



Общероссийский математический портал

А. А. Непомнящий, И. Б. Симановский, Возникновение термогравитационной конвекции при наличии растворимого поверхностно-активного вещества на границе раздела, *Прикл. мех. техн. физ.*, 1989, том 30, выпуск 1, 146–149

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.87

15 февраля 2025 г., 09:09:51



**ВОЗНИКНОВЕНИЕ ТЕРМОГРАВИТАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ
ПРИ НАЛИЧИИ РАСТВОРИМОГО
ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНОГО ВЕЩЕСТВА
НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА**

А. А. Непомнящий, И. Б. Симаковский
(Пермь)

Влияние нерастворимого поверхностно-активного вещества (ПАВ), нанесенного на границу раздела, на возникновение термогравитационной конвекции в двухслойной системе исследовалось в [1], где обнаружен новый тип колебательной неустойчивости равновесия.

В настоящей работе изучается влияние растворимости ПАВ на монотонную и колебательную моды неустойчивости. Установлено, что увеличение растворимости ПАВ приводит к понижению порога монотонной неустойчивости и к сужению области параметров, в которой колебательная неустойчивость более опасна.

Пусть пространство между двумя твердыми горизонтальными пластинами, на которых поддерживается постоянная различная температура (разность температур θ), заполнено двумя вязкими несмешивающимися средами. Начало координат помещено на границе раздела, ось x направлена горизонтально, ось y — вертикально вверх. Уравнения твердых границ: $y = a_1$ и $y = -a_2$. Коэффициенты динамической и кинематической вязкости, теплопроводности, температуропроводности и объемного расширения соответственно $\eta_m, \nu_m, \kappa_m, \chi_m, \beta_m$ ($m = 1$ для верхнего слоя, $m = 2$ — для нижнего). Влияние искривления границы раздела не учитывается, граница считается плоской и недеформируемой ($y = 0$).

Полагаем, что в нижней жидкости растворена поверхностно-активная примесь, характеризующаяся объемной $C(x, y)$ и поверхностной концентрацией $\Gamma(x)$. Изменение $\Gamma(x)$ ПАВ с учетом конвекции, диффузии, адсорбции и десорбции описывается уравнениями [2]

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(v_x \Gamma) = D_0 \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial x^2} + j, \quad j = -\frac{1}{\tau}(\Gamma - \Gamma_e),$$

где Γ_e — термодинамически равновесное значение концентрации; v_x — горизонтальная компонента скорости жидкости на границе раздела; D_0 — коэффициент поверхностной диффузии ПАВ; τ — время релаксации. Распределение C определяется краевой задачей

$$\begin{aligned} \partial C / \partial t + v \nabla C &= D_C \Delta C, \quad -a_2 < y < 0, \\ y = -a_2: \partial C / \partial y &= 0, \quad y = 0: -D_C \partial C / \partial y = j \end{aligned}$$

(D_C — коэффициент объемной диффузии ПАВ). Предполагается линейная зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры и $\Gamma(x)$: $\sigma = \sigma_0 - \alpha_T T - \alpha_\Gamma \Gamma$ (σ_0, α_T и α_Γ — константы).

Механическое равновесие характеризуется постоянным значением вертикального градиента температуры, равным $-\theta \kappa_2 / (\kappa_2 a_1 + \kappa_1 a_2)$ в верхней среде и $-\theta \kappa_1 / (\kappa_2 a_1 + \kappa_1 a_2)$ в нижней, а также постоянными значениями поверхностной и объемной концентрации ПАВ: Γ_0 и C_0 . Равновесные температуру и давление на границе раздела обозначим через T_0 и p_0 .

Перейдем к исследованию устойчивости равновесия. Введем обозначения: $\eta = \eta_1 / \eta_2$, $\nu = \nu_1 / \nu_2$, $\kappa = \kappa_1 / \kappa_2$, $\chi = \chi_1 / \chi_2$, $\beta = \beta_1 / \beta_2$, $a = a_2 / a_1$. В качестве единиц длины, времени, функции тока, температуры, поверхностной концентрации, объемной концентрации и плотности потока выберем соответственно a_1 , a_1^2 / ν_1 , ν_1 , θ , Γ_0 , Γ_0 / l , $\Gamma_0 \nu_1 / l a_1$ ($l = (\partial \Gamma / \partial C)_{C_0, T_0, p_0}$). Наложим на состояние равновесия возмущения функции тока ψ_m , тем-

пературы T'_m , объемной концентрации C' и поверхностной концентрации Γ' :

$$(\psi'_1, T'_1, \psi'_2, T'_2, C', \Gamma', j') = (\psi_1(y), T_1(y), \psi_2(y), T_2(y), C(y), \Gamma, j) \times \\ \times \exp [ikx - (\lambda + i\omega)t].$$

Здесь k — волновое число; $\lambda + i\omega$ — комплексный декремент.

Линеаризованные уравнения для возмущений функции тока и температуры имеют вид (зависимость плотности среды от концентрации примеси не учитывается) [1]

$$(1.1) \quad (\lambda + i\omega)D\psi_m = -d_m D^2\psi_m + ik \text{Gr} b_m T_m, \\ -(\lambda + i\omega)T_m - ik\psi_m A_m = \frac{c_m}{\text{Pr}} DT_m \quad (m = 1, 2),$$

где $D = d^2/dy^2 - k^2$; $b_1 = c_1 = a_1 = 1$; $b_2 = 1/\beta$; $c_2 = 1/\chi$; $a_2 = 1/\nu$; $\text{Gr} = g_1^0 a_1^3 / \nu_1^2$ — число Грасгофа; $\text{Pr} = \nu_1 / \chi_1$ — число Прандтля; $A_1 = -1/(1 + \kappa a)$, $A_2 = -\kappa/(1 + \kappa a)$ — безразмерные градиенты температуры в верхней и нижней средах. Обозначая дифференцирование по y штрихом, запишем условия на твердых границах:

$$(1.2) \quad y = 1: \psi_1 = \psi_1' = T_1 = 0, \quad y = -a: \psi_2 = \psi_2' = T_2 = 0.$$

Как показано в [2], условия на границе раздела могут быть приведены к форме

$$(1.3) \quad y = 0: \psi_1 = \psi_2 = 0, \quad \psi_1' = \psi_2', \quad T_1 = T_2, \quad \kappa T_1' = T_2', \\ \eta \psi_1'' + \frac{k^2 B \psi_1'}{\lambda + i\omega - D_s k^2 - A^2 E (1 + AE \text{Sc} \text{cth}(qa)/q)^{-1}} = \psi_2''.$$

Здесь $B = \alpha_r \Gamma_0 a_1 / \eta_2 \nu_1$; $D_s = D_0 / \nu_1$; $q = (k^2 - (\lambda + i\omega)\text{Sc})^{1/2}$; $\text{Sc} = \nu_1 / D_c$ — число Шмидта. При $A^2 E = a_1^2 / \nu_1 \tau \rightarrow 0$ (время релаксации для процесса растворения велико по сравнению с характерным гидродинамическим временем) растворение ПАВ не оказывает влияния на устойчивость равновесия. Напротив, при $A \gg 1$ получается задача об устойчивости равновесия системы в отсутствие ПАВ. Задача (1.1)—(1.3) описывает как монотонные, так и колебательные ветви неустойчивости. Численное решение краевой задачи осуществлялось методом Рунге — Кутты.

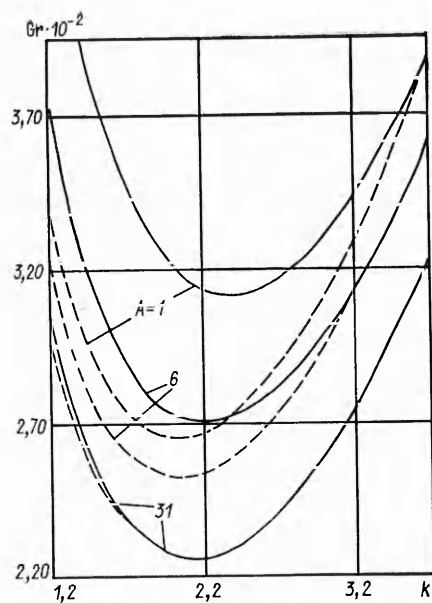
Опишем сначала результаты расчетов, выполненных для системы воздух — вода, со следующими параметрами: $\text{Pr} = 0,758$, $\eta = 0,0182$, $\nu = 15,1$, $\kappa = 0,0396$, $\chi = 138$, $\beta = 17,7$, $a = 1$. В отсутствие ПАВ неустойчивость равновесия для этой системы монотонная. Расчеты проводились для $D_s = 10^{-3}$, $B = 0,02$, $E = 100$.

На рис. 1 приведены монотонные (сплошные линии) и колебательные (штриховые) нейтральные кривые при $\text{Sc} = 10^3$. Видно, что с ростом параметра растворимости A монотонные нейтральные кривые опускаются, сужая область существования колебаний. Точка окончания колебательной нейтральной кривой смещается в длинноволновую область. При превышении значения A_* наиболее опасной становится монотонная мода. Зависимость частоты колебаний ω от волнового числа k показана на рис. 2, откуда видно, что с ростом A частота колебаний понижается.

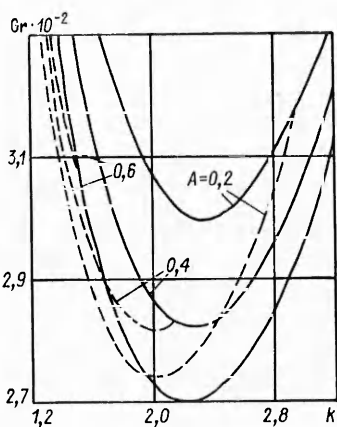
Аналогичные графики для $\text{Sc} = 10^2$ даны на рис. 3, 4. Из сравнения с результатами расчетов при $\text{Sc} = 10^3$ следует, что уменьшение Sc (увеличение коэффициента объемной диффузии) приводит к более эффективному подавлению колебаний с ростом A .

Зависимость минимизированного по k числа Грасгофа от B представлена на рис. 5 ($\text{Sc} = 10^2$). Область значений параметра B , в которой колебательная неустойчивость наиболее опасна, с ростом A сужается.

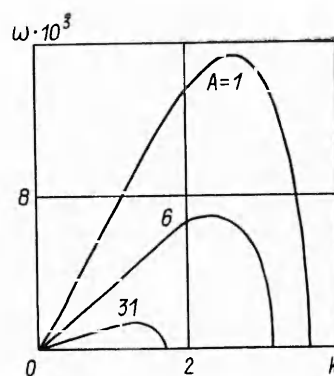
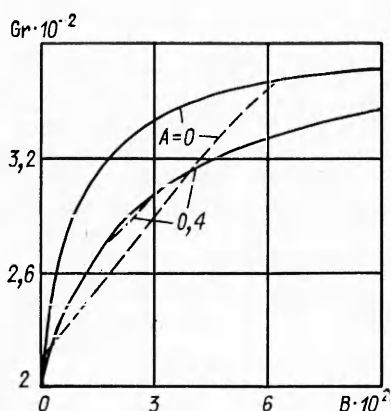
Рассмотрим систему трансформаторное масло — муравьиная кислота при $\text{Pr} = 306,32$, $\eta = 11,123$, $\nu = 15,408$, $\kappa = 0,41$, $\chi = 0,714$, $\beta = 0,672$, $a = 0,667$. Расчеты проводились для $D_s = 10^{-3}$, $B = 0,05$, $E = 0,01$, $\text{Sc} = 100$. Для этой системы в отсутствие ПАВ нейтральная кри-



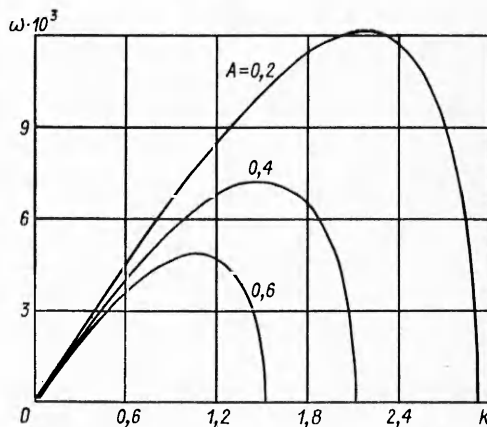
Р и с. 1



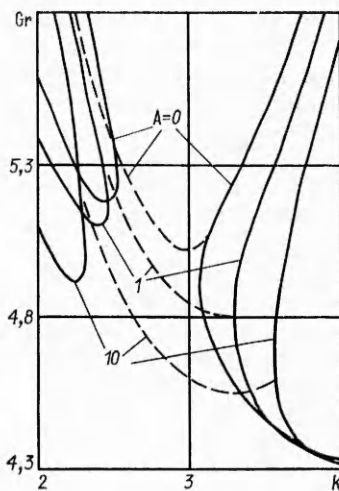
Р и с. 3



Р и с. 2



Р и с. 4



Р и с. 6

Р и с. 5

вая имеет колебательный участок, связывающий длинноволновый и коротковолновый фрагменты монотонных нейтральных кривых [3] (рис. 6). С ростом A все нейтральные кривые смещаются в область меньших Gr , приближаясь к предельному положению, соответствующему случаю отсутствия ПАВ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гилев А. Ю., Непомнящий А. А., Симановский И. Б. Возникновение термогравитационной конвекции в двухслойной системе при наличии поверхностно-активного вещества на границе раздела // ПМТФ.— 1986.— № 5.
2. Непомнящий А. А., Симановский И. Б. Возникновение термокапиллярной конвекции в двухслойной системе при наличии растворимого поверхностно-активного вещества // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1988.— № 2.
3. Герцуни Г. З., Жуховицкий Е. М. О монотонной и колебательной неустойчивости двухслойной системы несмешивающихся жидкостей, подогреваемой снизу // ДАН СССР.— 1982.— Т. 265, № 2.

Поступила 10/X 1987 г.

УДК 532.546

О ФИЛЬТРАЦИИ ЧЕРЕЗ ПОРИСТУЮ ПЕРЕГОРОДКУ МЕЖДУ ДВУМЯ СООБЩАЮЩИМИСЯ СОСУДАМИ

О. Ю. Динариев, А. Б. Мосолов, О. В. Николаев

(Москва)

В практике лабораторных экспериментальных работ, направленных на изучение свойств пористых сред, широкое распространение получили исследования нестационарных режимов фильтрации сжимаемых флюидов [1—4], которые позволяют не только определять фильтрационные параметры пористых сред, но и оценивать применимость общепринятых моделей фильтрации [5, 6] для неустановившихся течений. Однако существующие методики обработки данных основаны на квазистатическом приближении, т. е. в предположении медленного изменения градиента давления.

В настоящей работе рассматривается задача о быстром перетоке газа или жидкости из одной емкости фиксированного объема в другую через образец пористой среды. Получена формула, связывающая характерное время релаксации в системе с проницаемостью образца.

Пусть имеются два сообщающихся сосуда объема V_0 и V_1 , разделенные пористой перегородкой цилиндрической формы с длиной L и диаметром сечения d . Предположим, что система наполнена газом или жидкостью, которая изотермически перетекает из одного сосуда в другой через перегородку. Уравнение состояния выберем в форме

$$(1) \quad p = c^2(\rho - \rho_a) + p_a,$$

где ρ и p — плотность и давление; c — изотермическая скорость звука; ρ_a и p_a — постоянные. Уравнение (1) описывает совершенный газ, когда $\rho_a = 0$ и $p_a = 0$, и большинство реальных жидкостей, если диапазон изменения плотности мал, т. е. $|\rho - \rho_a|/\rho_a \ll 1$.

Направим ось Ox в пространстве так, что пористая перегородка проектируется на отрезок $[0, L]$, причем положительное направление отвечает направлению от сосуда с V_0 к сосуду с V_1 . Течение будем предполагать одномерным и удовлетворяющим закону Дарси [5, 6]

$$(2) \quad u = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x},$$

где k и μ — проницаемость и вязкость, которые считаем постоянными.

При фильтрации удовлетворяется уравнение неразрывности

$$(3) \quad \partial m \rho / \partial t = -\partial \rho u / \partial x$$

(m — пористость, которую также считаем постоянной).

Из (1)—(3) следует уравнение для функции $\rho = \rho(t, x)$:

$$(4) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{kc^2}{m\mu} \frac{\partial}{\partial x} \rho \frac{\partial}{\partial x} \rho.$$

Функции $\rho(t, 0)$ и $\rho(t, L)$ задают значение плотности в соответствующих