

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ю. В. Воробьев, В. А. Жуков, Формирование
электронных пучков с выпуклых термокатодов,
ЖТФ, 1987, том 57, выпуск 1, 141–145

<https://www.mathnet.ru/jtf525>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.172

22 мая 2025 г., 00:58:05



УДК 537.533.35

ФОРМИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ С ВЫПУКЛЫХ ТЕРМОКАТОДОВ

Ю. В. Воробьев, В. А. Жуков

Изучается формирование электронных пучков в пушках с сильно искривленными выпуклыми катодами. Показывается, что искривление катода вызывает появление специфической абберации, которая увеличивает размеры поперечного сечения пучка. Для термокатодов получено распределение плотности тока в плоскости наименьшего сечения пучка (кроссовере) и показано, что с увеличением кривизны катода падает плотность тока в центре кроссовера, а с нею и средняя яркость пучка.

Теория электронных пушек со слабыми токами хорошо развита для плоских термокатодов. Показано, что в плоскости наименьшего сечения пучка распределение плотности тока гауссовское и размер пятна не зависит от площади эмиттирующей поверхности катода.

Во многих электронных пушках используются выпуклые или острийные термокатоды с большой кривизной эмиттирующей части поверхности катода. Вызвано это различными причинами. Сильно искривленные катоды позволяют так сформировать электрическое поле у катода, что оно ограничивает область на катоде, с которой эмиттируемые электроны попадают в пучок. Это ограничивает общие токи в системах электрического питания и стабилизации.

На сильно искривленных катодах можно получить значительные напряженности электрического поля, что из-за эффекта Шотки повышает плотность тока эмиссии, а с нею и яркость электронного пучка. Не последнюю роль здесь играют и вопросы технологии изготовления различных специальных катодов. Эксперименты показывают, что в таких пушках размеры пятна уже существенно зависят от кривизны катода и размеров площадки, с которой происходит эмиссия.

Формирование пучков электронов с выпуклых катодов со значительной кривизной эмиттирующей поверхности существенно отличается от формирования пучков электронов с плоской поверхности катода из-за появления специфической абберации, связанной с искривлением катода. Исследование этого явления проводилось с использованием модели мнимого точечного источника главным образом для автоэмиссионных катодов [1, 2]. В работе [1] имеется детальный обзор литературы по этому вопросу. В работе [2] развита геометрическая теория аббераций третьего порядка для пучков с полевой эмиссией с искривленного катода.

В предлагаемой работе мы вычислим специфическую абберацию, которая возникает из-за искривления катода, и проведем исследования распределений плотностей тока в электронных пучках с учетом этой абберации.

1. Формирование электронного пучка

Уравнения движения электронов, траектории которых пролегают вблизи оптической оси во вращающейся системе координат, имеют вид

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\eta}{2} \left(\Phi'' + \frac{\eta}{2} B_z^2 \right) x,$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{\eta}{2} \left(\Phi'' + \frac{\eta}{2} B_z^2 \right) y,$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -\tau_1 \Phi', \quad (1)$$

где ось z направлена вдоль оптической оси; $\Phi(z)$ — электрический потенциал на оптической оси; B_z — z -компонента магнитного поля; штрихами обозначено дифференцирование по z ; $\eta = e/m$ — отношение заряда к массе электрона.

Решение уравнений движения (1) может быть получено путем разложения в степенной ряд по начальным условиям.

Если использовать аппарат теории катодных линз, развитый в работе [3], то для электронов, покинувших катод с нулевой скоростью, можно получить уравнения траекторий в виде

$$x = x_0 u_2(\xi) + z_k x_0 \Delta(\xi),$$

$$y = y_0 u_2(\xi) + z_k y_0 \Delta(\xi),$$

$$z = \xi + z_k w_2(\xi). \quad (2)$$

Здесь x_0, y_0, z_k — координаты точки вылета электрона с катода; ξ — новая независимая переменная, связанная с временем уравнением $d\xi/dt = \sqrt{2\eta\Phi}$; функция $u_2(\xi)$ — аналитическое решение параксиального уравнения с начальным условием на катоде $u_2(0) = 1$.

Точка на оптической оси z_0 , где $u_2(z_0) = 0$, называется фокальной точкой или положением фокуса $f_0 = u_2'(z_0)$. Вычисления дают следующие значения абберационных коэффициентов в плоскости фокуса при $z = z_2$:

$$\Delta_0 = \Delta(z_0) = -\frac{f_0}{4\sqrt{\Phi_0}} \left[\frac{w_{z_0}}{\sqrt{\Phi_0}} \left(4 \frac{\Phi_0}{f_0^2} - \Phi''(0) - \frac{\eta}{2} B_z^2(0) \right) \right] +$$

$$+ \frac{E}{2} \int_0^{z_0} \frac{\left(\Phi'' + \frac{\eta}{2} B_z^2 \right) u_2^2 - \Phi''(0) - \frac{\eta}{2} B_z^2(0) + 4\Phi u_2'^2}{\Phi^{3/2}} d\xi. \quad (3)$$

Здесь $E = \Phi'(0)$ — напряженность электрического поля на катоде,

$$w_{z_0} = E \left(\frac{1}{\Phi_0'} + \sqrt{\Phi_0} \int_0^{z_1} \frac{\Phi'' d\xi}{\Phi'^2 \sqrt{\Phi}} \right). \quad (4)$$

Ноликами обозначены величины, вычисляемые в фокальной плоскости. Отметим, что полученная абберация характерна только для искривленных катодов, для которых координата точки вылета электрона z_k определяется формой поверхности катода. Для плоского катода, плоскость которого нормальна оптической оси, $z_k = 0$ и в уравнениях траекторий абберационные члены исчезают.

Если рассмотреть траектории электронов, покидающих катод с начальной скоростью, компоненты которой есть $v_{x_0}, v_{y_0}, v_{z_0}$, то полное решение уравнений движения можно записать в виде

$$x = x_0 u_2 + x_0 z_k \Delta + \frac{2v_{x_0}}{\sqrt{2\eta E}} u_1,$$

$$y = y_0 u_2 + y_0 z_k \Delta + \frac{2v_{y_0}}{\sqrt{2\eta E}} u_1, \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} v_z^2 = \eta [\Phi(z) - \Phi(z_k)] + \frac{1}{2} v_{z_0}^2. \quad (6)$$

Здесь u_1 — решение параксиального уравнения вида $u_1(z) = \sqrt{zg}(z)$, где $g(z)$ — аналитическая функция и $g(0) = 1$.

2. Распределение плотности тока в плоскости наименьшего сечения пучка

Электронное пятно, формируемое пушкой в плоскости наименьшего сечения пучка (кроссовере), обычно служит источником электронов для последующей электронно-оптической системы (рис. 1), для которой пушка является осветителем. Поэтому важно знать параметры пучка именно в плоскости наименьшего сечения.

Для определения положения плоскости наименьшего сечения и распределения плотности тока в ней нам надо вычислить функцию распределения электронов в фазовом пространстве. Рассмотрим некоторую точку $M(x, y, z, v_x, v_y, v_z)$ в этом пространстве. Для определения значения функции распределения в этой точке нам, согласно теореме Лиувилля, достаточно найти координаты точки фазового пространства на катоде, из которой вышла траектория, впо-

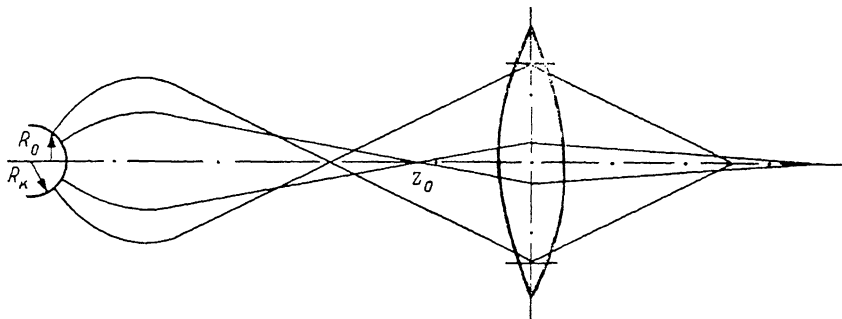


Рис. 1. Электронно-оптическая система, состоящая из катодной пушки и линзы, служащей для отображения кроссовера пушки.

R_k — радиус кривизны катода, R_0 — расстояние от оси начала рассматриваемой траектории, z_0 — гауссов фокус пушки.

следствии прошедшая через точку M . Функция распределения постоянна вдоль траектории.

Для нахождения точки на катоде нам надо решить уравнения относительно скоростей, получаемые дифференцированием уравнений (5),

$$\begin{aligned} v_x &= \sqrt{2\gamma\Phi} \left(x_0 u'_2 + x_0 z_k \Delta' + \frac{2v_{x_0}}{\sqrt{2\gamma E}} u'_1 \right), \\ v_y &= \sqrt{2\gamma\Phi} \left(y_0 u'_2 + y_0 z_k \Delta' + \frac{2v_{y_0}}{\sqrt{2\gamma E}} u'_1 \right) \end{aligned} \quad (7)$$

совместно с уравнениями (5) относительно $x_0, y_0, v_{x_0}, v_{y_0}$. По теореме Лиувилля значение функции распределения в точке M равно

$$\rho(x, y, z, v_x, v_y, v_z) = \rho(x_0, y_0, z_k, v_{x_0}, v_{y_0}, v_{z_0}).$$

В случае эмиссии с термокатода, в котором эмиссия идет с площадки радиуса R_0 , функция распределения на катоде равна

$$\rho(x_0, y_0, z_k, v_{x_0}, v_{y_0}, v_{z_0}) = \frac{m^2 j_k}{2\pi e (kT)^2} \exp \left\{ - \frac{m(v_{x_0}^2 + v_{y_0}^2 + v_{z_0}^2)}{2kT} \right\}$$

при $x_0^2 + y_0^2 \leq R_0^2, v_{z_0} \geq 0$,

$$\rho(x_0, y_0, z_k, v_{x_0}, v_{y_0}, v_{z_0}) \equiv 0 \text{ при } x_0^2 + y_0^2 > R_0^2, v_{z_0} < 0.$$

Здесь j_k — плотность тока на катоде, T — его температура, k — постоянная Больцмана.

Выразив из уравнений (5) и (7) $x_0, y_0, v_{x_0}, v_{y_0}$ через x, y, v_x, v_y , а v_{z_0} — через v_z , из уравнения (6) мы можем вычислить распределение плотности тока в произвольном сечении пучка

$$j_z = e \int \int \int \rho(x, y, z, v_x, v_y, v_z) v_z dv_x dv_y dv_z.$$

Интегрирование надо производить по всему пространству скоростей, где функция распределения отлична от нуля. В рамках журнальной статьи мы не можем привести детали довольно громоздких, хотя и вполне элементарных, вычислений, проведенных в пренебрежении квадратами аббераций. Приведем результат.

В безразмерных переменных распределение плотности тока в плоскости, перпендикулярной оптической оси и находящейся в ближайшей окрестности фокуса, имеет вид

$$j_z(r) = \frac{2e\Phi_0 j_k}{kT} \frac{R_0^2}{f_0^2} e^{-\tau^2} \int_0^1 e^{-a^2(s)^2 s^2} I_0(2a(s) s \tau) ds. \quad (8)$$

Здесь $I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя,

$$a(s) = \sqrt{\frac{e\Phi_0}{kT}} \frac{R_0}{f_0} \left(\frac{(z_k - p) w_{20}}{f_0} + \Delta_0 z_k \right),$$

$$\tau = \frac{r}{f_0} \sqrt{\frac{e\Phi_0}{kT}},$$

Φ_0 — потенциал в фокусе; дефокусировка p пропорциональна отклонению плоскости установки от фокальной плоскости.

Мы будем называть плоскостью наименьшего сечения пучка или плоскостью кроссовера ту плоскость установки, в которой величина среднего квадрата радиуса пучка минимальна. Средний квадрат радиуса равен

$$\langle r^2 \rangle = \frac{2\pi}{J} \int_0^1 j_z(r) r^3 dr,$$

где $J = \pi R^2 j_k$ — полный ток пучка. Используя выражение плотности тока (8) и проведя интегрирование, получим

$$\langle r^2 \rangle = \frac{2kT}{e\Phi_0} f_0^2 \int_0^1 [1 - a^2(s) s^2] ds.$$

Для дальнейших вычислений нам уже понадобится форма поверхности катода. При небольших относительных размерах эмиттирующей части поверхности катода ее всегда можно приближенно описать параболоидом вращения, так что

$$z_k = -\frac{r_0^2}{2R_k} = -\frac{R_0^2}{2R_k} s^2.$$

Теперь мы можем произвести интегрирование в выражении для среднего квадрата радиуса пучка и найти как положение плоскости наименьшего сечения пучка, так и минимальное значение среднего радиуса пучка

$$p = -\frac{1}{3} \frac{f_0 R_0}{R_k w_{20}} \left(\frac{w_{20}}{f_0} + \Delta_0 \right),$$

$$\langle r^2 \rangle_{\min} = \frac{kT}{e\Phi_0} f_0^2 \left[1 + \frac{R_0^4}{144 R_k^2 f_0^2} (w_{20} + f_0 \Delta_0)^2 \right].$$

Распределение плотности тока в этой плоскости установки описывается формулой (8) при

$$a(s) = q \left(\frac{2}{3} - s^2 \right), \quad q = \sqrt{\frac{e\Phi_0}{kT}} \frac{R_0^2}{2f_0^2 R_k} (w_{20} + f_0 \Delta_0).$$

На рис. 2 представлена зависимость плотности тока в центре пучка от величины параметра q . По оси ординат отложено отношение плотности тока к соответствующей плотности тока, создаваемой плоским катодом ($q=0$); по оси абсцисс — величина параметра q .

На рис. 3 изображена зависимость распределения плотности тока в плоскости наименьшего сечения пучка от безразмерного расстояния от оси $\tau = (r/f_0) \sqrt{e\Phi_0/kT}$ при различных значениях q .

Из этих рисунков видно, как с увеличением кривизны катода, а с нею и величины параметра q , происходит падение плотности тока в центре пятна рассеяния. Размер пятна при этом увеличивается, а средняя яркость пучка уменьшается.

В заключение необходимо отметить, что здесь речь идет только о средней яркости пучка. Уменьшением апертурной диафрагмы в линзах, формирующих

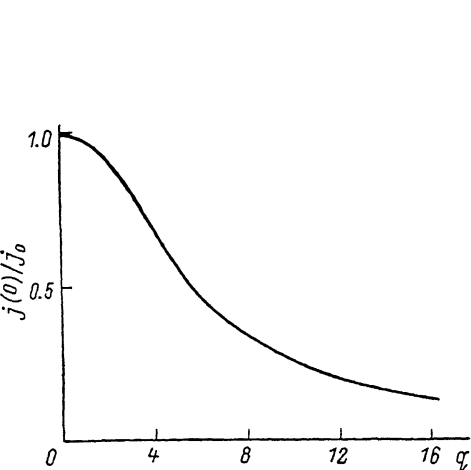


Рис. 2.

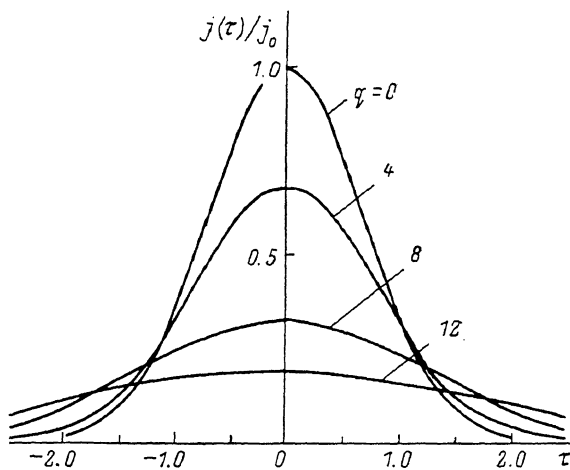


Рис. 3.

пучок в электронно-оптической системе (рис. 1), можно уменьшить до необходимых размеров площадь используемой эмиттирующей части поверхности катода, а с нею и величину q . Это приведет к увеличению средней яркости до предельной яркости пучка, определяемой формулой Ленгмюра. При этом, конечно, упадет общий ток пучка. Отсюда сразу же следует, что сильно искривленные катоды с большой плотностью тока эмиссии дают существенные преимущества по сравнению с плоскими катодами только при небольшом общем токе электронного пучка.

Литература

- [1] Kasper E. Advances in Optical and Electron Microscopy, London, 1982, v. 8, p. 207—233.
- [2] Takaoka A., Ura K. Optik, Stuttgart, 1984, v. 68, N 2, p. 107—119.
- [3] Воробьев Ю. В. Фигуры рассеяния в электростатических иммерсионных линзах. — ЖТФ, 1956, т. 26, № 10, с. 2269—2280.

Поступило в Редакцию
16 июля 1985 г.
В окончательной редакции
27 января 1986 г.