Math-Net.Ru
Общероссийский математический портал

А. И. Кожанов, Краевая задача для одного класса уравнений третьего порядка,
Дифференц. уравнения, 1980, том 16, номер 1, 86–92

https://www.mathnet.ru/de3895

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
https://www.mathnet.ru/rus/agreement

Параметры загрузки:
IP: 18.97.14.81
7 декабря 2025 г., 10:15:58

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

ЯНВАРЬ 1980 г., ТОМ XVI, № 1

УДК 517.946

А. И. КОЖАНОВ

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Пусть D — ограниченная область на плоскости (x, y) с достаточно гладкой границей Γ. Рассмотрим в этой области оператор

$$Lu = lL_0u + L_1u,$$

где

$$l = \alpha(x, y)\frac{\partial}{\partial x} + \beta(x, y)\frac{\partial}{\partial y} + \gamma(x, y),$$

$$L_0u = A(x, y)u_{xx} + C(x, y)u_{yy} + a(x, y)u_x + b(x, y)u_y + c(x, y)u,$$

$$L_1u = \tilde{A}(x, y)u_{xx} + \tilde{C}(x, y)u_{yy} + \tilde{a}(x, y)u_x + \tilde{b}(x, y)u_y + \tilde{c}(x, y)u.$$

Коэффициенты операторов l, L_0, L_1 для простоты предположим бесконечно дифференцируемыми в $\bar{D}$ (вообще говоря, достаточно конечной гладкости), а также предположим, что операторы L_0, L_1 эллиптико-параболические в $\bar{D}$, т. е. для любых (x, y) из $\bar{D}$, (ξ_1, ξ_2) из R^2 выполняется

$$A(x, y)\xi_1^2 + C(x, y)\xi_2^2 \geqslant 0, \quad \tilde{A}(x, y)\xi_1^2 + \tilde{C}(x, y)\xi_2^2 \geqslant 0.$$

Всюду далее $n = (n_x, n_y)$ — вектор внутренней нормали к Γ. Введем следующие обозначения:

$$\sigma_1 = \{(x, y) \in \Gamma : \alpha(x, y)n_x > 0\},$$

$$\sigma_2 = \{(x, y) \in \Gamma : \alpha(x, y)n_x < 0\},$$

$$\sigma_0 = \{(x, y) \in \Gamma : \alpha(x, y)n_x = 0\},$$

$$\Gamma^0(L_0) = \{(x, y) \in \Gamma : A(x, y)n_x^2 + C(x, y)n_y^2 = 0\},$$

$$\Gamma^0(L_1) = \{(x, y) \in \Gamma : \tilde{A}(x, y)n_x^2 + \tilde{C}(x, y)n_y^2 = 0\},$$

$$\sigma_1^0 = \Gamma^0(L_0) \cap \sigma_1, \quad \sigma_2^0 = \Gamma^0(L_0) \cap \sigma_2, \quad \sigma_0^0 = \Gamma^0(L_0) \cap \sigma_0,$$

$$\sigma_1^{01} = \{(x, y) \in \sigma_1^0 : a(x, y)n_x + b(x, y)n_y < 0\},$$

$$\sigma_2^{01} = \{(x, y) \in \sigma_2^0 : a(x, y)n_x + b(x, y)n_y < 0\},$$

$$\Gamma_1^0(L_0) = \{(x, y) \in \sigma_0^0 : a(x, y)n_x + b(x, y)n_y - A_x(x, y)n_x - C_y(x, y)n_y \geqslant 0\},$$

$$\Gamma_2^0(L_0) = \{(x, y) \in \sigma_0^0 : a(x, y)n_x + b(x, y)n_y - A_x(x, y)n_x - C_y(x, y)n_y < 0\},$$

$$\Gamma_3^0(L_0) = \sigma_0 \backslash \sigma_0^0,$$

$$\Gamma_1^0(L_1) = \{(x, y) \in \sigma_0^0 : \tilde{a}(x, y)n_x + \tilde{b}(x, y)n_y - \tilde{A}_x(x, y)n_x - \tilde{C}_y(x, y)n_y \geqslant 0\},$$

$$\Gamma_2^0(L_1)=\{(x,\ y)\in\sigma_0^0:\ \tilde{a}(x,\ y)n_x+\tilde{b}(x,\ y)n_y-\tilde{A}_x(x,\ y)n_x-\tilde{C}_y(x,\ y)n_y<0\},$$

$$\tilde{\sigma}_0^0=\Gamma^0(L_1)\cap\sigma_0,\quad \Gamma_3^0(L_1)=\sigma_0\backslash\tilde{\sigma}_0^0,$$

$$\Gamma^0=\Gamma_2^0(L_0)\cup\Gamma_3^0(L_0)\cup\Gamma_2^0(L_1)\cup\Gamma_3^0(L_1),$$

$$\sigma_1^1=\sigma_1\backslash\sigma_1^0,\quad \sigma_2^1=\sigma_2\backslash\sigma_2^0.$$

Краевая задача. Найти решение уравнения

$$Lu=f(x,\ y), \tag{1}$$

удовлетворяющее условиям

$$u|_{\sigma_1\cup\Gamma^0}=0, \tag{2}$$

$$\alpha(x,\ y)u_x\Big|_{\sigma_1^1\cup\sigma_2^1\cup\sigma_1^{01}\cup\sigma_2^{01}}=0. \tag{3}$$

Заметим, что краевая задача (1)—(3) совпадает с первой краевой задачей для эллиптико-параболических уравнений при $\alpha\equiv0$, $\gamma\equiv1$ (в этом случае $\Gamma=\sigma_0$, условие (2) — определяемые с помощью функции Г. Фикера [1] граничные данные). Далее в класс уравнений вида (1) входят гиперболические, гиперболо-параболические уравнения с неопределенной характеристической формой [2], причем краевая задача (1)—(3) полностью совпадает с задачей, предложенной в [2]. Действительно, если уравнение с неопределенной характеристической формой

$$Lu=K(x,\ t)u_{tt}-A(x,\ t)u_{xx}+a(x,\ t)u_x+b(x,\ t)u_t+c(x,\ t)u=f(x,\ t)$$

($A(x,\ t)\geqslant0$ представлено в виде

$$Lu=\left(\frac{\partial}{\partial t}+\gamma\right)(-Ku_t-\delta u)+Au_{xx}-au_x-(b-k_t-\gamma K-\delta)u_t-$$

$$-(c-\delta\gamma)u=f,$$

где $\gamma\geqslant0$, $\delta>0$ — некоторые малые постоянные, то очевидно, что операторы

$$L_0u=-Ku_t-\delta u,$$

$$L_1u=Au_{xx}-au_x-(b-K_t-\gamma K-\delta)u_t-(c-\delta\gamma)u$$

удовлетворяют условию неотрицательности характеристической формы.

Наконец, в класс уравнений (1) входят так называемые «псевдопараболические», «псевдогиперболические» уравнения, уравнения Аллера, альтернативные уравнения Кортевега де Фриза (линейные), изученные в работах [3—5] и других. Действительно, представляя уравнения

$$Lu=u_{tt}-K(x,\ t)u_{xx}-K^*(x,\ t)u_{xxt}+a(x,\ t)u_x+b(x,\ t)u_t+c(x,\ t)u=f(x,\ t),$$

$$Lu=u_t-K(x,\ t)u_{xx}-K^*(x,\ t)u_{xxt}+a(x,\ t)u_x+c(x,\ t)u=f(x,\ t)$$

в виде

$$Lu=\frac{\partial}{\partial t}(u_t-K^*(x,\ t)u_{xx})-L_1u=f(x,\ t),$$

$$Lu=\frac{\partial}{\partial t}(u-K^*(x,\ t)u_{xx})-L_1u=f(x,\ t),$$

нетрудно заметить, что задача (1)—(3) совпадает со смешанной задачей, предложенной в указанных работах. Заметим также, что в класс уравнений (1) входят уравнения составного типа вида

$$Lu=\left(\frac{\partial}{\partial x}+\gamma\right)L_0u=f(x,\ y),$$

где L_0 — эллиптико-параболический оператор.

Краевые задачи для уравнений составного типа изучались, например, в [6].

Предположим, что область D, функции α, γ таковы, что краевая задача

$$-[\alpha(x,\ y)\varphi]_x+\gamma(x,\ y)\varphi=1, \tag{4}$$

$$\varphi|_{\sigma_2}=0 \tag{5}$$

имеет достаточно гладкое решение (условия разрешимости и гладкости можно найти в [7, 8]). Ниже под $\varphi(x,\ y)$ подразумевается решение задачи (4), (5).

Введем следующие обозначения:

$$p(x,\ y)=-\Big\{(\alpha\alpha_xA)_x+(\alpha\alpha_yC)_y-\frac{1}{2}(\alpha^2a)_x-\frac{1}{2}(\alpha^2b)_y+$$

$$+\alpha^2a_x+\alpha\gamma a+\alpha(\tilde a-a\varphi)-\frac{1}{2}[\alpha(\tilde A-\varphi A)]_x+$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha^2C_y)_y-\frac{1}{2}(\alpha\gamma A)_x-A-\tilde A\varphi\Big\},$$

$$q(x,\ y)=-\frac{1}{2}\{\alpha^2b_x+\alpha\gamma b+\alpha(\tilde b-\varphi b)-[\alpha(\tilde C+\alpha C_x-\varphi C)]_y-(\alpha\gamma C)_y\},$$

$$r(x,\ y)=-\Big\{[\alpha(\tilde C+\alpha C_x-\varphi C)]_x+\frac{1}{2}(\alpha\gamma C)_x-C-\varphi\tilde C\Big\},$$

$$m(x,\ y)=-\frac{1}{2}(\alpha lc)_x-\frac{1}{2}[\alpha(\tilde c-c\varphi)]_x+\frac{1}{2}A_{xx}+\frac{1}{2}C_{yy}-$$

$$-\frac{1}{2}a_x-\frac{1}{2}b_y+c+\frac{1}{2}(\tilde A\varphi)_{xx}+\frac{1}{2}(\tilde C\varphi)_{yy}-\frac{1}{2}(\tilde a\varphi)_x-\frac{1}{2}(\tilde b\varphi)_y+\tilde c\varphi.$$

Лемма 1. *Пусть выполнены условия:*

1) $\sigma_2\subset\Gamma^0(L_1)$;

2) для всех $(x,\ y)\in\bar D$, $(\xi_1,\ \xi_2)\in R^2$

$$p(x,\ y)\xi_1^2+2q(x,\ y)\xi_1\xi_2+r(x,\ y)\xi_2^2\geqslant 0,$$

$$\gamma(x,\ y)\geqslant 0,\quad c(x,\ y)\leqslant -c_0<0,\quad m(x,\ y)\leqslant -m_0<0;$$

3) $n_y=0$ *при* $(x,\ y)\in\sigma_2$;

4) $[\alpha(lc+\tilde c)+a-A_x]n_x\geqslant 0$ *при* $(x,\ y)\in\sigma_2$;

5) $\alpha^2(an_x+bn_y)\geqslant 0$ *при* $(x,\ y)\in\Gamma_1^0(L_0)\cup\Gamma_1^0(L_1)$.

Тогда для гладких решений задачи (1)—(3) справедливо неравенство

$$\int\limits_D\{\alpha^2Au_{xx}^2+\alpha^2Cu_{xy}^2+pu_x^2+2qu_xu_y+2u_y^2+u^2\}dxdy\leqslant M\int\limits_D f^2dxdy.$$

Доказательство. Умножим уравнение (1) на $\alpha(x, y)u_x+$ $+\varphi(x, y)u$, где $\varphi(x, y)$ — решение задачи (4), (5), и проинтегрируем по области D. Получим равенство

$$\int\limits_D (-\alpha^2 A u_{xx}^2-\alpha^2 C u_{xy}^2)\,dxdy-\int\limits_D (pu_x^2+2qu_xu_y+2u_y^2)\,dxdy+$$

$$+\int\limits_D \alpha^2 c u_x^2\,dxdy+\int\limits_D mu^2 dxdy-\frac{1}{2}\int\limits_\Gamma \alpha^2 u_x^2(an_x+bn_y)\,ds+$$

$$+\frac{1}{2}\int\limits_\Gamma \alpha\gamma C u_y^2 n_x ds+\int\limits_\Gamma \Big\{\Big[-\frac{1}{2}\alpha lc-\frac{1}{2}\alpha(\tilde{c}-\varphi c)-\frac{1}{2}a+$$

$$+\frac{1}{2}A_x\Big]n_x+\Big[-\frac{1}{2}b+\frac{1}{2}C_y\Big]n_y\Big\}\,ds=\int\limits_D f(\alpha u_x+\varphi u)\,dxdy,$$

откуда и следует утверждение леммы.

Теорема 1. *Если выполнены условия леммы* 1, *то регулярное, т. е. имеющее все производные, входящие в уравнение, решение задачи (1)—(3) единственно.*

Доказательство этой теоремы очевидно. Обозначим через L_ε оператор

$$L_\varepsilon u=\left(\alpha(x, y)\frac{\partial}{\partial x}+\gamma(x, y)\right)(\varepsilon\Delta u+L_0u)+L_1u$$

и рассмотрим для него задачу: найти решение уравнения

$$L_\varepsilon u=f(x, y) \text{ в } D, \tag{6}$$

удовлетворяющее условиям

$$u|_{\sigma_1\cup\sigma_0}=0, \quad \alpha(x, y)u_x|_{\sigma_1\cup\sigma_2}=0. \tag{7}$$

Пусть C_{L_ε} — класс трижды непрерывно дифференцируемых в $\bar{D}$ функций, удовлетворяющих условиям (7). Далее обозначим

$$p_1(x, y)=-\Big[(\alpha\alpha_x)_x+(\alpha\alpha_y)_y-\frac{1}{2}(\alpha\gamma)_x+\frac{1}{2}(\alpha\varphi)_x\Big]+1,$$

$$q_1(x, y)=-\frac{1}{2}[-(\alpha\gamma)_y+(\alpha\varphi)_y],$$

$$r_1(x, y)=-\Big[\frac{1}{2}(\alpha\gamma)_x-\frac{1}{2}(\alpha\varphi)_x\Big]+1.$$

Через W_2^K, $\overset{\circ}{W}{}_2^K$ обозначаются пространства Соболева с соответствующей нормой $\|\cdot\|_K$. Через H обозначим замыкание гладких функций, удовлетворяющих условиям (2)—(3), по норме

$$\|u\|_H^2=\int\limits_D (\alpha^2 A u_{xx}^2+\alpha^2 C u_{xy}^2+pu_x^2+2qu_xu_y+ru_y^2+u^2)\,dxdy.$$

Лемма 2. *Пусть выполнены условия леммы* 1 *и условия*

$$p_1(x, y)\xi_1^2+2q_1(x, y)\xi_1\xi_2+r_1(x, y)\xi_2^2\geqslant k(\xi_1^2+\xi_2^2), \quad k>0,$$

для всех $(x, y)\in\bar{D}$, $(\xi_1, \xi_2)\in R^2$. *Тогда для функций из* C_{L_ε} *справедливы неравенства*

$$-(L_\varepsilon u,\ \alpha u_x+\varphi u)_0 \geqslant k_1\left[\varepsilon\int\limits_D\{\alpha^2u_{xx}^2+\alpha^2u_{xy}^2+u_x^2+u_y^2\}dxdy+\|u\|_H^2\right], \tag{8}$$

$$\|L_\varepsilon u\|_{-1}\geqslant k_2\varepsilon\|\alpha u_x+\varphi u\|_1, \tag{9}$$

$$\|L_\varepsilon u\|_0^2\geqslant k_3\left[\varepsilon\int\limits_D\{\alpha^2u_{xx}^2+\alpha^2u_{xy}^2+u_x^2+u_y^2\}dxdy+\|u\|_H^2\right], \tag{10}$$

где $k_i>0$.

Эта лемма доказывается так же, как и лемма 1. Неравенства (9) и (10) получаются из (8) на основании неравенств Шварца и Юнга.

Пусть L_ε^* — оператор, формально сопряженный с L_ε. Через $C_{L_\varepsilon^*}$ обозначим класс трижды непрерывно дифференцируемых в $\bar D$ функций, удовлетворяющих сопряженным краевым условиям, построенным по оператору L_ε^* и условиям (6). Далее предположим, что либо $\alpha\equiv 0$, $\gamma\geqslant\gamma_0>0$, либо функции $\alpha(x, y)$, $\gamma(x, y)$ таковы, что краевая задача

$$\alpha w_x+\varphi w=g, \tag{11}$$

$$w|_{\sigma_1}=0 \tag{12}$$

имеет достаточно гладкое решение для любой функции $g(x, y)$ из $C_{L_\varepsilon^*}$ (здесь $\varphi(x, y)$ — решение задачи (4), (5)).

Обозначим через B оператор, ставящий в соответствие функции w решение краевой задачи (11), (12), через P_ε^*v — оператор $P_\varepsilon^*v=-B^{-1*}L_\varepsilon^*v$.

Лемма 3. *Пусть выполнены условия леммы 2. Тогда для любой функции $v(x, y)$ из $C_{L_\varepsilon^*}$ справедливо неравенство*

$$\|P_\varepsilon^*v\|_{-1}\geqslant k\varepsilon\int\limits_D(\alpha^2u_{xx}^2+\alpha^2u_{xy}^2+u_x^2+u_y^2)dxdy,\quad k>0.$$

Доказательство. Пусть $v\in C_{L_\varepsilon^*}$, w — решение краевой задачи

$$Bw=v,\quad w|_{\sigma_1}=0.$$

Очевидно, что $w\in C_{L_\varepsilon}$. Отсюда

$$(P_\varepsilon^*v,\ Bw)_0=-(L_\varepsilon^*v,\ w)_0=-(v,\ L_\varepsilon w)_0=-(\alpha w_x+\varphi w,\ L_\varepsilon w)_0\geqslant$$

$$\geqslant k\left[\varepsilon\int\limits_D\{\alpha^2(w_{xx}^2+w_{xy}^2)+w_x^2+w_y^2\}dxdy+\|u\|_H^2\right].$$

Применяя неравенство Шварца, получим требуемое неравенство.

Определение. Функцию $u(x, y)$ назовем слабым решением задачи (6), (7), если $u(x, y)\in L_2(D)$ и для всех $v(x, y)$ из $C_{L_\varepsilon^*}$ $(\varepsilon\geqslant 0)$ имеет место тождество

$$(u,\ L_\varepsilon^*v)_0=(f,\ v)_0.$$

Теорема 2. *Пусть выполнены условия леммы 2 и все перечисленные выше условия. Тогда для любой функции f из $L_2(D)$ существует слабое решение задачи (6), (7) при $\varepsilon>0$.*

Доказательство. В силу леммы 3 существует функция $\psi(x, y)$ из W_2^1 такая, что

$$(f,\ v)_0=(\psi,\ P_\varepsilon^*v)_0.$$

Тогда функция $u=B^{-1}\psi$ будет искомым слабым решением задачи (6), (7).

Следствие 1. *Для слабого решения задачи (6), (7) выполняется неравенство*

$$\|u\|_H^2+\varepsilon\int\limits_D\{\alpha^2(u_{xx}^2+u_{xy}^2)+u_x^2+u_y^2\}dxdy\leqslant M,$$

где постоянная M не зависит от u и ε.

Теорема 3. *Пусть выполнены условия теоремы 2. Тогда для любой функции f из $L_2(D)$ существует слабое решение задачи (1)—(3).*

Доказательство. Пусть $u^\varepsilon(x, y)$ — решение задачи (6), (7) при $\varepsilon>0$. Из оценок (8)—(10) следует, что из семейства функций $\{u^\varepsilon(x, y)\}$ можно выбрать подпоследовательность, слабо сходящуюся в $L_2(D)$, причем для предельной функции будет выполняться равенство

$$(u, L^*v)_0=(f, v)_0$$

для любой функции v из C_{L^*}.

Следствие 2. *Слабое решение задачи (1)—(3) принадлежит пространству H.*

Следствие 3. *Если выполнены условия теоремы 3 и условие*

$$[p(x, y)+\alpha^2(x, y)c(x, y)]\xi_1^2+2q(x, y)\xi_1\xi_2+r(x, y)\xi_2^2\geqslant k(\xi_1^2+\xi_2^2),$$

где $k>0$, $(x, y)\in\bar{D}$, $(\xi_1, \xi_2)\in R^2$, то слабое решение задачи (1)—(3) принадлежит пространству $H\cap W_2^1(D)$.

Рассмотрим две конкретные реализации уравнения (1). Пусть D — прямоугольник $\{(x, t) : 0<x<1,\ 0<t<T<+\infty\}$. В области D рассмотрим уравнение

$$Lu=K(x, t)u_{tt}-A(x, t)u_{xx}-K_1(x, t)u_{xxt}+a(x, t)u_x+$$
$$+b(x, t)u_t+c(x, t)u=f, \tag{13}$$

где $K_1(x, t)\geqslant 0$, $A(x, t)\geqslant 0$. Предположим, что выполнено условие

$$A(x, t)-K_{1t}(x, t)\geqslant 0.$$

Тогда уравнение (13) представляется в виде (1) с операторами

$$l=\frac{\partial}{\partial t},\quad L_0u=K_1(x, t)u_{xx}-K(x, t)u_t-\delta u\quad(\delta>0),$$
$$L_1u=[A(x, t)-K_{1t}(x, t)]u_{xx}-a(x, t)u_x-[b(x, t)-$$
$$-K_t(x, t)-\delta]u_t-c(x, t)u.$$

Если выполнены все условия теоремы 2, то задача (13), (2), (3) имеет слабое решение для любой функции $f(x, t)$ из $L_2(D)$ и для него выполняется неравенство $\|u\|_H\leqslant M$, где постоянная M не зависит от u.

Регулярность же слабого решения (т. е., в частности, существование всех производных, входящих в уравнение (13), и их суммируемость с некоторыми весами) показывается так же, как в [2]; при этом существенную роль играют условия однородности «входа» и «выхода»: либо $K(x, 0)\leqslant 0$, $K(x, T)\leqslant 0$, либо $K(x, 0)\geqslant 0$, $K(x, T)>0$, либо $K(x, 0)>0$, $K(x, T)\leqslant 0$. Условия на коэффициенты уравнения и правую часть уравнения легко выписываются.

Рассмотрим теперь в области D уравнение

$$Lu=-K(x, t)u_{ttt}+K_1(x, t)u_{tt}-A(x, t)u_{xx}+a(x, t)u_x+$$
$$+b(x, t)u_t+c(x, t)u=f, \tag{14}$$

где $K(x, t)\geqslant 0$, $A(x, t)\geqslant 0$. Уравнения вида (14) исследовались Ю. А. Дубинским [9], где для них изучалась задача, несколько отличная от предложенной в данной работе.

Предположим, что выполнено одно из условий

$$K_1(x, t)+K_t(x, t)\leqslant 0, \quad K_1(x, T)+K_t(x, T)=0 \tag{15}$$

или

$$K_t(x, t)\leqslant 0, \quad K_t(x, T)=0. \tag{16}$$

Тогда уравнение (14) представляется в виде (1) следующим образом:

либо $l=\dfrac{\partial}{\partial t}$, $L_0u=K(x, t)u_{tt}-\delta u \quad (\delta>0)$,

$$L_1u=-\{[K_1(x, t)+K_t(x, t)]u_{tt}-A(x, t)u_{xx}+a(x, t)u_x+ \\ +[b(x, t)-\delta]u_t+c(x, t)u\},$$

либо $l=\dfrac{\partial}{\partial t}$, $L_0u=K(x, t)u_{tt}-K_1(x, t)u_t-\delta u \quad (\delta>0)$,

$$L_1u=-K_t(x, t)u_{tt}+A(x, t)u_{xx}-a(x, t)u_x-[b(x, t)- \\ -K_{1t}(x, t)-\delta]u_t-c(x, t)u.$$

В соответствии с условиями (15) и (16) меняется постановка задачи для уравнения (14). Регулярность слабых решений задач (2), (3) для уравнения (14) можно доказать так же, как и для уравнения (13) (можно также доказать с помощью метода Галеркина регулярность решений уравнения $L_\varepsilon u=f$, а затем получить хорошие априорные оценки).

В заключение заметим, что случай общего уравнения третьего порядка вида

$$Lu=\sum_{k=1}^{m}\left(\alpha_k(x)\frac{\partial}{\partial x_k}+\gamma(x)\right)L_0u+L_1u=f(x),$$

где $x\in D\subset R^m$, L_0, L_1 — эллиптико-параболические операторы, рассматривается аналогично.

Литература

1. Фикера Г. К единой теории краевых задач для эллиптико-параболических уравнений второго порядка.—Сб. перев. Математика, 1963, 7, № 6, с. 99—121.
2. Врагов В. Н. К теории краевых задач для уравнений смешанного типа в пространстве.—Дифференц. уравнения, 1977, т. 13, № 6, с. 1098—1105.
3. Greenberg J. M., Mac Camy R. C., Mizel V. J. On the Existence, Uniqueness and Stability of Solutions of the Equation $\sigma'(u_x)u_{xx}+\lambda u_{xtx}=\rho_0u_{tt}$.—Journal of Mathematics and Mechanics, 1968, vol. 17, N 7, p. 707—728.
4. Ford W. H. Galerkin approximation to non-linear pseudo-parabolic partial differential equations.—Aequationes Mathematicae, 1976, vol. 14, N 3, p. 271—292.
5. Кунчукоев В. З., Шхануков М. Х. Краевые задачи для модифицированного уравнения влагопереноса и сеточные методы их решения.—Дифференц. уравнения, 1979, т. 15, № 1, с. 68—73.
6. Салахитдинов М. С. Уравнения смешанно-составного типа.—Фан, 1974.
7. Олейник О. А., Радкевич Е. В.—В сб.: Итоги науки и техники/Математический анализ. М., ВИНИТИ, 1971.
8. Камке Э. Справочник по дифференциальным уравнениям в частных производных первого порядка.—М., Наука, 1966.
9. Дубинский Ю. А. Квазилинейные эллиптико-параболические уравнения.—Мат. сб., 1968, т. 77, № 3, с. 354—389.

Поступила в редакцию 3 июля 1979 г.

Институт математики СО АН СССР