

## Как учить университетской математике онлайн?

*Никита Калинин*

В 2020 году случилась эпидемия коронавируса и многие университеты перешли на онлайн-обучение — чтобы уменьшить число социальных контактов между людьми и тем самым снизить нагрузку на систему здравоохранения. В заметке приведены соображения о том, как учить математиков в таких условиях.

### Введение

#### **Переход математического образования в онлайн поневоле**

16 марта 2020 года факультет математики и компьютерных наук СПбГУ перешёл на онлайн-обучение по решению руководства факультета: студентам запретили приходить на факультет, иногородним студентам настоятельно рекомендовали уехать к родителям.

Так или иначе, если раньше плюсы и минусы онлайн-образования обсуждали несколько абстрактно, то сейчас вопрос был совершенно другой: нельзя контактировать со студентами, нельзя посещать университет — как тогда учить студентов математике, какие технические средства и методы использовать?

Несмотря на то, что многие зарубежные университеты уже перешли на онлайн-образование, никаких Wunderwaffe в сети найти не удалось. Никто толком не знает, как качественно учить математике онлайн (если это вообще возможно), имеется много текстов с довольно общими советами («будьте в контакте со студентами», «давайте ясно понять, чего вы хотите, какие задания и когда дедлайн»). Редким приятным исключением является живо написанный текст, где собраны все советы, известные человечеству

[https://innovate.suny.edu/community/wp-content/uploads/2020/03/Chronicle-Article\\_CoronaVirus.pdf](https://innovate.suny.edu/community/wp-content/uploads/2020/03/Chronicle-Article_CoronaVirus.pdf).

Дальнейший текст является дополнением к нему.

#### **Варианты того, зачем студенты и преподаватель собираются в одном месте (физическом или онлайн)**

Чего добивается студент, который подключился к онлайн-лекции и слушает её (или не слушает), чего хочет преподаватель, который подготовил слайды и по ним что-то монотонно рассказывает? Ответы на эти вопросы неочевидны и вряд ли зависят от того, как именно технически организовано обучение. Варианты ответов разнообразны:

- на спецкурсе преподаватель может рассказывать о новейших достижениях человеческой мысли,
- систематизировать свои знания (наличие слушателей мотивирует разбираться лучше),
- искать с помощью спецкурса будущих студентов.

Студент может быть привлечён

- предметом,
- харизмой преподавателя,
- задачами, которые будут сформулированы и которые можно решать,
- необходимостью сдать какое-то количество курсов и студент выбрал самый простой (с его точки зрения).

На обязательном курсе преподаватель может систематически рассказывать общеобразовательные вещи, а студент — смутно верить, что всё рассказываемое когда-то пригодится.

На 3–4 курсе студенты учатся более осознанно — потому что уже лучше представляют, чего хотят от них, и чего хотят они сами. В онлайн-обучении **цель выходит на первое место: если первокурсник не очень понимает, зачем ему читают матанализ или геометрию**, что из рассказываемого нужно знать, как будет проходить экзамен и так далее — ему сложнее сконцентрироваться на лекции, сложнее задать вопрос, если что-то непонятно.

Я попробую сформулировать то, как я понимаю цели лекций, практических занятий и семинаров (многие могут с ними не согласиться). Нелишним будет сказать, что при написании этого текста я впервые задумался о таких вещах, поэтому студентам они тоже могут быть неочевидны.

Если к вам на онлайн-лекцию приходят вялые студенты, которые ничего не понимают и не задают никаких вопросов, то, наверное, что-то не так с целями — может быть, студенты вообще не понимают, зачем они смотрят лекцию и для чего это им нужно? Может быть они не знают, как будет проходить экзамен и что там будут спрашивать?

### Общеобразовательные лекции

На лекциях студенты должны

- следить за ходом мысли преподавателя,
- решать упражнения и задачи, выданные на лекции (только так они могут проверить, что их понимание настоящее, а не кажущееся),
- регулярно (до и после лекции) повторять дома материал, чтобы он запомнился надолго и хорошо уложился в голове. Полезно вести конспект.

Цель: по окончании курса студент должен помнить наизусть все основные теоремы и определения (с мотивацией), сходу уметь доказывать несложные факты, решать упражнения, представлять логическую структуру курса (что из чего следует и какие методы где применяются), и за час-два решать достаточно сложные задачи или восстанавливать по памяти доказательства сложных теорем.

### Практические занятия

На практических занятиях студенты должны

- решать задачи,
- тренироваться в рассказе решений, поиске ошибок в них.

Возможные цели: детально разобрать основные примеры, научиться применять общие важные теоремы (выводить из них следствия, возможно, даже не понимая доказательств этих теорем), самостоятельно изучить ответвления от общей темы, которые неуместно рассказывать на лекциях.

### Семинары

Студенты должны

- делать доклады и
- участвовать в обсуждении.

Возможные цели: привлечь студентов к обсуждению открытых вопросов, того что важно и неважно в данной области, тренировать студентов делать доклады и воспринимать доклады, совместно разбираться в одной теме в течение довольно продолжительного времени (полгода).

Если студенты и преподаватели осознанно преследуют именно эти (или похожие) цели, то нет никакой разницы, как именно технически проходит обучение. Как только студенты что-то перестают понимать, они задают вопрос, по необходимости просят преподавателя замедлиться или ускориться, делают домашние задания и так далее. Студенты прикладывают усилия в правильном направлении, всё получается (пусть и не сразу). Если целей нет — студенту нечем заняться, он откроет лекцию на youtube о истории династии Цин (курс по Цин сдать надо, но это не профильный курс и вообще всем поставят зачет автоматом) — то велика вероятность, что ничего не запомнится, и что студент

переключится на более развлекательный канал, начнёт проверять сообщения в соцсетях, читать новости про коронавирус и пр.

Проблемы оценивания студентов, мотивировки немотивированных, что делать со слабыми студентами, которые ничего не понимают, — я намеренно выношу за скобки (в условиях обычной жизни их надо системно решать, в условиях аврала и карантина заведомо нет ресурсов для их решения).

### **Чем онлайн-обучение хуже, чем вживую?**

Общеизвестно, почему преподавание содержательных курсов по математике сложно делать без физического присутствия студентов. Вы не видите студентов, поэтому не знаете, понимают ли слушатели что-то или нет (и есть ли они вообще), некоторые смотрят вас в записи. Вы не можете писать на доске, вам нужно иметь компьютер и быстрый интернет, на подготовку качественного онлайн-занятия может уходить намного больше времени, чем на обычное занятие. Непонятно, как проводить контрольные и экзамены, как вообще организовать общение со студентами.

Лекции можно записать на видео, но не так интересно (и легко!) читать лекцию в пустой аудитории, где в дальнем конце стоит оператор с камерой и более никого. Если лекции записываются, то слушатели не могут задать вопрос, и при просмотре видео дома многие из них **легко отвлекаются на посторонние дела**, не ведут конспект, материал усваивается хуже.

Поскольку студенты не приходят физически в одно место, пропадает важный элемент образования: общение с сокурсниками, которых раньше можно было спросить как решается та или иная задача, попросить объяснить непонятное место в лекции. Пропадает элемент соревновательности (решить больше задач на занятии, задать каверзный вопрос преподавателю).

### **Какие предметы можно выучить онлайн, а какие нельзя?**

Мне знакомы (из личного опыта и рассказа коллег) хорошие курсы онлайн: анализ данных, написание технических текстов, машинное обучение, вышивание.

Все эти курсы учат некоторому ремеслу:

- слушатели хотят приобрести вполне конкретные навыки (нужные им уже сейчас),
- имеются внятные домашние задания или проекты (зачастую сложные, но состоящие из большого числа простых шагов),
- обычно легко проверить, насколько хорошо и правильно выполнены домашние задания.

Все эти условия нарушаются при преподавании математики: сложно очертить приобретаемые навыки, задачи имеют огромный разброс по сложности, проверить, правильно ли решение сложной задачи, может быть тяжело даже преподавателю. Получаем следующие выводы:

Студенты должны понимать, какие именно навыки они вырабатывают и почему это нужно делать самостоятельно (варианты ответа: на экзамене будут спрашивать как связаны между собой разные части курса, а задачи нужно научиться решать самому, потому что для зачёта нужно будет написать контрольные), качество онлайн обучения математики напрямую зависит от того, насколько много личного общения между преподавателем и студентом (например, устный коллоквиум по скайпу, устное общение по поводу задач, ответы на вопросы) — иными словами, устная обратная связь (не все студенты могут отличить правильно решение от неправильного).

### **Сценарии как можно преподавать онлайн: лекции, семинары и т. п.**

В течение недели 16–22 марта 2020 г. занятий не было, тестировались и обсуждались разные способы их проведения. В итоге основной системой был выбран zoom, были куплены 8 платных аккаунтов, и были созданы 8 каналов, которые работали круглосуточно и играли роль виртуальных «аудиторий». В расписании вместо аудиторий указывали id каналов, студенты 1-2 курсов занимались каждый день в одной аудитории (101 для 101 группы, 102 для 102 группы и т. д., лекции первого

курса в аудитории 101), чтобы минимизировать путаницу (id 101 комнаты не менялся на протяжении всего семестра). Студенты 3-4 курсов и магистры занимались в разных аудиториях, поскольку большинство предметов по выбору. Расписание онлайн-занятий осталось идентичным расписанию, которое было запланировано на семестр. Всё происходящее в каналах автоматически записывалось в облако, затем секретари нарезали файлы в полуавтоматическом режиме и выкладывали их в закрытые каналы на youtube, где студенты могли их пересматривать.

### Лекции

- Имелись лекции 1–2 курсов прошлых лет, записанные Лекториумом (<https://www.lektorium.tv>), поэтому некоторые лекторы спешно записали (с операторами Лекториума) те лекции, которые логически подводили рассказанный на 15 марта материал к уже записанным прошлогодним курсам, предоставили студентам ссылки на видео прошлых лет и электронные конспекты. Многие спецкурсы записываются Лекториумом, поэтому преподаватели по возможности записывали несколько следующих лекций сразу. Затем, в режиме онлайн, на паре по расписанию — лекторы отвечали на вопросы, которые задавали им слушатели (просмотревшие видео лекций или прочитавшие электронный конспект).
- Лектор пишет конспект (или слайды) к лекции (в  $\text{T}_\text{E}_\text{X}$ ), и заранее высылает его студентам, а потом, во время пары, показывает его на экране и комментирует, студенты могут заранее ознакомиться с конспектом, и могут задать более осмысленные вопросы во время обсуждения сложных мест.
- Лектор заранее пишет стилосом на планшете конспект лекции (или крупным почерком на листах А4, затем сканирует), затем во время онлайн-лекции делает пометки (мышкой или стилосом).

За исключением случая, когда есть видео-запись лекций прошлого года и электронный конспект к ним, преподавателю приходится тратить существенно больше времени на подготовку онлайн-занятий.

### Семинары

Семинары довольно удобно проводить в Skype или zoom — докладчик демонстрирует экран, на котором показывает слайды или пишет стилосом по планшету. Возможны и менее технологичные решения: закрепляется смартфон, ставится правильное освещение, и докладчик пишет на маркерной доске или даже просто ручкой на большом бумажном листе, камера телефона транслирует изображение слушателям. Слушателям рекомендуется иногда делать `printscreen`, чтобы иметь возможность пересмотреть слайды или записи, которые были на видео несколько минут назад. Семинары легче всего переносятся онлайн.

### Практические занятия

Можно

- заранее записывать разбор задач (стилосом на планшете, или камерой телефона снять преподавателя, пишущего на доске или ручкой на бумаге), студентам заранее сообщаются задачи, они их дома самостоятельно решают, потом получают видео с решениями, и их смотрят.
- Иметь конспект всего того, что происходит на практике (2 страницы в  $\text{T}_\text{E}_\text{X}$ ) с основными идеями и примерами (выдавать студентам за несколько дней до пары).
- В zoom имеется техническая возможность разбивать пришедших студентов на маленькие группы по 3–4 человека, и дальше каждая группа общается в своём канале, устно обсуждая, как решать задачи, преподаватель может перемещаться между группами и давать подсказки. Если принять за аксиому, что студенты должны решать задачи во время занятия, то видео с разбором задач и ответами на вопросы студентов надо записывать после занятия, а не до.
- Не проводить практических занятий, а выдать студентам задачи, и потом проверять решения, написанные в  $\text{T}_\text{E}_\text{X}$  и присланные по почте.

- В начале занятия показать пару слайдов, напоминая теоретический материал, потом сказать студентам решать задачи, фотографировать и посылать их на почту. Когда надо студента «вызвать к доске», на экран выводится его присланное решение и студент по аудиоканалу в zoom комментирует это решение.

Полезно устраивать опросы-контрольные (или домашние задания) с простыми вопросами на понимание. Чтобы демотивировать списывание, такой опрос засчитывается, если сдан, вне зависимости от количества правильных ответов.

### Экзамены

В онлайн-преподавании довольно сложно удостовериться, что письменную работу выполнил конкретный студент, а не кто-то другой. Существуют различные системы прокторинга, когда специально обученные люди наблюдают через вебкамеру за тем, что студент делает, студенты до экзамены должны показать, что на столе ничего нет, в комнате никого нет, необходимо установить специальные программы, которые запрещают выводить на экран что-то, кроме окна с экзаменационными вопросами, и так далее. Прокторинг не всем подходит: студенты, которые у нас учатся, ни в какой момент заранее не соглашались на подобного рода вторжение в личную жизнь. Более того, необходимо быть готовым поставить студенту плохую оценку, если у студента отключился звук или пропало видео (мы были не готовы). Ещё хуже, для студентов, которые обучаются на программистов, обмануть компьютерную прокторинговую систему (это возможно) может быть уже вопросом профпригодности.

Поэтому экзамены у нас были устные. Типичный экзамен выглядел так: студент получает билет, самостоятельно готовится в течение часа, потом в течение часа беседует с преподавателем, а если претендует на «5», то получает ещё час на решение задачи. Были случаи, когда у студентов «не работала камера» и можно было уловить голос «суфлёра», в этом случае преподаватель мог либо потребовать найти камеру, либо уйти с двойкой. Если есть подозрение, что присутствует суфлёр, можно быстро задавать простые вопросы. На коммуникацию с суфлёром уходит довольно много времени, студент не отвечает на простые вопросы, закономерно получает два и уходит. Были и честные студенты, которые за час не смогли разобраться в своём вопросе или не могли ответить на простые дополнительные вопросы. В целом, от обычного устного экзамена это отличалось мало, за исключением того, что преподаватели не могли слушать одновременно нескольких студентов, поэтому потраченное на приём экзаменов время увеличилось в 2-3 раза.

### Как можно было бы сделать онлайн-курс по математике

Мне кажется, онлайн-курс по математике гораздо ближе к книге, чем к лекциям. Иначе говоря, онлайн-курс по математике должен состоять из коротких (10-15 минут, большинство не может в домашних условиях сконцентрироваться на более длинных видео) роликов, которые перемежаются вопросами на понимание и задачами. Та же книга, только с видео вместо текста. Правильность решения тривиальных упражнений никем не проверяется и остаётся на совести обучающегося (как и упражнения из книги). Более нетривиальные задачи проверяются посредством peer-review — другие студенты курса их читают (узнавая новые для себя решения). Не возбраняется решать задачи вместе, искать решения в интернете и так далее, потому что проконтролировать это невозможно. Вместе с тем, необходимо подчёркивать необходимость самостоятельного решения как можно бóльшего числа задач, и то, что нельзя сдавать решения задач, не разобравшись в них (если угодно, это профессиональная этика математиков). В конце курса должен быть устный экзамен (или письменный, но очный), на котором сходу нужно уметь решать задачи из курса и рассказывать доказательства из курса. Должны быть консультации, на которых преподаватель отвечает на вопросы по курсу и выдаёт подсказки к задачам, например, раз в две недели. Ровно так я собираюсь устроить спецкурс по теории гомологий в осеннем семестре 2020г.

<https://stepik.org/course/75311/promo>

## Полезные приёмы при преподавании онлайн

*Голь на выдумки хитра.  
Нужда ум острит.*

Здесь мы приводим различные технически несложные действия, которые могут существенно улучшить онлайн-преподавание-и-обучение (будучи уместно и своевременно применёнными).

### Лекции и семинары, слушатели и рассказчики

- Параллельно занятию открыть google-документ, где все слушатели могут писать вопросы и отвечать на них, докладчик семинара (или лектор) тоже может туда периодически заглядывать. Таким образом, в дополнение к визуальному каналу появляется ещё быстро меняющийся документ, где участник, который что-то пропустил или недопонял, может это спросить у остальных.
- Объяснить студентам, как будет проходить экзамен, что они должны понимать, зачем всё это надо, и что делать, если не понимаешь. Спросить, что изменить в организации занятий, чтобы это им позволило легче достичь поставленных целей (менять при этом не обязательно, если студенты хотят какую-нибудь дичь). Хорошо бы со студентами обсудить их образовательные цели и как их достичь (например, напомнить, что надо делать дз, желательно вести конспект даже к лекциям, где есть слайды, и конспект иногда пересматривать).
- Сфокусируйтесь на том, что студенты должны изучить, а не на том, что вы хотите или можете преподавать.
- Чтобы мотивировать студентов понять, что они понимают или не понимают в курсе, можно давать домашние контрольные, состоящие из простых вопросов на понимание, устраивать опрос студентов на тему «укажите самый простой факт из курса, который вы не понимаете».
- Готовьте электронные конспекты лекций и заранее высылайте их студентам. Включайте камеру — студентам может быть важно видеть ваше лицо, а не только слышать голос.
- Слушайте студентов. Задавайте вопросы и терпеливо ждите ответов.

### Административная активность

- Необходимо мониторить, не перегружены ли студенты (и какие методы преподавателей им подходят лучше всего). Преподаватели ставят дедлайны на одну неделю, считают, что у студентов больше времени (раз всё онлайн), студентам в новых условиях сложнее концентрироваться, поэтому они вообще ничего не делают, отчаиваются и уходят в депрессию.
- Скажите студентам, что нельзя заниматься другими делами во время лекции. Надо сидеть и не отвлекаться. Либо поставить на паузу (если смотрят видео). Либо размышлять о связях с другими частями курса. Скажите студентам, что самое главное они должны извлечь из курса (например, решать много задач в первую очередь).
- Все материалы, расписание, ссылки должны храниться в одном месте, чтобы студентам не приходилось полчаса искать какой-то материал.

### Практические занятия, домашние работы, экзамены

- Проверку домашнего задания можно осуществить силами самих студентов — нужно указать, кто что проверяет, и предоставить пример правильно решённых заданий. Для студентов старше первого курса уже не должно быть проблемой отличить правильное решение от неправильного (для несложных задач). Сложные задачи должен проверять преподаватель.
- По окончании практического занятия каждый студент должен скинуть на почту (или туда, где централизованно происходит общение студентов и преподавателей — у нас был slack, но это может быть и Microsoft Teams) преподавателю решения задач, которые прошли на практике.
- На первой неделе онлайн-обучения должно быть простое обязательное домашнее задание, чтобы оттестировать связь.

- Текст с формулами в  $\text{\TeX}$  можно писать в форме для вопроса тут: <https://mathoverflow.net/questions/ask> (и раздавать этот экран студентам). Всё мгновенно компилируется ниже в окне просмотра.
- Контрольные, кажется, провести невозможно (студенты будут списывать). Либо индивидуальные дз, либо на маленькие группы. Вариант на время карантина: зачёт ставится по итогам устной беседы, студенты должны сходу уметь решать всё, что было пройдено на практике, и отвечать на похожие несложные вопросы.
- Если экзамен устный — можно провести его по скайпу, скажем, час беседа с каждым студентом и в непринуждённой беседе выясняя, что тот знает. Студент может закрепить телефон и транслировать то, как он пишет ручкой на большом листе.

### Полезные приёмы при обучении онлайн

- Во время занятия слушателям стоит иногда делать `printscreen`, чтобы можно было пересмотреть предыдущие слайды, страницы доклада или доску, исписанную формулами.
- Несмотря на наличие электронного конспекта и видео лекций, ведите свой конспект (ручкой по бумаге), возможно, в другом формате (после просмотра лекции, например) — план-схема курса, основные определения и следствия из них, или список основных идей доказательств, или список того, что не поняли, с последующим выяснением.
- Разделите время на учебное и неучебное. В учебное время не позволяйте себе отвлекаться (помогает переодеться в другую одежду и заниматься подальше от кровати, за одним и тем же столом), попросите близких не отвлекать вас. В неучебное время — отдыхайте, не учитесь, общайтесь с друзьями и родственниками. Разграничьте пространства — на зоны для учёбы и зоны для отдыха.
- Занимайтесь спортом, дышите свежим воздухом, ограничьте просмотр новостей и социальных сетей. Хорошо питайтесь. Ведите дневник (электронный или бумажный, только для себя), пишите туда, что тревожит.
- Когда хотите что-то нарисовать — рисуйте на бумаге, потом фотографируйте на телефон (на многих телефонах есть режим сканирования, который автоматически сделает фотографию чёрно-белой и чёткой), и показывайте фотографию преподавателю или сокурсникам.
- Простые лекции можно слушать на убыстренной скорости или в наушниках во время приготовления еды. На двух мониторах можно смотреть параллельно лекцию и конспект к ней.
- Trello помогает в ведении заметок и списков дел. Mind mapping работает хорошо для лучшего усвоения материала. Организуйте себе расписание (в Trello, любой другой программе, или просто на бумаге, что обычно эффективнее всего).
- Печатайте материалы на принтере. Во время занятий может быть полезно что-то делать руками (тренькать на гитаре, мять эспандер, рисовать).
- Лекции, которые надо прослушать или записать в режиме оффлайн, надо смотреть в тот же день и не откладывать, потому что иначе они могут начать накапливаться. Надо посещать все пары и делать всё домашнее, которое успеваешь сделать, не расстраиваться, если что-то не удалось успеть, но стараться спланировать, чтобы успеть как можно больше. Если непонятно, то задавать вопросы. Если задать достаточно вопросов, то всё можно очень хорошо понять. Реально обычно требуется не так уж и много вопросов.
- Использовать карточки для заучивания теории при помощи Anki. Разбивать теорию на мелкие карточки с одним утверждением или теоремой и повторять их с увеличивающимися интервалами, обнуляя текущий интервал, если не помнишь карточку. Это очень медленно и трудозатратно, но те материалы, которые есть на карточках, запоминаются.

## Взгляд со стороны студентов: онлайн — сложнее

Большой проблемой является то, что обучение онлайн очень похоже на самообучение, значит, требует большой самодисциплины. Прямые методы внедрения дисциплины: небольшие еженедельные задания с жёстким дедлайном. Рефлексивные домашние задания («укажите на самую простую теорему из курса, которую вы не поняли»), советы («нарисуйте mindmap курса»). Всё это уже обсуждалось выше.

Типичные проблемы, с которыми столкнулись наши студенты (из результатов опроса). Часть проблем связана с обучением онлайн, часть — с введённым карантином и общей тревожностью.

- Очень мало практики, очень много уходит на разбор самим, большинство практических занятий превратились в лекции по задачам (разбор решений).
- Не хватает живого общения (очень многим). Скучно, чувство одиночества, тоски.
- Вечером сильно устают глаза от сидения перед экраном.
- Сильно выросла нагрузка (дедлайны по листочкам в одно время, нужно просмотреть видео лекции, потом на пару прийти вопросы задавать, на практиках надо сначала самому решать задачи, потом на паре смотреть их разбор).
- Преподаватели заранее готовят конспект лекций и по нему рассказывают, в итоге рассказывают в два раза больше, чем раньше (и темп практик тоже существенно растёт, потому что преподавателю не надо на доске писать).
- Студенты опаздывают на пары, поэтому они начинаются позже и меньше проходят (если это те же пары, что и пунктом выше — то, может и ладно)
- Некоторым (совсем немногим) студентам совершенно нормально учиться онлайн. Некоторые (каждый пятый) говорят, что стало намного хуже и сложнее.
- Студентов очень расстраивает, когда у преподавателей плохо работает интернет или камера, спрашивают, почему МКН не обеспечил всех преподавателей качественными планшетами, стилосами и быстрым интернетом.
- Студенты просят больше ссылок на литературу (чтобы её можно было читать с электронных книжек — от них меньше глаза устают).
- У некоторых студентов плохой интернет, поэтому хорошо, что есть видео-записи занятий.

*Калинин Никита Сергеевич,  
доцент СПбГУ, с.н.с. НИУ ВШЭ СПб,  
Ph.D. in Mathematics в университете Женевы.*

*E-mail: nikaanspb@gmail.com*