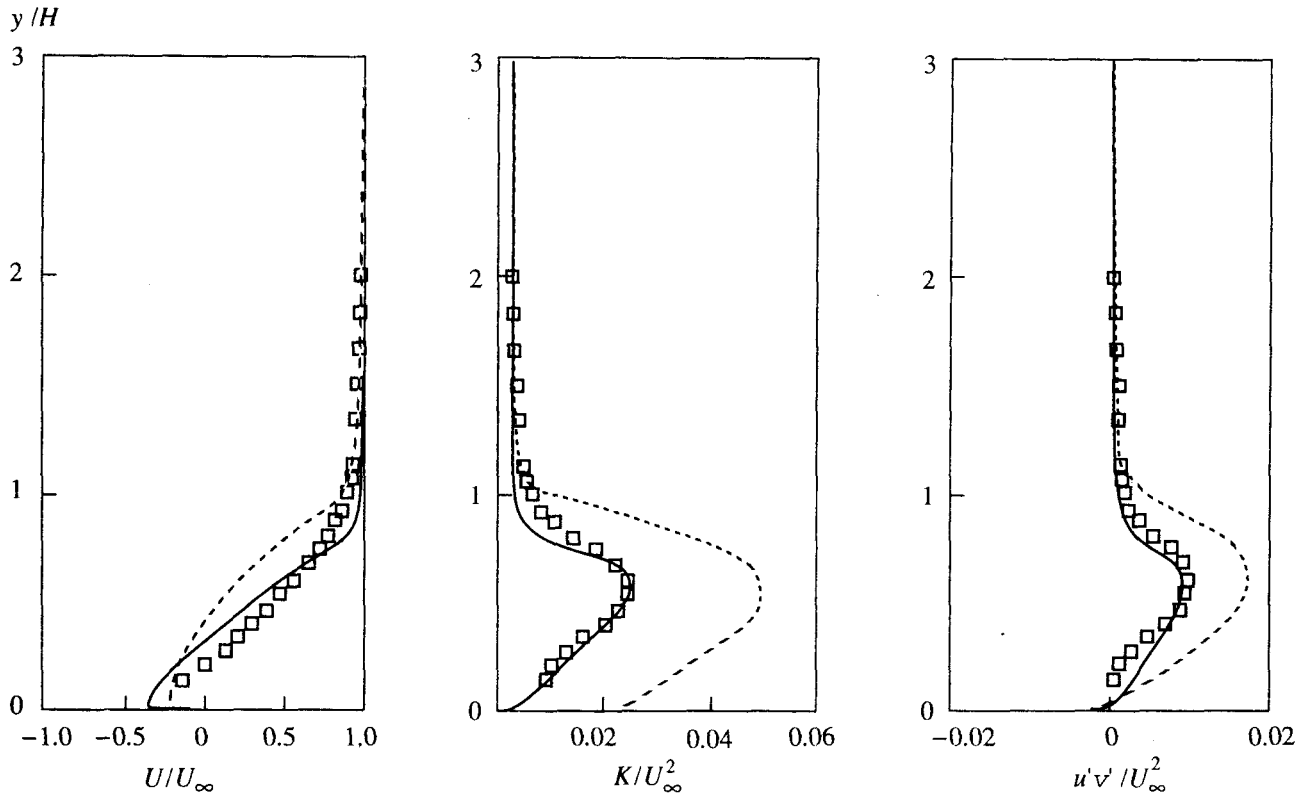
Обсуждение результатов. Предварительные расчеты показали, что предложенная модель удовлетворительно предсказывает характеристики турбулентных пограничных слоев, развивающихся под воздействием сильных продольных градиентов давления. Так, например, предсказываемое моделью распределение средней скорости турбулентных напряжений сдвига в сечении сильнозаторможенного турбулентного пограничного слоя (рис. 2), а также трение на стенке в пределах погрешности эксперимента совпадают с экспериментальными распределениями [11], в то время как модель “К-ε” [9] значительно завышает как уровень турбулентных напряжений сдвига, так и трение на стенке. Сравнение результатов расчета по модели с экспериментальными данными в конфузурной области течения [4] также свидетельствует об их удовлетворительном соответствии.

Таким образом, в отличие от модели “К-ε” [9] алгебраическая модель предсказывает с достаточной точностью распределения как средних, так и пульсационных характеристик турбулентного пограничного слоя, развивающегося под воздействием сильных продольных градиентов давления, поэтому можно ожидать, что алгебраическая модель напряжений для малых чисел Рейнольдса будет в состоянии учитывать не только неравновесность течения, развивающегося за обратным уступом, но и эффекты, возникающие под воздействием больших знакопеременных градиентов давления.

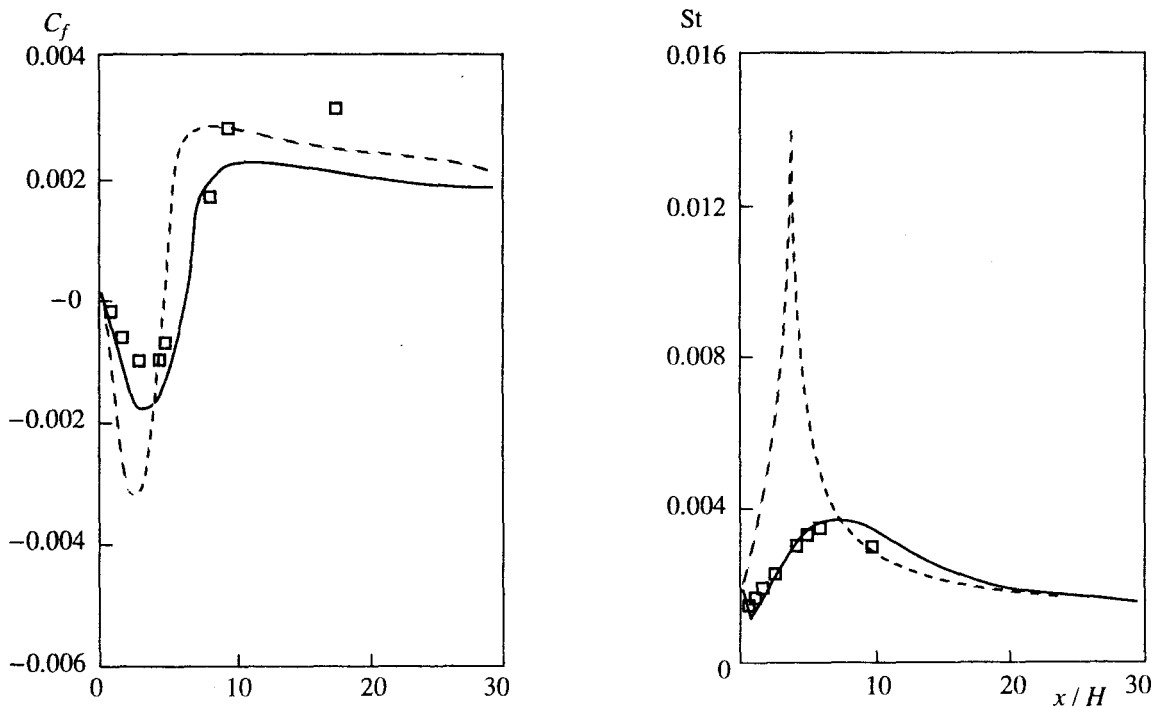
На рис. 3 предсказанные моделью профили продольной составляющей средней скорости, энергии турбулентности и турбулентных напряжений сдвига в рециркуляционной области течения ( $x/H = 4.1$ ) сравниваются с экспериментально полученными распределениями [12]. Видно, что модель с удовлетворительной точностью воспроизводит поле скорости в рециркуляционной области течения, так как снижает по сравнению с моделью “К-ε” [9] уровень энергии турбулентности и турбулентных напряжений сдвига в пристенной области и в слое смешения.

На рис. 4 рассчитанные по модели локальные значения коэффициента трения и чисел Стэнтона  $St$  сравниваются с экспериментально полученными данными [12]. В отличие от модели “К-ε” [9], которая предсказывает в сечении  $x/H = 4.1$  значения коэффициента трения и числа  $St$ , значительно превышающие экспериментально полученные, алгебраическая модель дает значения, практически совпадающие с экспериментом.

Модель также с точностью эксперимента предсказывает длину повторного присоединения



**Рис. 3.** Сравнение результатов расчета средней скорости  $U/U_\infty$ , энергии турбулентности  $K/U_\infty^2$ , турбулентных напряжений сдвига  $\overline{u'v'}/U_\infty^2$  в сечении рециркуляционной области течения ( $x/H = 4.1$ ) с экспериментом. Точки – эксперимент [12], сплошная кривая – расчет по алгебраической модели, штриховая – расчет по модели “К-ε” [9].



**Рис. 4.** Сравнение результатов расчета локальных значений коэффициента трения  $C_f$  и чисел Стэнтона  $St$  за обратным уступом с экспериментом. Точки – эксперимент [12], сплошная кривая – расчет по алгебраической модели, штриховая – расчет по модели “К-ε” [9].

потока ( $x_R/H = 6.1$ ), в то время как модель "К-ε" дает заниженные значения ( $x_R/H = 4.5$ ) (рис. 4).

Таким образом, в работе показано, что область применения модели напряжений для малых чисел Рейнольдса можно распространить на сложные отрывные рециркуляционные течения, если в расчетах использовать модифицированное уравнение для скорости диссипации, корректно воспроизводящее диссипативный масштаб турбулентности в градиентной области течения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Simpson R.L.* // AIAA Paper. 1985. № 0178. 18 p.
2. *So R.M.C., Lai J.G., Yoo G.J.* // J. Appl. Math. and Phys. (ZAMP). 1988. V. 39. P. 13 - 27.
3. *Rodi W., Scheuerer G.* // Trans. ASME. J. Fluid Eng. 1986. V. 108. P. 174 - 179.
4. *Леонтьев А.И., Шишов Е.В., Афанасьев В.Н. и др.* Тр. VII Всесоюз. конф. по тепломассообмену. Минск, 1980. Т. 1. Ч. 2. С. 136 - 146.
5. *Шишов Е.В., Роганов П.С., Белов В.М.* // Изв. вузов. Авиационная техника. 1978. № 3. С. 108 - 112.
6. *Leontiev A.J., Shishov E.V., Roganov P.S. et al.* // Fluid dynamics and Thermodynamics. Dubrovnik, Yugoslavia. 1988. P. 1765 - 1769.
7. *Bradshaw P.J.* // Fluid Mech. 1967. V. 30. Pt. 2. P. 241 - 258.
8. Методы расчета турбулентных течений / Под ред. Колльмана В. М.: Мир, 1984. 464 с.
9. *Shih T.H., Lumley J.L.* // Int. J. Comput. Fluid Dynamics. 1993. V. 1. № 1. P. 43 - 56.
10. *Tahry S.E.R., Gosman A.D., Launder B.E.* // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1981. V. 24. P. 35 - 46.
11. *Леонтьев Е.В., Шишов В.М., Белов В.М. и др.* Тр. V Всесоюз. конф. по теплообмену. Минск, 1976. Т. 1. Ч. 1. С. 77 - 86.
12. *Shishov E.V., Roganov P.S., Grobarnik S.J. et al.* // Int. J. Heat and Mass. Transfer. 1988. V. 31. № 8. P. 1557 - 1562.