



Общероссийский математический портал

В. Д. Кревчик, А. В. Разумов, М. Б. Семенов, И. М. Мойко, Влияние электронных корреляций на спектры двойной фотоионизации двухэлектронных примесных центров в многоямных квантовых структурах, *Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки*, 2021, выпуск 3, 114–132

DOI: 10.21685/2072-3040-2021-3-10

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.170

10 февраля 2025 г., 10:36:39



УДК 535.8; 537.9; 539.33  
doi:10.21685/2072-3040-2021-3-10

## Влияние электронных корреляций на спектры двойной фотоионизации двухэлектронных примесных центров в многоямных квантовых структурах

В. Д. Кревчик<sup>1</sup>, А. В. Разумов<sup>2</sup>, М. Б. Семенов<sup>3</sup>, И. М. Мойко<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>Пензенский государственный университет, Пенза, Россия

<sup>1,2,3,4</sup>physics@pnzgu.ru

**Аннотация.** *Актуальность и цель.* Примеси различных химических элементов неизбежно возникают в процессе изготовления полупроводниковых наноструктур либо вводятся целенаправленно для изменения их транспортных и оптических свойств. При этом большинство примесей могут иметь в связанном состоянии не один, а два и более электронов. В этом случае важную роль начинают играть межэлектронные корреляции, благодаря которым возможна одна из фундаментальных реакций – процесс двойной фотоионизации примесного атома. Целью данной работы является расчет вариационным методом первого потенциала ионизации двухэлектронного примесного центра в полупроводниковой квантовой яме, а также теоретическое исследование влияния корреляций на спектры двойной фотоионизации двухэлектронных примесных центров в многоямной квантовой структуре. *Материалы и методы.* Расчет энергии связи и первого потенциала ионизации двухэлектронного атома осуществлялся вариационным методом, где в качестве эмпирического параметра брался второй потенциал ионизации. Выражение для коэффициента примесного поглощения света получено в дипольном приближении с учетом дисперсии ширины квантовых ям. *Результаты.* Проведено обобщение метода потенциала нулевого радиуса на случай двухэлектронных примесей с эффективным зарядом ядра, равным нулю, в полупроводниковых квантовых ямах. В рамках полуэмпирической модели вариационным методом получено аналитическое выражение для первого потенциала ионизации двухэлектронного примесного центра. В дипольном приближении рассчитан коэффициент примесного поглощения света при фотоионизации двухэлектронной примеси в многоямной квантовой структуре одним фотоном. *Выводы.* Показано, что из-за пространственного ограничения в квантовой яме в одном направлении имеет место усиление электронных корреляций, что приводит к большим пороговым значениям второго потенциала ионизации, чем в квантовых точках и, как следствие, к более жестким условиям существования двухэлектронных примесных состояний. Также показано, что уменьшение влияния квантового размерного эффекта и рост электронной корреляции в многоямных квантовых структурах, по сравнению с квазинульмерными структурами, приводит к трансформации кривой поглощения, что выражается в увеличении провала между пиками двугорбого профиля спектральной кривой.

**Ключевые слова:** квантовая яма, двухэлектронные примесные центры, межэлектронная корреляция, потенциал ионизации, двойная фотоионизация, коэффициент поглощения

**Для цитирования:** Кревчик В. Д., Разумов А. В., Семенов М. Б., Мойко И. М. Влияние электронных корреляций на спектры двойной фотоионизации двухэлектронных примесных центров в многоямных квантовых структурах // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2021. № 3. С. 114–132. doi:10.21685/2072-3040-2021-3-10

## The effect of electronic correlations on double photoionization spectra of two-electron impurity centers in multi-well quantum structures

V.D. Krevchik<sup>1</sup>, A.V. Razumov<sup>2</sup>, M.B. Semenov<sup>3</sup>, I.M. Moyko<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>Penza State University, Penza, Russia

<sup>1,2,3,4</sup>physics@pnzgu.ru

**Abstract.** *Background.* Impurities of various chemical elements inevitably arise in the process of manufacturing semiconductor nanostructures, or are introduced purposefully to change their transport and optical properties. Moreover, most of impurities can have not one, but two or more electrons in a bound state. In this case, electronic correlations begin to play an important role, due to which one of the fundamental reactions is possible - the process of double photoionization of an impurity atom. The purpose of this research is to calculate the first ionization potential of a two-electron impurity center in a semiconductor quantum well using the variational method, as well as a theoretical study of the effect of electronic correlations on double photoionization spectra of two-electron impurity centers in multi-well quantum structures. *Materials and methods.* The binding energy and the first ionization potential of a two-electron atom were calculated by the variational method, where the second ionization potential was taken as an empirical parameter. The expression for the coefficient of impurity absorption of light was obtained in the dipole approximation taking into account the dispersion of the width of the quantum wells. *Results.* The method of the zero-radius potential is generalized to the case of two-electron impurities with an effective nuclear charge equal to zero in semiconductor quantum wells. Within the framework of a semiempirical model, an analytical expression for the first ionization potential of a two-electron impurity center is obtained by the variational method. In the dipole approximation, the coefficient of impurity absorption of light is calculated for the photoionization of a two-electron impurity in a multi-well quantum structure with one photon. *Conclusions.* It is shown that, due to spatial confinement in a quantum well in one direction, there is an increase in electron correlations, which leads to higher threshold values of the second ionization potential than in quantum dots and, as a consequence, to more stringent conditions for the existence of two-electron impurity states. It was also shown that a decrease in the influence of the quantum size effect and an increase in the electron correlation in multi-well quantum structures as compared to quasi-zero-dimensional structures lead to a transformation of the absorption curve, which is expressed in an increase in the gap between the peaks of the two-humped profile of the spectral curve.

**Keywords:** quantum well, two-electron impurity centers, electron-electron correlation, ionization potential, double photoionization, absorption coefficient

**For citation:** Krevchik V.D., Razumov A.V., Semenov M.B., Moyko I.M. The effect of electronic correlations on double photoionization spectra of two-electron impurity centers in multi-well quantum structures. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences.* 2021;(3):114–132. (In Russ.). doi:10.21685/2072-3040-2021-3-10

### Введение

Двухэлектронные атомы и ионы в последнее время традиционно являются одним из основных объектов теоретических и экспериментальных исследований в физике твердого тела. Как известно [1], пока речь идет об однократно возбужденных состояниях такой системы, достаточно хорошим исходным приближением является приближение эффективного центрального поля. Ситуация радикально меняется при переходе к дважды возбужденным состояниям, которые, в отличие от дискретных однократно возбужденных состояний, лежат по энергии выше порога ионизации атома и поэтому неста-

бильны относительно автоионизации. Именно здесь, по сравнению с одноэлектронной системой, приоритетными становятся проблемы учета межэлектронных корреляций, которые оказываются определяющими при различных двухэлектронных процессах (автоионизация, двойная ионизация атомов, рассеяние заряженных частиц на водородоподобном атоме и т.д.) [2–10]. К настоящему времени создан ряд приближенных аналитических методов расчета состояний двухэлектронных атомов: разложение Фока для волновой функции связанного состояния двухэлектронного атома, алгебраические методы теории групп и т.п. [11]. Однако до сих пор является актуальной задача исследования двухэлектронного атома, основанная на решении уравнения Шредингера, дающая решение в аналитическом виде и учитывающая коллективные переменные обоих электронов, что позволяет установить иерархию в межэлектронных корреляциях.

В последнее время изучение энергетической структуры двухэлектронных систем распространяется на низкоразмерные системы, включая полупроводниковые квантовые ямы (КЯ) и квантовые точки (КТ) [12]. Это связано с тем, что вследствие размерного ограничения в таких системах легче происходит образование одно- и двухэлектронных примесных центров (ДПЦ). В последнем случае в запрещенной зоне образуются два энергетических уровня, разделенных на величину корреляционной энергии  $U = E_2 - E_1$ , где  $E_1$  и  $E_2$  – первый и второй потенциалы ионизации примесного центра. Отдельный интерес представляет процесс двойной фотоионизации ДПЦ в КЯ одним фотоном, который представляет собой испускание двух электронов вследствие поглощения атомом фотона и является одной из фундаментальных реакций в атомной физике с участием нескольких частиц. Фундаментальная роль данной реакции заключается в возможности теоретического изучения с ее помощью электронных корреляций. Учет электронных корреляций в конечном состоянии становится необходимым, когда энергия фотона не велика, поскольку в этом случае малая скорость фотоэлектрона не позволяет пренебречь его взаимодействием со вторым электроном. Электронные корреляции, сопровождающие фотоионизацию, существенным образом сказываются на спектрах фотоэлектронов [13], поэтому их необходимо принимать во внимание при изучении атомной структуры на основе анализа этих спектров.

**Целью работы** является расчет вариационным методом первого потенциала ионизации двухэлектронного примесного центра в полупроводниковой КЯ, а также теоретическое исследование влияния электронных корреляций на спектры двойной фотоионизации двухэлектронных примесных центров в многоямной квантовой структуре.

### **1. Вариационный расчет первого потенциала ионизации двухэлектронной примеси в полупроводниковой квантовой яме в рамках модели потенциала нулевого радиуса**

Воспользуемся полуэмпирической моделью двухэлектронных примесных центров, развитой в работах [14, 15]. В качестве эмпирического параметра примем энергию двукратно ионизованной примеси, т.е. второй потенциал ионизации  $E_2$ . Таким образом, задача заключается в расчете первого потенциала ионизации  $E_1$ . Величину  $E_1$  можно найти вариационным методом с волновыми функциями, взятыми в виде произведения одноэлектронных

волновых функций  $\Psi(\rho_i, z_i; z_d)$  с вариационным параметром  $\eta$ , который связан с варьируемой энергией одноэлектронного состояния. Все расчеты будем проводить в цилиндрической системе координат  $\varphi, \rho, z$ , где ось  $z$  ориентирована в направлении оси роста КЯ. В качестве единиц длины и энергии выберем соответственно  $a_d = \epsilon \hbar^2 / m^* e^2$  – эффективный борковский радиус, и  $E_d = \hbar^2 / 2m^* a_d^2$  – эффективную боровскую энергию. Двухэлектронная волновая функция удовлетворяет уравнению Шредингера

$$\mathbf{H}(\rho_1, \rho_2, z_1, z_2) \Psi(\rho_1, \rho_2, z_1, z_2) = E \Psi(\rho_1, \rho_2, z_1, z_2), \quad (1)$$

где

$$\mathbf{H}(\rho_1, \rho_2, z_1, z_2) = \mathbf{H}(\rho_1, z_1) + \mathbf{H}(\rho_2, z_2) + \hbar^2 / m^* a_d^2 |\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_2|,$$

$$\mathbf{H}(\rho_i) = -\hbar^2 / 2m^* a_d^2 (\Delta_i + V(z_i)), \quad z_d = d/a_d,$$

$$V(z_i) = \begin{cases} V_0^*, & z_i \leq z_d, \\ 0, & z_i > z_d, \end{cases}, \quad V_0^* = V_0/E_d, \quad z_i^* = z_i/a_d,$$

здесь  $r_i, z_i$  – координаты электронов при  $i=1,2$ ;  $m^*$  – эффективная масса электрона.

Как известно [14], простейший вид двухэлектронной волновой функции  $\Psi(\rho_1, \rho_2, z_1, z_2; z_d)$ , приводящей к удовлетворительному приближению в задачах о двухэлектронных центрах, представляет собой произведение одноэлектронных волновых функций

$$\Psi(\rho_1, \rho_2, z_1, z_2) = \Psi(\rho_1, z_1) \Psi(\rho_2, z_2). \quad (2)$$

Используя результаты работы [16], где в рамках модели «жестких стенок» было получено выражение для волновой функции локализованного электрона на  $D^-$ -центре в КЯ, для одноэлектронной волновой функции  $\Psi(\rho_i, z_i)$  имеем

$$\Psi(\rho_i, z_i) = -\frac{C}{\pi} \begin{cases} \int_0^\infty \frac{\text{sh}(\sqrt{k^{*2} - \eta^2} z_i^*) \text{sh}(\sqrt{k^{*2} - \eta^2} (1 - z_d)) k^* J_0(k^* \rho_i^*) dk^*}{\sqrt{k^{*2} - \eta^2} \text{sh}(\sqrt{k^{*2} - \eta^2})} & \text{при } z_i^* \leq z_d, \\ \int_0^\infty \frac{\text{sh}(\sqrt{k^{*2} - \eta^2} (1 - z_i^*)) \text{sh}(\sqrt{k^{*2} - \eta^2} z_d) k^* J_0(k^* \rho_i^*) dk^*}{\sqrt{k^{*2} - \eta^2} \text{sh}(\sqrt{k^{*2} - \eta^2})} & \text{при } z_i^* > z_d, \end{cases} \quad (3)$$

здесь

$$C = \left\{ -(2\pi)^{-1} \left[ \eta^{-2} + \eta^{-2} \operatorname{sh}(\eta^{-2}) \left( \exp(-\eta^{-2}(1-z_d)) \operatorname{sh}(\eta^{-2}z_d) + \exp(-\eta^{-2}z_d) \operatorname{sh}(\eta^{-2}(1-z_d)) \right) \right] \right\} -$$

множитель нормировки;  $k^* = ka_d$ ,  $k$  – волновое число.

С учетом (3) пробная двухэлектронная волновая функция запишется в виде

$$\Psi(\rho_1, z_1; \rho_2, z_2) = \Psi(\rho_1, z_1) \Psi(\rho_2, z_2). \quad (4)$$

Энергия ДПЦ определяется минимумом среднего значения гамильтониана  $\varepsilon(R_0^*, \eta)$ :

$$\frac{\varepsilon(R_0^*, \eta)}{E_d} = \frac{\langle \Psi(\rho_1, z_1; \rho_2, z_2) | \mathbf{H}(\rho_1, \rho_2) | \Psi(\rho_1, z_1; \rho_2, z_2) \rangle}{\langle |\Psi(\rho_1, z_1; \rho_2, z_2)|^2 \rangle}. \quad (5)$$

Матричные элементы в (5) запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \langle \Psi(\rho_1, z_1; \rho_2, z_2) | \mathbf{H}(\rho_1, \rho_2) | \Psi(\rho_1, z_1; \rho_2, z_2) \rangle = \\ & = - \int_0^\infty d\rho_2 \rho_2 \int_0^{2\pi} d\varphi_2 \int_0^\infty d\rho_1 \rho_1 \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \times \\ & \times \int_0^{L_z^*} dz_1 \int_0^{L_z^*} dz_2 \Psi(\rho_1, z_1; \rho_2, z_2) \left( \Delta_1 + \Delta_2 + 2V_0^* - \frac{2}{|\rho_1 - \rho_2|} \right) \Psi(\rho_1, z_1; \rho_2, z_2). \quad (6) \end{aligned}$$

Расчет матричного элемента (6) приводит к интегралу следующего вида:

$$\begin{aligned} & \int_0^{L_z^*} \operatorname{sh}(\sqrt{k^{*2} - \eta^2} z_i^*) \operatorname{sh}(\sqrt{k^{*2} - \eta^2} z_i^*) dz_i^* = \\ & = \left[ \sqrt{k^{*2} - \eta^2} \operatorname{ch}(\sqrt{k^{*2} - \eta^2} L_z^*) \operatorname{sh}(\sqrt{k^{*2} - \eta^2} L_z^*) - \right. \\ & \left. - \sqrt{k^{*2} - \eta^2} \operatorname{ch}(\sqrt{k^{*2} - \eta^2} L_z^*) \operatorname{sh}(\sqrt{k^{*2} - \eta^2} L_z^*) \right] \times (k^{*2} - k^2)^{-1}. \quad (7) \end{aligned}$$

Тогда выражение (5) с учетом (7) можно представить в виде

$$\frac{\varepsilon(R_0^*, \eta)}{E_d} = a_d^2 \pi^{-2} \left[ \eta^{-2} + \eta^{-2} \operatorname{sh}(\eta^{-2}) \left( \exp(-\eta^{-2}(1-z_d)) \operatorname{sh}(\eta^{-2}z_d) + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \exp\left(-\eta^{-2} z_d\right) \operatorname{sh}\left(\eta^{-2}\left(1-z_d\right)\right)\left.\right]^2 \int_0^{\infty} d k^* \int_0^{\infty} d k'^* \left(k^{*2}-\eta^2\right)^{-1}\left(k'^{*2}-\eta^2\right)^{-1} \times \\
 & \times \operatorname{sh}^{-1}\left(\sqrt{k^{*2}-\eta^2}\right) \operatorname{sh}^{-1}\left(\sqrt{k'^{*2}-\eta^2}\right)\left\{\operatorname{sh}\left(\sqrt{k^{*2}-\eta^2}\left(1-z_d\right)\right) \times\right. \\
 & \times \operatorname{sh}\left(\sqrt{k'^{*2}-\eta^2}\left(1-z_d\right)\right)\left(\operatorname{ch}\left(\sqrt{k^{*2}-\eta^2} L_z\right)-1\right) \times \\
 & \times \operatorname{sh}\left(\sqrt{k^{*2}-\eta^2} z_d\right) \operatorname{sh}\left(\sqrt{k'^{*2}-\eta^2} z_d\right)\left[\operatorname{ch}\left(\sqrt{k^{*2}-\eta^2}\right)-\right. \\
 & \left.-\left[\operatorname{ch}\left(\sqrt{k^{*2}-\eta^2}\right)-\operatorname{ch}\left(\sqrt{k^{*2}-\eta^2}\left(1-L_z\right)\right)\right] \times\right. \\
 & \left.\left.\times\left[\operatorname{ch}\left(\sqrt{k'^{*2}-\eta^2}\right)-\operatorname{ch}\left(\sqrt{k'^{*2}-\eta^2}\left(1-L_z\right)\right)\right]\right]\right\}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

Осуществив предельный переход ( $d \rightarrow 0$ ) для  $\varepsilon\left(R_0^*, \eta\right) / E_d$ , получим

$$\begin{aligned}
 \frac{\varepsilon\left(R_0^*, \eta\right)}{E_d} & = \frac{\eta^4}{\pi^2\left(1+\operatorname{sh}\left(2 \eta^{-2}\right)\right)^2} \times \\
 & \times \int_0^{\infty} d k^* \frac{\left(\operatorname{ch}\left(\sqrt{k^{*2}-\eta^2} L_z\right)-1\right)}{\left(k^{*2}-\eta^2\right)} \int_0^{\infty} d k'^* \frac{\left(\operatorname{ch}\left(\sqrt{k'^{*2}-\eta^2} L_z\right)-1\right)}{\left(k'^{*2}-\eta^2\right)}. \quad (9)
 \end{aligned}$$

Минимизация по параметру  $\eta$  приводит к трансцендентному уравнению для нахождения экстремального значения  $\tilde{\eta}$ :

$$\frac{\partial \varepsilon\left(R_0^*, \eta\right)}{\partial \eta} = 0. \quad (10)$$

Явное выражение для (10) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{8 \operatorname{ch}\left(2 \eta^{-2}\right)\left(\operatorname{ch}\left(L_z \sqrt{k^{*2}-\eta^2}\right)-1\right)\left(\operatorname{ch}\left(L_z \sqrt{k'^{*2}-\eta^2}\right)-1\right)}{\left(k^{*2}-\eta^2\right)\left(k'^{*2}-\eta^2\right)} + \\
 & + \frac{2 \eta^4\left(\operatorname{ch}\left[L_z \sqrt{k^{*2}-\eta^2}\right]-1\right)\left(\operatorname{ch}\left[L_z \sqrt{k'^{*2}-\eta^2}\right]-1\right)\left(1+\operatorname{sh}\left[2 \eta^{-2}\right]\right)}{\left(k^{*2}-\eta^2\right)\left(k'^{*2}-\eta^2\right)^2} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{2\eta^4 \left( \operatorname{ch} \left( L_z \sqrt{k^{*2} - \eta^2} \right) - 1 \right) \left( \operatorname{sh} \left( L_z \sqrt{k^{*2} - \eta^2} \right) - 1 \right) \left( 1 + \operatorname{sh} \left( 2\eta^{-2} \right) \right)}{\left( k^{*2} - \eta^2 \right)^2 \left( k^{*2} - \eta^2 \right)} + \\
 & + \frac{2\eta^4 \left( \operatorname{ch} \left( L_z \sqrt{k^{*2} - \eta^2} \right) - 1 \right) \left( \operatorname{ch} \left( L_z \sqrt{k'^{*2} - \eta^2} \right) - 1 \right) \left( 1 + \operatorname{sh} \left( 2\eta^{-2} \right) \right)}{\left( \eta^2 - k^{*2} \right) \left( \eta^2 - k'^{*2} \right)} - \\
 & - \frac{L_z \eta^4 \left( \operatorname{ch} \left( L_z \sqrt{k'^{*2} - \eta^2} \right) - 1 \right) \left( 1 + \operatorname{sh} \left( 2\eta^{-2} \right) \right) \operatorname{sh} \left( L_z \sqrt{k^{*2} - \eta^2} \right)}{\left( k^{*2} - \eta^2 \right)^{\frac{3}{2}} \left( k'^{*2} - \eta^2 \right)} \\
 & - \frac{L_z \eta^4 \left[ \operatorname{ch} \left( L_z \sqrt{k^{*2} - \eta^2} \right) - 1 \right] \left( 1 + \operatorname{sh} \left( 2\eta^{-2} \right) \right) \operatorname{sh} \left( L_z \sqrt{k^{*2} - \eta^2} \right)}{\left( k^{*2} - \eta^2 \right) \left( k'^{*2} - \eta^2 \right)^{3/2}} \Bigg] dk^* dk'^* = 0. \quad (11)
 \end{aligned}$$

Учитывая, что минимальное значение функционала  $\varepsilon(R_0^*, \eta) / E_d$ , достигаемое при экстремальном значении параметра  $\eta = \tilde{\eta}$ , представляет собой сумму

$$\frac{\varepsilon(R_0^*, \tilde{\eta})}{E_d} = -\frac{E_1}{E_d} - \frac{E_2}{E_d}, \quad (12)$$

можно найти первый потенциал как функцию второго, взятого из эксперимента:

$$\frac{E_1}{E_d} = -\frac{\varepsilon(R_0^*, \tilde{\eta})}{E_d} - \frac{E_2}{E_d}. \quad (13)$$

На рис. 1 представлена связь между первым и вторым потенциалами ионизации ДПЦ с нулевым зарядом ядра ( $Z = 0$ ) в полупроводниковой КЯ в единицах эффективной боровской энергии  $E_d$ , полученная из (13) с учетом (9) путем численных расчетов (кривые 1, 2, 3), а также, для сравнения, в полупроводниковой квантовой точке (кривые 4, 5, 6), взятая из работы [15]. Можно видеть, что переход КТ  $\rightarrow$  КЯ сопровождается ростом порогового значения второго потенциала ионизации  $E_2 / E_d$ , начиная с которого становится возможным образование двухэлектронного примесного состояния. Это связано с усилением электронных корреляций в КЯ из-за пространственного ограничения только в одном направлении. В результате условия существования двухэлектронных примесных состояний в КЯ оказываются более жесткими в сравнении с КТ, где имеет место ограничение по трем пространствен-



ным направлениям и кулоновское взаимодействие может быть «подавлено» размерным квантованием.

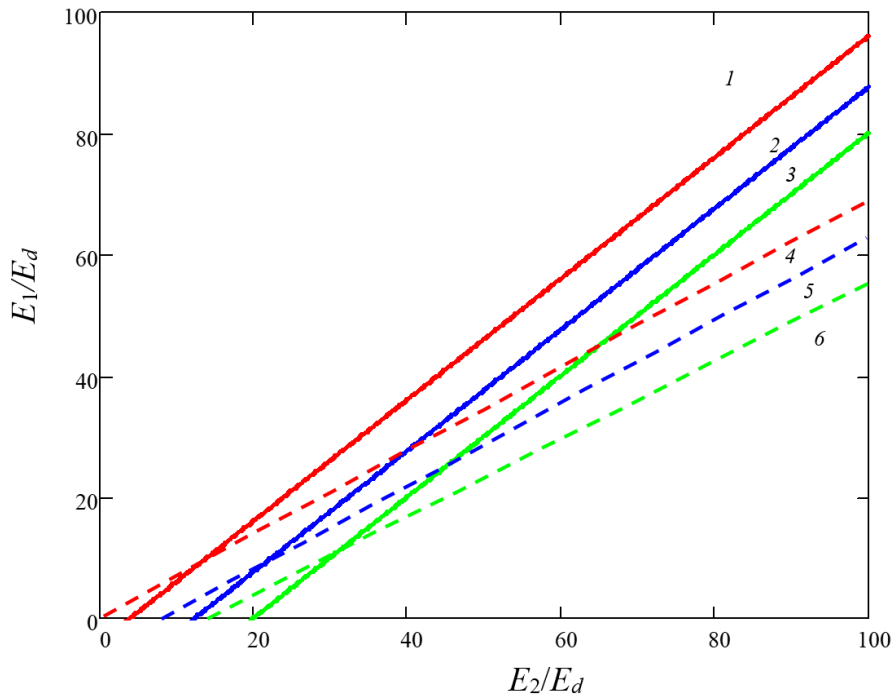


Рис. 1. Связь между первым и вторым потенциалами ионизации двухэлектронного примесного центра в полупроводниковых КЯ (кривые 1, 2, 3) и в КТ (пунктирные кривые 4, 5, 6) для разных значений ширины КЯ  $L_z$ : 1 – 0,5; 2 – 1; 3 – 3, и разных значений радиуса КТ: 4 – 0,5; 5 – 1; 6 – 3

## 2. Коэффициент поглощения света при фотоионизации двухэлектронных примесных центров в многоямной квантовой структуре

Рассмотрим процесс фотоионизации ДПЦ в полупроводниковой КЯ с прямоугольным потенциальным профилем. Будем предполагать, что ДПЦ располагается в точке с координатами  $\vec{R} = (0,0,0)$  и находится в основном состоянии с волновой функцией [16]:

$$\Psi(\rho_1, \rho_2, z_1, z_2) = 2^{-2} \pi^{-4} \left[ \eta^{-2} + \text{sh}(\eta^{-2}) \right]^2 \times \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\text{sh}(\sqrt{k'^2 - \eta^2} z_1^*) \text{sh}(\sqrt{k'^2 - \eta^2} z_2^*) k' k'^* J_0(k' \rho_1^*) J_0(k' \rho_2^*)}{\sqrt{(k'^2 - \eta^2)(k'^2 - \eta^2)}} dk'^* dk'. \quad (14)$$

Волновая функция конечного состояния будет определяться произведением одноэлектронных волновых функций электронов в КЯ:

$$\Phi(\rho_1, z_1, \rho_2, z_2) = \Psi_{n,k}(\rho_1, z_1) \Psi_{n,k}(\rho_2, z_2), \quad (15)$$

где

$$\Psi_{n,k}(\rho_i, z_i) = \exp(i\vec{k}_i \vec{\rho}_i) \Phi_n(z_i), \quad (16)$$

здесь  $i = 1, 2$ ;  $\Phi_n(z_i) = \sqrt{2/L_z} \sin(\pi n z_i / L_z)$  – ортонормированные волновые функции электрона в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками;  $n$  – номер энергетической подзоны.

Энергия невозмущенных примесями одноэлектронных состояний в КЯ будет иметь вид

$$E_{n,k} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^* L_z^2} n^2 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}. \quad (17)$$

Эффективный гамильтониан взаимодействия с полем световой волны с единичным вектором поляризации  $\mathbf{e}_\lambda$  и волновым вектором  $\mathbf{q}$  определяется выражением

$$\mathbf{H}_{\text{int}} = -i\lambda_0 \hbar \left( \frac{2\pi \hbar^2 \alpha^*}{\varepsilon \omega m^{*2}} I_0 \right)^{1/2} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) (\mathbf{e}_\lambda \nabla_{\mathbf{r}}), \quad (18)$$

где  $\lambda_0$  – коэффициент локального поля, учитывающий различие амплитуд локального и среднего макроскопического полей;  $I_0$  – интенсивность света;  $\omega$  – частота поглощаемого света;  $\varepsilon$  – статическая диэлектрическая проницаемость материала КЯ;  $\alpha^*$  – постоянная тонкой структуры с учетом диэлектрической проницаемости.

Матричный элемент, определяющий величину силы осциллятора дипольных оптических переходов электронов из основного состояния двухэлектронного примесного центра (14) в состояния  $\Phi(\rho_1, z_1, \rho_2, z_2)$  КЯ (16), запишется следующим образом:

$$M = i\lambda_0 \sqrt{\frac{2\pi\alpha^*}{\omega}} I_0 \left[ (E_{k,n} - E_1) \langle \Phi(\rho_1, z_1, \rho_2, z_2) | (\mathbf{e}_\lambda, \mathbf{r}_1) | \Psi(\rho_1, \rho_2, z_1, z_2) \rangle + (E_{k,n} - E_2) \langle \Phi(\rho_1, z_1, \rho_2, z_2) | (\mathbf{e}_\lambda, \mathbf{r}_2) | \Psi(\rho_1, \rho_2, z_1, z_2) \rangle \right]. \quad (19)$$

С учетом явного вида волновых функций начального (14) и конечного (16) состояний матричный элемент (19) примет вид

$$M = \sqrt{\frac{2\pi\alpha^*}{\omega}} I_0 \frac{i\lambda_0 E_d}{2\pi^4 L_z^*} \left[ \eta^{-2} + \text{sh}(\eta^{-2}) \right]^2 \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{k^* k'^*}{\sqrt{(k^{*2} - \eta^2)(k'^{*2} - \eta^2)}} \times \\ \times \left[ \left( \frac{\pi^2}{L_z^{*2}} n_1^2 + k_1^{*2} - \frac{E_1}{E_d} \right) \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \int_0^{2\pi} d\varphi_2 \int_0^\infty \rho_1^* d\rho_1^* \int_0^\infty \rho_2^* d\rho_2^* \times \right.$$

$$\begin{aligned}
 & \times \int_0^{L_z^*} dz_1^* \int_0^{L_z^*} dz_2^* \exp(-ik_1^* \rho_1^* - ik_2^* \rho_2^*) \sin\left(\frac{\pi n_1 z_1^*}{L_z^*}\right) \sin\left(\frac{\pi n_2 z_2^*}{L_z^*}\right) \times \\
 & \times \operatorname{sh}\left(\sqrt{k^{*2} - \eta^2} z_1^*\right) \operatorname{sh}\left(\sqrt{k^{*2} - \eta^2} z_2^*\right) J_0(k^* \rho_1^*) J_0(k^* \rho_2^*) + \\
 & + \left(\frac{\pi^2}{L_z^{*2}} n_2^2 + k_2^{*2} - \frac{E_2}{E_d}\right) \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \int_0^{2\pi} d\varphi_2 \int_0^\infty \rho_1^* d\rho_1^* \int_0^\infty \rho_2^* d\rho_2^* \times \\
 & \times \int_0^{L_z^*} dz_1^* \int_0^{L_z^*} dz_2^* \exp(-ik_1^* \rho_1^* - ik_2^* \rho_2^*) \sin\left(\frac{\pi n_1 z_1^*}{L_z^*}\right) \sin\left(\frac{\pi n_2 z_2^*}{L_z^*}\right) \times \\
 & \times \operatorname{sh}\left(\sqrt{k^{*2} - \eta^2} z_1^*\right) \operatorname{sh}\left(\sqrt{k^{*2} - \eta^2} z_2^*\right) J_0(k^* \rho_1^*) J_0(k^* \rho_2^*) dk^* dk'^*. \quad (20)
 \end{aligned}$$

Интегралы в (20) после вычисления имеют вид

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{L_z^*} z_i^* \sin\left(\frac{\pi n_i z_i^*}{L_z^*}\right) \operatorname{sh}\left(\sqrt{k^{*2} - \eta^2} z_i^*\right) dz_i^* = \left(\frac{\pi^2 n_i^2}{L_z^{*2}} + k^{*2} - \eta^2\right)^2 \times \\
 & \times \left[ -2 \frac{\pi n_i}{L_z^*} \sqrt{k^{*2} - \eta^2} + \sqrt{k^{*2} - \eta^2} \operatorname{ch}\left(L_z^* \sqrt{k^{*2} - \eta^2}\right) \right] \left( 2 \frac{\pi n_i}{L_z^*} \cos(\pi n_i) + \right. \\
 & + L_z^* \left. \left( \frac{\pi^2 n_i^2}{L_z^{*2}} + k^{*2} - \eta^2 \right) \sin(\pi n_i) \right) - \left( \pi n_i \left( \frac{\pi^2 n_i^2}{L_z^{*2}} + k^{*2} - \eta^2 \right) \cos(\pi n_i) + \right. \\
 & \left. + \left( k^{*2} - \eta^2 - \frac{\pi^2 n_i^2}{L_z^{*2}} \right) \sin(\pi n_i) \right) \operatorname{sh}\left(L_z^* \sqrt{k^{*2} - \eta^2}\right) \quad (21)
 \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{L_z^*} \sin\left(\frac{\pi n_i z_i^*}{L_z^*}\right) \operatorname{sh}\left(\sqrt{k^{*2} - \eta^2} z_i^*\right) dz_i^* = \left(\frac{\pi^2 n_i^2}{L_z^{*2}} + k^{*2} - \eta^2\right)^2 \times \\
 & \times \left[ \sqrt{k^{*2} - \eta^2} \operatorname{ch}\left(L_z^* \sqrt{k^{*2} - \eta^2}\right) \sin(\pi n_i) - \frac{\pi n_i}{L_z^*} \operatorname{sh}\left(L_z^* \sqrt{k^{*2} - \eta^2}\right) \cos(\pi n_i) \right]. \quad (22)
 \end{aligned}$$

Интегралы по переменным  $\rho_i^*$  имеют вид

$$\int_0^\infty \rho_i^* \exp(-ik_i^* \rho_i^*) J_0(k^* \rho_i^*) d\rho_i^* = -\frac{k_i^*}{(k_i^{*2} - k^{*2})^{3/2}}. \quad (23)$$

Тогда для матричного элемента (20) будем иметь

$$\begin{aligned}
 M = & \lambda_0 \sqrt{\frac{\alpha^* I_0}{\omega}} \times \frac{[\eta^{-2} + \text{sh}(\eta^{-2})]^2}{\pi^2} \times \frac{a_d^2 \sqrt{E_d}}{\sqrt{L_z^*}} \times \\
 & \times \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ \left( \frac{\pi^2}{L_z^{*2}} n_1^2 + k_1^{*2} - \frac{E_1}{E_d} \right) \frac{\sqrt{k^{*2} - \eta^2} \text{ch} \left( L^* \sqrt{k^{*2} - \eta^2} \right)}{\left( \frac{\pi^2 n_1^2}{L_z^{*2}} + (k^{*2} - \eta^2) \right)^2} \times \left( \frac{2\pi n_1}{L_z^*} \cos 2\pi n_1 + \right. \right. \\
 & + \left. \left. \left( \frac{\pi^2 n_1^2}{L_z^*} + L_z^* (k^{*2} - \eta^2) \right) \sin(2\pi n_1) \right) - \frac{2\pi n_1}{L_z^*} \sqrt{k^{*2} - \eta^2} - \text{sh} \left( L_z^* \sqrt{k^{*2} - \eta^2} \right) \times \right. \\
 & \left. \times \left( 2\pi n_1 \left( \frac{\pi^2 n_1^2}{L_z^{*2}} + (k^{*2} - \eta^2) \right) \cos 2\pi n_1 + \left( (k^{*2} - \eta^2) - \frac{\pi^2 n_1^2}{L_z^{*2}} \right) \sin(2\pi n_1) \right) \right] + \\
 & + \left( \frac{\pi^2}{L_z^{*2}} n_2^2 + k_2^{*2} - \frac{E_2}{E_d} \right) \frac{\sqrt{k'^{*2} - \eta^2} \cos \left( L_z^* \sqrt{k'^{*2} - \eta^2} \right)}{\left( \frac{\pi^2 n_2^2}{L_z^{*2}} + (k'^{*2} - \eta^2) \right)^2} \times \left( \frac{2\pi n_2}{L_z^*} \cos 2\pi n_2 + \right. \\
 & + \left. \left( \frac{\pi^2 n_2^2}{L_z^*} + L_z^* (k'^{*2} - \eta^2) \right) \sin(2\pi n_2) \right) - \frac{2\pi n_2}{L_z^*} \sqrt{k'^{*2} - \eta^2} - \text{sh} \left( L_z^* \sqrt{k'^{*2} - \eta^2} \right) \times \\
 & \left. \times \left( 2\pi n_2 \left( \frac{\pi^2 n_2^2}{L_z^{*2}} + (k'^{*2} - \eta^2) \right) \cos 2\pi n_2 + \left( (k'^{*2} - \eta^2) - \frac{\pi^2 n_2^2}{L_z^{*2}} \right) \sin(2\pi n_2) \right) \right] \Bigg\} \times \\
 & \times \frac{k^* k'^* k_1^* k_2^*}{\sqrt{(k^{*2} - \eta^2)(k'^{*2} - \eta^2)(k^{*2} - k_1^{*2})^3 (k^{*2} - k_2^{*2})^3}} dk^* dk'^*, \quad (24)
 \end{aligned}$$

или, учитывая, что для целых  $n_i$  выполняются равенства  $\sin(2\pi n_i) = 0$  и  $\cos(2\pi n_i) = 1$ , получим

$$M = \lambda_0 \sqrt{\frac{\alpha^* I_0}{\omega}} \times \frac{[\eta^{-2} + \text{sh}(\eta^{-2})]^2}{\pi^2} \times \frac{a_d^2 \sqrt{E_d}}{\sqrt{L_z^*}} \times$$

$$\begin{aligned}
 & \times \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ \left( \frac{\pi^2}{L_z^{*2}} n_1^2 + k_1^{*2} - \frac{E_1}{E_d} \right) \left[ \frac{\sqrt{k^{*2} - \eta^2} \operatorname{ch} \left( L_z^* \sqrt{k^{*2} - \eta^2} \right)}{\left( \frac{\pi^2 n_1^2}{L_z^{*2}} + (k^{*2} - \eta^2) \right)^2} \frac{2\pi n_1}{L_z^*} - \frac{2\pi n_1}{L_z^*} \sqrt{k^{*2} - \eta^2} - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \operatorname{sh} \left( L_z^* \sqrt{k^{*2} - \eta^2} \right) \times \left( 2\pi n_1 \left( \frac{\pi^2 n_1^2}{L_z^{*2}} + (k^{*2} - \eta^2) \right) \right) \right] \right\} + \\
 & + \left( \frac{\pi^2}{L_z^{*2}} n_2^2 + k_2^{*2} - \frac{E_2}{E_d} \right) \left[ \frac{\sqrt{k'^{*2} - \eta^2} \cos \left( L_z^* \sqrt{k'^{*2} - \eta^2} \right)}{\left( \frac{\pi^2 n_2^2}{L_z^{*2}} + (k'^{*2} - \eta^2) \right)^2} \frac{2\pi n_2}{L_z^*} - \frac{2\pi n_2}{L_z^*} \sqrt{k'^{*2} - \eta^2} - \right. \\
 & \quad \left. - \operatorname{sh} \left( L_z^* \sqrt{k'^{*2} - \eta^2} \right) \times \left( 2\pi n_2 \left( \frac{\pi^2 n_2^2}{L_z^{*2}} + (k'^{*2} - \eta^2) \right) \right) \right] \left. \right\} \times \\
 & \times \frac{k^* k'^* k_1^* k_2^*}{\sqrt{(k^{*2} - \eta^2)(k'^{*2} - \eta^2)(k^{*2} - k_1^{*2})^3 (k^{*2} - k_2^{*2})^3}} dk^* dk'^*. \quad (25)
 \end{aligned}$$

С учетом (14)–(19) выражение для квадрата модуля матричного элемента (25) можно записать в виде

$$\begin{aligned}
 |M|^2 &= \lambda_0^2 \frac{\alpha^*}{\omega} I_0 \times \frac{\left[ \eta^{-2} + \operatorname{sh}(\eta^{-2}) \right]^4}{\pi^7} \times \frac{a_d^4 E_d}{L_z^*} \times \\
 & \times \int_0^\infty \int_0^\infty dk^* dk'^* \left\{ \left( \frac{\pi^2}{L_z^{*2}} n_1^2 + k_1^{*2} - \frac{E_1}{E_d} \right) \left[ \frac{\sqrt{k^{*2} - \eta^2} \operatorname{ch} \left( L_z^* \sqrt{k^{*2} - \eta^2} \right)}{\left( \frac{\pi^2 n_1^2}{L_z^{*2}} + (k^{*2} - \eta^2) \right)^2} \times \frac{2\pi n_1}{L_z^*} - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \frac{2\pi n_1}{L_z^*} \sqrt{k^{*2} - \eta^2} - 2\pi n_1 \operatorname{sh} \left( L_z^* \sqrt{k^{*2} - \eta^2} \right) \left( \frac{\pi^2 n_1^2}{L_z^{*2}} + (k^{*2} - \eta^2) \right) \right] \right\} + \\
 & + \left( \frac{\pi^2}{L_z^{*2}} n_2^2 + k_2^{*2} - \frac{E_2}{E_d} \right) \left[ \frac{\sqrt{k'^{*2} - \eta^2} \operatorname{ch} \left( L_z^* \sqrt{k'^{*2} - \eta^2} \right)}{\left( \frac{\pi^2 n_2^2}{L_z^{*2}} + (k'^{*2} - \eta^2) \right)^2} \times \frac{2\pi n_2}{L_z^*} - \right.
 \end{aligned}$$

$$\left. \left. \left. -\frac{2\pi n_2}{L_z^*} \sqrt{k^{*2} - \eta^2} - 2\pi n_2 \operatorname{sh} \left( L_z^* \sqrt{k^{*2} - \eta^2} \right) \left( \frac{\pi^2 n_2^2}{L_z^{*2}} + (k^{*2} - \eta^2) \right) \right) \right] \right\} \times \left. \frac{k^* k'^* k_1^* k_2^*}{\sqrt{(k^{*2} - \eta^2)(k'^{*2} - \eta^2)(k^{*2} - k_1^{*2})^3 (k^{*2} - k_2^{*2})^3}} \right|^2. \quad (26)$$

Сечение фотоионизации ДПЦ в КЯ определяется выражением

$$\sigma(\omega) = \frac{2\pi}{\hbar I_0} \sum_n \int_0^\infty dk_1 \int_0^\infty dk_2 |M|^2 \delta(E_{n,k} + |E_1| + |E_2| - \hbar\omega), \quad (27)$$

где  $\delta(x)$  – дельта-функция Дирака.

Учитывая (26) и выполняя в (27) интегрирование, сечение двойной фотоионизации можно записать в виде

$$\begin{aligned}
 \sigma(X) = & \sum_{n_1=1}^{N_1} \sum_{n_2=1}^{N_2} \frac{\lambda_0^2 \alpha^* I_0 \hbar a_d^4}{X} \times \frac{[\eta^{-2} + \operatorname{sh}(\eta^{-2})]^4}{\pi^7 E_d L_z^*} \times \\
 & \times \left| \int_0^\infty \int_0^\infty dk^* dk'^* \left\{ \left( X - \frac{|E_2|}{E_d} \right) \left[ \frac{\sqrt{k^{*2} - \eta^2} \operatorname{ch} \left( L_z^* \sqrt{k^{*2} - \eta^2} \right)}{\left( \frac{\pi^2 n_1^2}{L_z^{*2}} + (k^{*2} - \eta^2) \right)^2} \times \frac{2\pi n_1}{L_z^*} - \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. - \frac{2\pi n_1}{L_z^*} \sqrt{k^{*2} - \eta^2} - 2\pi n_1 \operatorname{sh} \left( L_z^* \sqrt{k^{*2} - \eta^2} \right) \left( \frac{\pi^2 n_1^2}{L_z^{*2}} + (k^{*2} - \eta^2) \right) \right] \right\} + \right. \\
 & \left. + \left( X - \frac{|E_1|}{E_d} \right) \left[ \frac{\sqrt{k'^{*2} - \eta^2} \operatorname{ch} \left( L_z^* \sqrt{k'^{*2} - \eta^2} \right)}{\left( \frac{\pi^2 n_2^2}{L_z^{*2}} + (k'^{*2} - \eta^2) \right)^2} \times \frac{2\pi n_2}{L_z^*} - \frac{2\pi n_2}{L_z^*} \sqrt{k'^{*2} - \eta^2} - \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. - 2\pi n_2 \operatorname{sh} \left( L_z^* \sqrt{k'^{*2} - \eta^2} \right) \left( \frac{\pi^2 n_2^2}{L_z^{*2}} + (k'^{*2} - \eta^2) \right) \right] \right\} \frac{k^* k'^*}{\sqrt{(k^{*2} - \eta^2)(k'^{*2} - \eta^2)}} \times \right. \\
 & \left. \times \frac{\sqrt{\left( X + \pi^2 n_1^2 / L_z^{*2} + |E_1| / E_d \right) \left( X + \pi^2 n_2^2 / L_z^{*2} + |E_2| / E_d \right)}}{\sqrt{\left( k^{*2} - X - \pi^2 n_1^2 / L_z^{*2} - |E_1| / E_d \right)^3 \left( k'^{*2} - X - \pi^2 n_2^2 / L_z^{*2} - |E_2| / E_d \right)^3}} \right|^2, \quad (28)
 \end{aligned}$$

где  $N_1$  и  $N_2$  являются целыми частями решения уравнения вида  $N_i = \left[ L_z^* \sqrt{X - |E_i|/E_d} \right], i = 1, 2$ .

Выполним расчет коэффициента примесного поглощения света  $K(\omega)$  для многоямной квантовой структуры (МКС) с учетом дисперсии ширины КЯ. Будем предполагать, что в каждой КЯ структуры находится по одному ДПЦ в точке  $\vec{R}_a = (0, 0, 0)$ , а дисперсия ширины КЯ  $u = L_z/\bar{L}_z$  ( $\bar{L}_z$  – среднее значение ширины КЯ) описывается распределением гауссова вида  $P(u)$ :

$$P(u) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\pi} \Phi(0,5)} \exp\left[-(u-1)^2\right], & \text{если } 0,5 \leq u \leq 1,5, \\ 0, & \text{если } u < 0,5 \text{ или } u > 1,5; \end{cases} \quad (29)$$

где  $\Phi(x)$  – интеграл ошибок.

Коэффициент двойной фотоионизации света можно получить из (25) путем усреднения по всем возможным значениям  $u$  с весовой функцией  $P(u)$ :

$$K(\omega) = \frac{1}{L_c S} \int_{0,5}^{1,5} du P(u) \sigma(\omega, u), \quad (30)$$

где  $\bar{L}_c$  – средний период структуры с КЯ;  $S$  – площадь сечения структуры плоскостью, перпендикулярной ее оси роста.

С учетом (28) соотношение (30) примет вид

$$K(\omega) = \frac{\lambda_0^2 \alpha^* \hbar a_d^4}{L_c S \pi^7} \int_{0,5}^{1,5} \sum_{n_1=1}^{N_1} \sum_{n_2=1}^{N_2} \frac{P(u)}{X} \times \frac{\left[ \eta^{-2} + \text{sh}(\eta^{-2}) \right]^4}{\bar{L}_z^* u} \times \\ \times \left| F(X, n_i, E_j, \bar{L}_z^*, u, \eta) + F(X, n_j, E_i, \bar{L}_z^*, u, \eta) \right|^2 du, \quad (31)$$

где введены обозначения

$$F(X, n_i, E_j, \bar{L}_z^*, u, \eta) = \\ = 2\pi n_i \left( X - \frac{|E_j|}{E_d} \right) \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{1}{\bar{L}_z^* u} \left[ \frac{\text{ch}\left(\bar{L}_z^* u \sqrt{k^{*2} - \eta^2}\right)}{\left(\frac{\pi^2 n_i^2}{\bar{L}_z^{*2} u^2} + (k^{*2} - \eta^2)\right)^2} - 1 \right] - \\ - \text{sh}\left(\bar{L}_z^* u \sqrt{k^{*2} - \eta^2}\right) \left( \frac{\pi^2 n_i^2}{\bar{L}_z^{*2} u^2} + (k^{*2} - \eta^2) \right) \right] k^* k'^* \times$$

$$\times \frac{\sqrt{\left(X + \pi^2 n_1^2 / \bar{L}_z^{*2} + |E_1| / E_d\right) \left(X + \pi^2 n_2^2 / \bar{L}_z^{*2} + |E_2| / E_d\right)} dk^* dk^{*2}}{\sqrt{\left(k^{*2} - \eta^2\right) \left(k^{*2} - X - \frac{\pi^2 n_i^2}{\bar{L}_z^{*2} u^2} - \frac{|E_i|}{E_d}\right) \left(k^{*2} - X - \frac{\pi^2 n_j^2}{\bar{L}_z^{*2} u^2} - \frac{|E_j|}{E_d}\right)}}, \quad (32)$$

здесь  $i, j = 1, 2$ .

На рис. 2,*а* представлены спектры двойной фотоионизации, полученные путем численного анализа формулы (31), для МКС и для сравнения приведены также спектры двойной фотоионизации в случае квазиульмерной структуры (КС) (рис. 2,*б*) [15]. Характерной особенностью спектральных зависимостей коэффициента двойной фотоионизации света в МКС (рис. 2,*а*) является двугорбый, обусловленный электронными корреляциями профиль, в котором правый пик с уменьшением поперечного размера структуры  $\bar{L}_z^*$  исчезает. Это обусловлено тем, что с уменьшением  $\bar{L}_z^*$  возрастает энергия размерного квантования, в результате чего электронная корреляция подавляется. Как можно видеть из сравнения кривых  $I$  на рис. 2,*б* и рис. 2,*а*, переход МКС  $\rightarrow$  КС сопровождается трансформацией полосы поглощения, проявляющейся в увеличенном провале и большем расстоянии между пиками на «двугорбом» профиле спектральных кривых. Это связано с уменьшением влияния квантового размерного эффекта на двухэлектронное примесное состояние в МКС и с ростом межэлектронной корреляционной энергии  $U = E_2 - E_1$ , которая определяет расстояние между максимумами спектральной кривой.

### Заключение

В рамках модели потенциала нулевого радиуса проведен вариационный расчет первого потенциала ионизации двухэлектронной примеси с эффективным зарядом ядра, равным нулю, в полупроводниковой КЯ, описываемой моделью «жесткой стенки». Показано, что с уменьшением ширины КЯ уменьшается пороговое значение второго потенциала ионизации, при котором возможно существование двухэлектронного примесного состояния. Это обусловлено подавлением электронных корреляций, связанным с ростом энергии размерного квантования. При сравнении со случаем двухэлектронного примесного центра в КТ выявлено, что условия существования таких примесных состояний в КЯ оказываются менее благоприятными из-за размерного ограничения только в одном пространственном направлении. В дипольном приближении получена аналитическая формула для коэффициента примесного поглощения при двойной фотоионизации двухэлектронных примесных центров в многоямной квантовой структуре с учетом дисперсии ширины КЯ, описываемой функцией гауссова вида. Исследована спектральная зависимость коэффициента примесного поглощения света, а также его зависимость от средней ширины КЯ. Показано, что для спектров двойной фотоионизации характерен «двугорбый» профиль, в котором с уменьшением средней ширины КЯ правый пик исчезает, что связано с подавлением электронных корреляций. Проведено сравнение со случаем двойной фотоионизации в полупроводниковой квазиульмерной структуре.



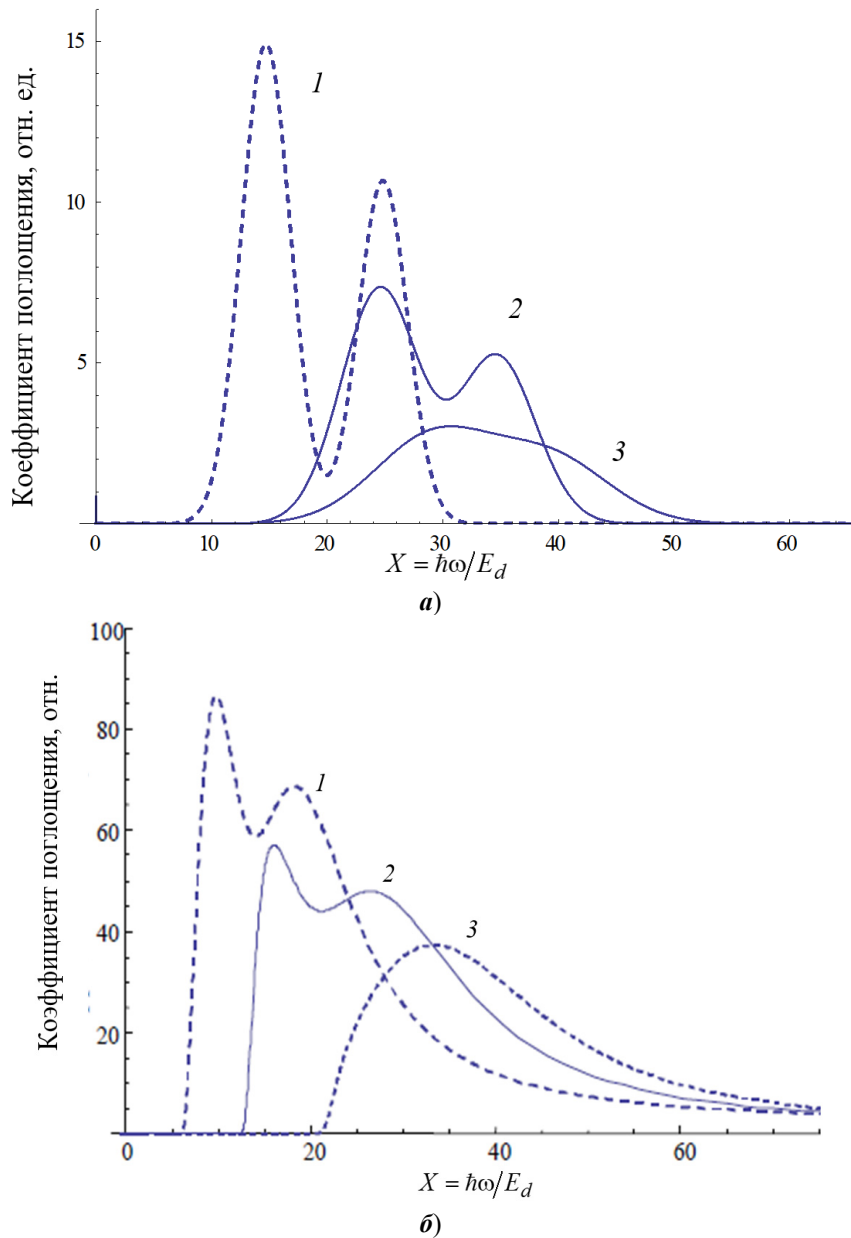


Рис. 2. Спектральная зависимость коэффициента поглощения света при двойной фотоионизации двухэлектронных примесных центров: **a** – многоямная квантовая структура для различных значений  $\bar{L}_z$ : 1 – 3; 2 – 1; 3 – 0,5; **б** – квазиуменьшенная структура для различных значений среднего радиуса КТ  $\bar{R}_0^*$ : 1 – 3; 2 – 1; 3 – 0,5, при  $E_2 = 0,04$  эВ

Показано, что переход МКС  $\rightarrow$  КС связан с трансформацией спектральной кривой, что выражается в увеличении провала между пиками «двугорбого» профиля и ростом расстояния между максимумами поглощения. Это обусловлено уменьшением влияния квантового размерного эффекта и усилением электронных корреляций в многоямной квантовой структуре.

### Список литературы

1. Анисимова Г. П., Капелькина Е. Л., Семенов Р. И., Тучкин В. И. Учет контактных взаимодействий в матричных элементах оператора энергии двухэлектронных конфигураций // *Оптика и спектроскопия*. 1996. Т. 81, № 4. С. 543–548.
2. Зайцев С. А., Кныр В. А. Реакция двойной фотоионизации атомов в J-матричном подходе // *Вестник тихоокеанского государственного университета*. 2010. № 1 (16). С. 13–18.
3. Алешин М. С., Зайцев С. А. Исследование роли начального состояния в описании процесса двойной фотоионизации атома гелия // *Вестник тихоокеанского государственного университета*. 2011. № 3 (23). С. 13–18.
4. Михайлов А. И., Михайлов И. А. Двойная ионизация и ионизация с возбуждением в комптоновском рассеянии высокоэнергетических фотонов на метастабильных состояниях гелиеподобных ионов // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1999. Т. 116, № 6 (12). С. 1889–1902.
5. Есеев М. К., Матвеев В. И. Исследование аналитических волновых функций двухэлектронных систем в динамических взаимодействиях с многозарядными ионами и ультракороткими импульсами электромагнитного поля // *Журнал технической физики*. 2008. Т. 78, № 8. С. 28–33.
6. Пресняков Л. П., Усков Д. Б. Двойная ионизация атомов многозарядными ионами и сильным электромагнитным полем: эффекты корреляции в непрерывном спектре // *Письма в журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1997. Т. 66, № 1. С. 23–26.
7. Матвеев В. И., Парилис Э. С. Встряска при электронных переходах в атомах // *Успехи физических наук*. 1982. Т. 138. С. 573–602.
8. Волкова Е. А., Попов А. М., Тихонова О. В. Двухэлектронная ионизация квантовой системы в лазерном поле: эффект перераспределения и межчастичные корреляции // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2000. Т. 118 (4). С. 816–823.
9. Делоне Н. Б., Зон Б. А., Крайнов В. П., Преображенский М. А. О механизме двухэлектронной многофотонной ионизации атомов // *Письма в журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1979. Т. 30 (5). С. 260–262.
10. Грызлова Е. В., Магунов А. И., Ротгер И., Страхова С. И. Фотоионизация атома гелия с участием связанных циркулярно-поляризованным лазерным полем автоионизационных состояний // *Квантовая электроника*. 2005. Т. 35 (1). С. 43–47.
11. Надыкто Б. А. Полуэмпирическая модель расчета энергий состояний многоэлектронных атомов // *Успехи физических наук*. 1993. Т. 163. С. 37–74.
12. Pandey R. K., Manoj K., Harbola, Vijay A Singh. Helium-like donors in semiconductor quantum dots // *J. Phys.: Condens. Matter*. 2004. № 4. P. 1769–1776.
13. Krause M. O., Wulleumier F. *Elektron and Photon Interactions with Atoms*. New York : Plenum Press, 1976. 682 с.
14. Гринберг А. А., Белорусец Е. Д. Об энергетическом спектре многозарядных примесных центров в полупроводниках // *Физика твердого тела*. 1978. № 20. С. 1970–1978.
15. Кревчик В. Д., Разумов А. В., Будянский П. С. Двойная фотоионизация двухэлектронных примесных центров в квазиульмерных структурах // *Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки*. 2014. № 3. С. 228–240.
16. Кревчик В. Д., Яфасов А. Я. Поглощение света при двухфотонных переходах с нейтральных глубоких примесных центров в квантовой полупроводниковой пленке // *Физика и техника полупроводников*. 1981. Т. 15. С. 2263.

### References

1. Anisimova G.P., Kapel'kina E.L., Semenov R.I., Tuchkin V.I. Taking into account contact interactions in matrix elements of the energy operator of two-electron configuration. *Optika i spektroskopiya = Optics and spectroscopy*. 1996;81(4):543–548. (In Russ.)

2. Zaytsev S.A., Knyr V.A. The double photoionization of atoms in the G-matrix approach. *Vestnik tikhookeanskogo gosudarstvennogo universiteta = Bulletin of Pacific State University*. 2010;(1):13–18. (In Russ.)
3. Aleshin M.S., Zaytsev S.A. Investigation of the role of the initial state in the description of the process of double photoionization of a helium atom. *Vestnik tikhookeanskogo gosudarstvennogo universiteta = Bulletin of Pacific State University*. 2011;(3):13–18. (In Russ.)
4. Mikhaylov A.I., Mikhaylov I.A. The double ionization and excitation ionization in Compton scattering of high-energy photons by metastable states of helium-like ions. *Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki = Journal of experimental and theoretical physics*. 1999;116(6):1889–1902. (In Russ.)
5. Eseev M.K., Matveev V.I. Studying analytical wave functions of two-electron systems in dynamic interactions with multiply charged ions and ultrashort pulses of an electromagnetic field. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki = Journal of technical physics*. 2008;78(8):28–33. (In Russ.)
6. Presnyakov L.P., Uskov D.B. The double ionization of atoms by multiply charged ions and a strong electromagnetic field: correlation effects in the continuous spectrum. *Pis'ma v zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki = Letters to the Journal of experimental and theoretical physics*. 1997;66(1):23–26. (In Russ.)
7. Matveev V.I., Parilis E.S. Shake-up during electronic transitions in atom. *Uspekhi fizicheskikh nauk = Advances in physical sciences*. 1982;138:573–602. (In Russ.)
8. Volkova E.A., Popov A.M., Tikhonova O.V. Two-electron ionization of a quantum system in a laser field: rescattering effect and interparticle correlations. *Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki = Journal of theoretical and experimental physics*. 2000;118(4):816–823. (In Russ.)
9. Delone N.B., Zon B.A., Kraynov V.P., Preobrazhenskiy M.A. On the mechanism of two-electron multiphoton ionization of atoms. *Pis'ma v zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki = Letters to the journal of experimental and theoretical physics*. 1979;30(5):260–262. (In Russ.)
10. Gryzlova E.V., Magunov A.I., Rotter I., Strakhova S.I. A photoionization of a helium atom with the participation of autoionization states coupled by a circularly polarized laser field. *Kvantovaya elektronika = Quantum electronics*. 2005;35(1):43–47. (In Russ.)
11. Nadykto B.A. Semi-empirical model for calculating the energy of states of multielectron atoms. *Uspekhi fizicheskikh nauk = Advances in physical sciences*. 1993;163:37–74. (In Russ.)
12. Pandey R.K., Manoj K. Harbola, Vijay A Singh. Helium-like donors in semiconductor quantum dots. *J. Phys.: Condens. Matter*. 2004;(4):1769–1776. (In Russ.)
13. Krause M.O., Wulleumier F. *Elektron and Photon Interactions with Atoms*. New York: Plenum Press, 1976:682.
14. Grinberg A.A., Belorusets E.D. On the energy spectrum of multiply charged impurity centers in semiconductors. *Fizika tverdogo tela = Solid state physics*. 1978;20:1970–1978. (In Russ.)
15. Krevchik V.D., Razumov A.V., Budyanskiy P.S. The double photoionization of two-electron impurity centers in quasi-zero-dimensional structures. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences*. 2014;(3):228–240. (In Russ.)
16. Krevchik V.D., Yafasov A.Ya. Light absorption at two-photon transitions from deep neutral impurity centers in a quantum semiconductor film. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov = Semiconductor physics and technology*. 1981;15:2263. (In Russ.)

**Информация об авторах / Information about the authors**

***Владимир Дмитриевич Кревчик***

доктор физико-математических наук,  
профессор, декан факультета  
информационных технологий  
и электроники, Пензенский  
государственный университет  
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: physics@pnzgu.ru

***Vladimir D. Krevchik***

Doctor of physical and mathematical  
sciences, professor, dean of the faculty  
of information technology and electronics,  
Penza State University (40 Krasnaya  
street, Penza, Russia)

***Алексей Викторович Разумов***

кандидат физико-математических наук,  
доцент, доцент кафедры общей физики  
и методики обучения физике,  
Пензенский государственный  
университет (Россия, г. Пенза,  
ул. Красная, 40)

E-mail: physics@pnzgu.ru

***Aleksey V. Razumov***

Candidate of physical and mathematical  
sciences, associate professor, associate  
professor of the sub-department of general  
physics and physics teaching methods,  
Penza State University (40 Krasnaya  
street, Penza, Russia)

***Михаил Борисович Семенов***

доктор физико-математических наук,  
профессор, заведующий кафедрой  
физики, Пензенский государственный  
университет (Россия,  
г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: physics@pnzgu.ru

***Mikhail B. Semenov***

Doctor of physical and mathematical  
sciences, professor, head of the  
sub-department of physics, Penza  
State University (40 Krasnaya street,  
Penza, Russia)

***Ирина Михайловна Мойко***

ассистент кафедры высшей  
и прикладной математики, Пензенский  
государственный университет  
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: physics@pnzgu.ru

***Irina M. Moyko***

Assistant of the sub-department of higher  
and applied mathematics, Penza State  
University (40 Krasnaya street,  
Penza, Russia)

**Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов / The authors declare no conflicts of interests.**

**Поступила в редакцию / Received 05.07.2021**

**Поступила после рецензирования и доработки / Revised 20.07.2021**

**Принята к публикации / Accepted 05.08.2021**