



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. А. Махов, Распределенная модель мировой динамики, *Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша*, 2021, 102

DOI: 10.20948/prepr-2021-102

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.87

16 марта 2025 г., 16:56:42





ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 102 за 2021 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

С.А. Махов

**Распределенная модель
мировой динамики**

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Махов С.А. Распределенная модель мировой динамики // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2021. № 102. 30 с.
<https://doi.org/10.20948/prepr-2021-102>
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2021-102>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

С. А. Махов

**Распределенная модель
мировой динамики**

Москва — 2021

С. А. Махов

Распределенная модель мировой динамики

АННОТАЦИЯ

Разработана динамическая макро модель мировой динамики. В модели мир разбит на 19 регионов. Внутреннее развитие регионов описывается уравнениями разностного типа для демографических и экономических индикаторов. Межрегиональные взаимодействия представляют собой торговые потоки от региона к региону и описываются подмоделью торговли. Расчеты показывают, что модель удовлетворительно аппроксимирует динамику монотонно меняющихся показателей. Построен прогноз развития регионов и глобальной динамики до 2040 года.

Ключевые слова: мировая динамика, математическое моделирование, макроэкономика, внешняя торговля, временные ряды, регрессионный анализ, прогноз

S. A. Makhov

Multi-regional model of global dynamics

ABSTRACT

A dynamic macro model of world dynamics has been developed. In the model, the world is divided into 19 regions. The internal development of the regions is described by differential type equations for demographic and economic indicators. Interregional interactions represent the trade flows from region to region and are described by the trade submodel. Calculations show that the model satisfactorily approximates the dynamics of monotonic indicators. The forecast of regional development and global dynamics up to 2040 is constructed.

Key words: world dynamics, mathematical modeling, macroeconomics, foreign trade, time series, regression analysis, forecast

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 19-010-00423-а).

Содержание

Введение	3
Описание модели. Уравнения и параметры	5
Подмодель автономного развития региона	5
Подмодель внешней торговли	6
Эмпирические данные	7
Верификация модели	9
Демография региона	9
Макроэкономика региона	10
Внешняя торговля	11
Результаты расчетов	17
Заключение	25
Литература	26
Приложение 1	27
Приложение 2	29

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа является логическим продолжением работ, посвященных макроmodellированию отдельных стран и их совместной торговли [1, 2]. Методика моделирования аналогична той, что использовалась в [3], и опирается на работы [4, 5, 6].

Целью исследования является прогнозирование основных тенденций и построение сценариев глобального развития. В качестве основных методов и подходов используются: а) аппроксимация временных рядов индикаторов статистическими методами, б) построение и анализ динамической модели мировых макропоказателей. Применяется распределенный подход: мир разбивается на регионы по географическому принципу. Для каждого региона строится макро-модель, описывающая демографические и экономические процессы, происходящие внутри региона; взаимодействие регионов описывается моделью внешней торговли.

В региональных моделях в качестве основных переменных взяты следующие индикаторы: численность народонаселения, валовой внутренний продукт (ВВП), капитал (стоимость основных производственных фондов), капитальные вложения. Для расчета переменных составляются разностные уравнения регрессионного типа. Параметры регрессий оцениваются по известной в прошлом статистике.

В модели внешней торговли основными показателями являются двусторонние торговые потоки, вычисляемые на основе автономных региональных моделей. То есть основные переменные региональных моделей являются экзо-

генными величинами для торговой модели. Такая вычислительная схема позволяет разделить модельные блоки и упростить расчеты.

В целях упрощения используется схема разбивки на регионы, применяемая в Организации объединенных наций. Пять континентов, Африка, Америка, Азия, Европа, Океания, подразделяются на 4–5 географических зон каждый (кроме Океании, являющейся единой зоной), всего 19 регионов. Названия регионов, принятые в работе, приведены в табл. 1.

Таблица 1

№№	Регион (рус.)	Регион (англ.)	Сокращение	Континент
1	Северная Африка	Northern Africa	NAFR	Африка
2	Восточная Африка	Eastern Africa	EAFR	Африка
3	Центральная Африка	Middle Africa	MAFR	Африка
4	Южная Африка	Southern Africa	SAFR	Африка
5	Западная Африка	Western Africa	WAFR	Африка
6	Северная Америка	Northern America	NAMR	Америка
7	Карибские острова	Caribbean	CRBN	Америка
8	Центральная Америка	Central America	CAMR	Америка
9	Южная Америка	South America	SAMR	Америка
10	Средняя Азия	Central Asia	CAS	Азия
11	Восточная Азия	Eastern Asia	EAS	Азия
12	Юго-Восточная Азия	South-Eastern Asia	SEAS	Азия
13	Южная Азия	Southern Asia	SAS	Азия
14	Западная Азия	Western Asia	WAS	Азия
15	Восточная Европа	Eastern Europe	EEU	Европа
16	Северная Европа	Northern Europe	NEU	Европа
17	Южная Европа	Southern Europe	SEU	Европа
18	Западная Европа	Western Europe	WEU	Европа
19	Океания	Oceania	OCN	Австралия и Океания

Таким образом, объектами исследования являются географически близкие территории. Однако сами по себе территории не ведут статистику, сбором данных занимаются государства, расположенные на этих территориях. И здесь существует проблема: административные границы меняются, государства могут распасться на несколько новых или, наоборот, объединиться в одно новообразование. Примеров из новейшей истории хватает: распад СССР, Югославии, Чехословакии в 1991–92 гг. с образованием новых государств и целых регионов (Средняя Азия); объединение Германии (точнее, присоединение ГДР к ФРГ) в 1989–90 гг.; образование Южного Судана в 2012 г., и т.д. Подобные изменения границ приводят к скачкообразным изменениям показателей регионов, что, конечно, усложняет верификацию модели и снижает точность прогнозов. Полностью преодолеть этот момент не удастся, однако, учитывая, что в рассматриваемый временной интервал с 1995 по 2019 гг. подвижка границ была невелика («переход» Южного Судана от Северной Африки к Восточной Африке в 2012 г.), можно надеяться на минимальный ущерб в связи с этим.

Исходя из сказанного, фактические акторы модели — группы государств, объединенных по географическому признаку. В дополнение к регионам и континентам также отслеживается «супер-регион» — Мир (World, WLD).

ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ. УРАВНЕНИЯ И ПАРАМЕТРЫ

В этом разделе приводятся уравнения автономной региональной модели и модели внешней торговли.

Подмодель автономного развития региона

Регион характеризуется 4 основными переменными: численность населения N , основной капитал K , валовой внутренний продукт Y и валовое накопление I .

Демографическое уравнение. Как и в [2], динамика народонаселения происходит по логистическому закону:

$$N(t) = N(t-1) * (1 + d_0 - d_1 * N(t-1)), \quad (1)$$

где $N(t)$ — численность населения в году t , $N(t-1)$ — численность населения в году $t-1$, d_0 , d_1 — коэффициенты, $*$ — знак умножения. Форма уравнения (1) предполагает, что темп прироста народонаселения убывает со временем, то есть коэффициент рождаемости снижается и приближается к коэффициенту смертности.

Капитал. Уравнение для капитала является его определением:

$$K(t) = I(t) + I(t-1) + I(t-2), \quad (2)$$

где $I(t)$, $I(t-1)$, $I(t-2)$ — валовое накопление региона в году t , $t-1$, $t-2$. Заметим, что ранее в работах [1, 2] применялся другой подход, при котором капитал рассчитывался как интеграл от валового накопления с учетом выбытия (в статистических базах выбытие фондов также называется «потреблением основного капитала»). Отказ от прежнего подхода вызван двумя желаниями: сократить количество разностных уравнений и избежать длинной процедуры оценивания коэффициентов выбытия и восстановления статистических данных капитала. Дело в том, что «капитал» — ненаблюдаемая величина, в отличие, например, от валового продукта, для расчета которого в системе национальных счетов существуют несколько общепринятых методик. Таким образом, (2) задает условную величину $K(t)$ в виде суммы валового накопления за три года. Строгого обоснования, почему именно 3 года, а не, к примеру, 5 лет, нет; можно сказать, что «3» — это минимальное число, когда суммирование дает хорошее сглаживание исходного ряда $I(t)$.

Валовой продукт. Уравнение представляет собой определение производственной функции, для простоты используется линейная зависимость:

$$Y(t) = a_K * K(t) + a_N * N(t), \quad (3)$$

где a_K, a_N — параметры. Разумеется, можно было использовать и нелинейные зависимости, однако, как показало дополнительное исследование, это не повышает точность модели.

Валовое накопление. Под валовым накоплением (в англоязычной литературе *Gross Capital Formation*) понимается сумма вложений в основные фонды и прироста запасов материальных оборотных средств, уравнение таково:

$$I(t) = c_Y * Y(t-1) + c_K * K(t-1), \quad (4)$$

где c_Y, c_K — коэффициенты. Заметим, что по сути записано динамическое уравнение, поскольку оно связывает искомую величину текущего года с известными величинами прошлого года. При желании уравнению (4) можно придать разностно-дифференциальную форму, но с учетом (2), (3) и так получается авторегрессионное уравнение 3-го порядка.

Кроме четырех основных переменных вычисляются дополнительные:

$$C(t) = c_0 + c_1 * Y(t), \quad (5)$$

$$G(t) = g_0 + g_1 * Y(t), \quad (6)$$

где C — конечное потребление домашних хозяйств, G — государственные расходы (конечное потребление органов государственного управления).

Как видно из (1), численность населения рассчитывается независимо от экономических переменных; сама же она влияет на остальные переменные посредством (3). То есть в модель заложена гипотеза об одностороннем влиянии демографии на экономику.

Помимо параметров $d_0, d_1, a_K, a_N, c_Y, c_K, c_0, c_1, g_0, g_1$, требуется задать год начала моделирования t_0 и начальные условия $N(t_0), I(t_0), I(t_0-1), I(t_0-2)$, всего 15 констант.

Подмодель внешней торговли

Внешняя торговля региона описывается двусторонними товарными потоками, каждый из которых полагается степенной функцией от региональных ВВП:

$$T_{ij} = A Y_i^\alpha Y_j^\beta, \quad (7)$$

где T_{ij} — товарный поток из региона i в регион j , Y_i, Y_j — валовые продукты регионов экспортера i и импортера j соответственно, A, α, β — параметры. Потоки считаются брутто-величинами, то есть внутренняя торговля региона ненулевая: $T_{ii} \neq 0$; в этом случае можно полагать $\beta = 0$.

Зная все потоки, можно рассчитать суммарный товарный экспорт T_{iW} и суммарный товарный импорт T_{Wi} i -го региона:

$$T_{iW} = \sum_j T_{ij}, \quad (8)$$

$$T_{wi} = \sum_k T_{ki} . \quad (9)$$

Суммирование происходит по всем торговым партнерам, включая сам регион i . Полный региональный экспорт с учетом услуг X_i связан линейной зависимостью с суммарным товарным экспортом:

$$X_i = e_0 + e_1 * T_{iw} . \quad (10)$$

Аналогично полный региональный импорт M_i определяется через суммарный товарный импорт:

$$M_i = m_0 + m_1 * T_{wi} . \quad (11)$$

Коэффициенты e_0, e_1, m_0, m_1 — константы для каждого региона.

Региональный экспорт X_i и региональный импорт M_i входят в известное балансное соотношение:

$$Y_i = C_i + G_i + I_i + X_i - M_i . \quad (12)$$

Уравнение (12) описывает обратную связь от подмодели внешней торговли и позволяет оценить погрешность вычисления Y_i .

Общий размер модели определяется количеством уравнений, переменных и параметров. Наибольший вклад вносит соотношение (7), оно дает 361 уравнение (19 в квадрате), остальные пронумерованные соотношения, будучи справедливыми для каждого региона, дадут 190 уравнений без учета (12); итого 551 уравнение для 551 переменной. Что касается параметров и начальных данных, то снова наибольшее количество получается из уравнения (7): 1064 при аккуратном счете (3 параметра в множественной регрессии и 2 параметра в парной, последних всего 19). Еще на каждый регион приходится 19 констант, в сумме 361. Итого 1425 параметров и начальных значений.

ЭМПИРИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ

Для оценки параметров модели и последующей верификации уравнений использовались статистические данные из следующих источников [7, 8, 9]:

- 1) база данных экономической статистики ООН (United Nations Statistics Division, Economic Statistics);
- 2) статистика индикаторов мирового развития Всемирного банка (World Bank, World development indicators);
- 3) база данных ЮНТКАД — Конференция ООН по торговле и развитию (UNCTAD — United Nations Conference on Trade and Development).

Выяснилось, что используемые в автономной подмодели индикаторы повторяются во всех трех базах, поэтому технически оказалось достаточно базы ЮНТКАД, содержащей полный набор данных в нижеперечисленных таблицах.

Демографическая статистика приведена в таблице *Total and urban population, annual*: оценки численности населения с 1950 г. (самое раннее) по 2019 г., а также прогнозные значения с 2020 по 2050 гг.

Макроэкономические агрегаты содержатся в таблице *Gross domestic product: GDP by type of expenditure, VA by kind of economic activity, total and shares, annual* с 1970 по 2019 гг. и измеряются в постоянных долларах США 2015 г.

Двусторонний товарный экспорт и импорт даны в таблице *Merchandise trade matrix, annual* в текущих долларах США за период 1995–2019 гг., практически, за последние 25 лет¹. Исключение: часть данных об экспорте в Южную Африку за 1995–1999 гг. отсутствует.

При этом полный экспорт и полный импорт (как макроэкономические агрегаты) имеются как в текущих, так и в постоянных долларах. Поэтому необходимо привести все величины к одним единицам измерения.

Также двусторонние потоки не содержат данные о торговле услугами, есть только данные о полном экспорте и импорте услуг данной страны с остальным миром. Кроме того, не совпадают величины экспорта и импорта, относящихся к одному и тому же потоку. Поясним: экспорт из региона А в регион Б — то же самое, что импорт в регион Б из региона А в натуральных показателях; при этом денежное выражение согласно статистике различное, импорт, как правило, превышает экспорт. Связано это с тем, что экспорт рассчитывается в ценах по условиям FOB, а импорт — в ценах по условиям СИФ². Исходя из сказанного, было принято решение в качестве показателя, отражающего товарные перевозки между странами, взять двусторонний экспорт в постоянных долларах 2015 г. Для перевода из текущих в постоянные доллары использовались данные об инфляции полного экспорта, сам пересчет производился по формуле:

$$T_{ij}^{2015}(t) = T_{ij}(t) \frac{X_i^{2015}(t)}{X_i(t)}. \quad (13)$$

Здесь $T_{ij}^{2015}(t)$ — товарный экспорт из региона i в регион j в долларах 2015 г. в году t ; $T_{ij}(t)$ — товарный экспорт региона i в регион j в текущих долларах в году t ; $X_i^{2015}(t)$ — полный экспорт региона i в долларах 2015 г. в году t ; $X_i(t)$ — полный экспорт страны k в текущих долларах в году t .

Статистика товарного импорта теоретически может быть использована для оценки разброса и погрешностей данных, в настоящей работе это не проводилось.

¹ Ситуация на момент составления модели и проведения верификации (весна – лето 2021 г.); в ноябре 2021 г. единая таблица разбита на 5 таблиц с 5-летними временными интервалами: 1995–2000, 2001–2005, 2006–2010, 2011–2015, 2016–2020.

² FOB — от английской аббревиатуры FOB, означающей «Free On Board» (буквально «бесплатно на борт судна»). Условия FOB предусматривают, что продавец обязан доставить товар в порт и погрузить на указанное покупателем судно; расходы по доставке товара на борт судна ложатся на продавца.

СИФ — от английской аббревиатуры CIF, означающей «Cost, Insurance and Freight» (буквально «стоимость, страхование и фрахт»). Условия CIF означают, что продажная цена включает в себя стоимость товара, фрахт или транспортные расходы, а также стоимость страховки для морских перевозок. Таким образом, эти условия подходят только для перевозок водным транспортом.

ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ

Поскольку модель состоит из двух частей, логично, что и проверка проводилась в два этапа: 1) верификация автономной подмодели (уравнения 1–6), 2) верификация подмодели торговых взаимодействий (уравнения 7–11).

Демография региона

Демографическое уравнение не всегда адекватно описывает динамику численности населения региона за последние 25 лет. В частности, плохие результаты показали Африканский и Европейский континенты. Связано это с тем, что уравнение (1) описывает ситуацию устойчивого снижения темпов прироста численности населения, т.е. второй стадии демографического перехода [10, 11], в то время как в Европе эта фаза демографического перехода фактически завершилась, а в Африке только-только началась.

Последнее обстоятельство позволяет все же использовать уравнение (1) для африканских регионов со сдвигом начала расчетов: в Северной и Восточной Африке начало расчетов — 2015 г., в Центральной Африке — 2013 г., в Южной Африке — 2014 г., в Западной Африке — 2012 г. В качестве статистического материала для нахождения параметров уравнений использованы прогнозные данные ООН до 2050 г. Качество регрессий оказалось высоким: коэффициент детерминации всех регрессий попал в диапазон от 0,95 до 0,99. Фактически удалось получить демографический прогноз более простым способом, чем по методике, используемой в отделе народонаселения Департамента по экономическим и социальным вопросам ООН³ [12]. В качестве примера на рис. 1 приведены статистические данные и уравнение регрессии для Сев. Африки.

Менее удачно с точки зрения применимости уравнения (1) обстоит дело в европейских регионах. Начать с того, что само уравнение не подошло ни для одного региона. Тем не менее в трех регионах удалось связать темп прироста народонаселения с временем t : в Западной и Южной Европе зависимость оказалась линейной начиная с 1971 г., в Северной Европе статистические данные неплохо легли на экспоненту начиная с 2010 г. (рис. 2). Таким образом, вместо уравнения (1) имеют место две его модификации:

$$N(t) = N(t-1) * (1 + d_0 - d_1 * t), \quad (1')$$

$$N(t) = N(t-1) * (1 + d_0 * \exp(-d_1 * t)), \quad (1'')$$

Хуже всего ситуация в Восточной Европе: устойчиво отрицательные с 1993 г. темпы прироста не удалось описать простой зависимостью. Поэтому

³ Разумеется, мы не претендуем на большую точность, тем более не пытаемся подменить своей моделью вычисления, проведенные большой группой статистиков. Мы лишь пытаемся обойти сложность, связанную с расчетом огромного количества демографических показателей, построив модель для вычисления единственного индикатора — «численность народонаселения».

при дальнейших расчетах пришлось использовать «костыль» — прогноз ООН до 2050 г.

Демография прочих регионов хорошо описывается уравнением (1), более того, на довольно длительном интервале: с 1971 по 2050 гг. Исключения: Сев. Америка (1995), Сред. Азия (2012), Юж. Азия (1983), Зап. Азия (2000).

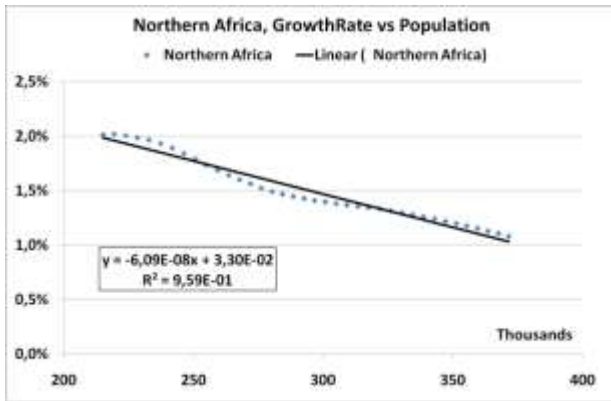


Рис. 1. Темп прироста народонаселения в зависимости от численности населения в Сев. Африке. Численность населения приведена в тыс. чел., темп прироста в процентах. Уравнение регрессии и коэффициент детерминации в рамке.

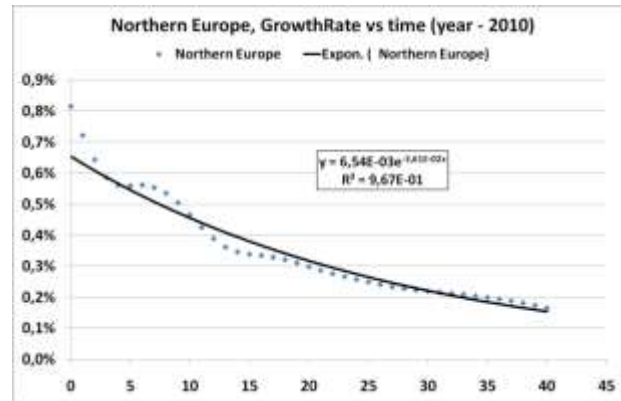


Рис. 2. Темп прироста народонаселения в зависимости от времени в Сев. Европе. Время измеряется в годах, отсчет идет с 2010 г. (т.е. «10» на горизонтальной оси соответствует 2020 г.), темп прироста в процентах.

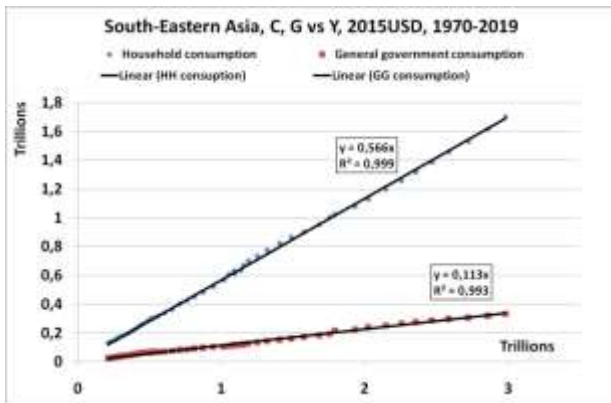


Рис. 3. Потребление домашних хозяйств (ромбики) и государственные расходы (квадратики) в Юго-Вост. Азии. Все величины представлены в триллионах долларов 2015 г. Уравнения регрессии и коэффициенты детерминации в рамке.

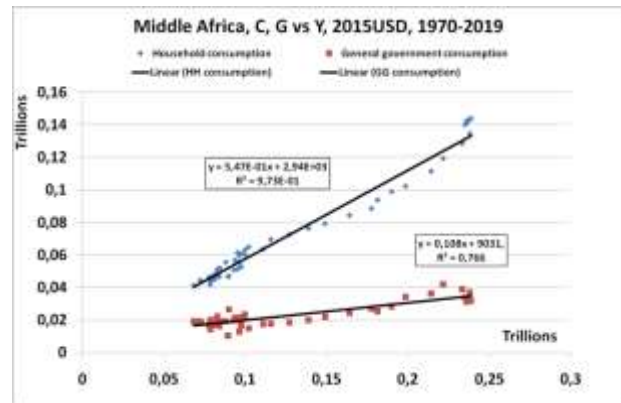


Рис. 4. Потребление домашних хозяйств (ромбики) и государственные расходы (квадратики) в Центр. Африке. Все величины представлены в триллионах долларов 2015 г. Уравнения регрессии и коэффициенты детерминации в рамке.

Макроэкономика региона

Соотношение (2) не требует верификации, поскольку является определением основного капитала. Проверка уравнений (3), (4) дала в целом удовлетворительные результаты: коэффициенты детерминации всех регрессий оказались выше 0,9 на интервале с 1972 по 2019 гг., за исключением четырех регионов. Для трех из них пришлось сдвинуть время начала расчетов: Вост. Африка (с 1992), Сред. Азия (с 1994) и Вост. Европа (с 1999). Для Юж. Америки уравнения (3) и (4) подверглись модификации, в правые части были добавлены константы:

$$Y(t) = a_Y + a_K * K(t) + a_N * N(t), \quad (3')$$

$$I(t) = c_I + c_Y * Y(t-1) + c_K * K(t-1). \quad (4')$$

Даже в модифицированном виде качество регрессии (4') оказалось чуть ниже, чем у немодифицированного уравнения (4) для остальных регионов: коэффициент детерминации с точностью до третьего знака составил 0,806.

Уравнения (5), (6) успешно прошли верификацию на всем диапазоне имеющихся данных с 1970 по 2019 гг. Более того, во многих случаях свободные члены (постоянные слагаемые) c_0 , g_0 оказались незначимы и их можно положить равными нулю. В качестве иллюстрации на рис. 3 и рис. 4 приведены наилучшая и наихудшая регрессия соответственно.

Внешняя торговля

Проверка уравнения торгового потока в исходном виде сопряжена с трудностями вычислительного характера, связанными не только с объемом вычислений, но и с нелинейностью соотношения (7). Впрочем, логарифмирование позволяет получить линейное относительно параметров уравнение, верифицировать которое проще:

$$\ln T_{ij} = \ln A + \alpha * \ln Y_i + \beta * \ln Y_j. \quad (7')$$

Попутно с проверкой (7') проводилась верификация парных регрессий, а именно, зависимость для отношения объема торгового потока к ВВП одного из партнеров:

а) экспортная функция — доля потока в ВВП экспортера, $T_{ij} = Y_i * f(Y_j)$;

б) импортная функция — доля потока в ВВП импортера, $T_{ij} = Y_j * g(Y_i)$.

Исследовалось два вида зависимостей f и g : линейная и степенная. Всего получилось 4 модифицированных уравнения внешней торговли:

$$\frac{T_{ij}}{Y_i} = \gamma + \delta Y_j, \quad (7a)$$

$$\ln \frac{T_{ij}}{Y_i} = \gamma + \delta \ln Y_j, \quad (7b)$$

$$\frac{T_{ij}}{Y_j} = \gamma + \delta Y_i, \quad (7c)$$

$$\ln \frac{T_{ij}}{Y_j} = \gamma + \delta \ln Y_i. \quad (7d)$$

Уравнение (7a) описывает линейную экспортную функцию, (7b) — степенную экспортную функцию, (7c) — линейную импортную функцию, (7d) — степенную импортную функцию, γ , δ — параметры регрессии. Заметим, что (7b) и (7d) являются частными случаями (7') при $\alpha = 1$ и $\beta = 1$ соответственно.

Также нелишне отметить, что для внутрирегионального потока T_{ii} экспортная и импортная функции совпадают.

Сравнение показало, что парные регрессии (7a), (7b), (7c), (7d) в среднем хуже аппроксимируют данные, чем множественная регрессия (7'), причем, в ряде случаев заметно хуже. Причин тому несколько.

Первая, наиболее очевидная, причина связана с тем, что чем больше в модели объясняющих переменных (регрессоров), тем выше качество такой модели в том смысле, что выше доля объясненного разброса. Поэтому при прочих равных условиях коэффициент детерминации множественной регрессии всегда превышает аналогичный коэффициент парной регрессии. Иначе говоря, зависимость, описываемая соотношением (7'), более гибка, чем зависимость вида (7a), (7b), (7c) или (7d).

Вторая причина не столь прозрачна и, пожалуй, выглядит интереснее. Объясним на примере. Рассмотрим брутто-поток внутренней торговли в Сев. Африке, и в качестве объясняющей модели возьмем регрессионные уравнения (7'), (7b), (7d). Два последних уравнения при этом тождественно совпадут и останутся лишь два первых соотношения, которые фактически также описывают одну и ту же зависимость. В самом деле, (7') дает:

$$\ln T_{ii} = \ln A + \alpha * \ln Y_i, \quad (7^*)$$

а (7b):

$$\ln(T_{ii}/Y_i) = \gamma + \delta * \ln Y_i. \quad (7^{**})$$

То есть $\gamma = \ln A$, $\delta = \alpha - 1$ и, казалось, было бы логично, чтобы параметры обеих регрессий, отвечающие за качество, были бы одинаковы. Однако в действительности это не так (см. рис. 5–6).

На рис. 5 изображена зависимость $\ln T_{ii}$ от $\ln Y_i$, точки — статистические данные, сплошная линия — график линейной регрессии (7*), коэффициент детерминации $R^2 = 0,374$. Аналогично на рис. 6 изображена зависимость $\ln(T_{ii}/Y_i)$ от $\ln Y_i$, сплошная линия — график линейной регрессии (7**), $R^2 = 0,081$. Если ориентироваться только на значение коэффициента детерминации R^2 , то получается, что регрессия (7*) лучше объясняет разброс статистических данных, чем (7**). Видимая причина в том, что α близко к единице, а, соответственно, δ близко к нулю, что подтверждает значение стандартной ошибки (одинаковое у обоих параметров): $\sigma = 0,195$; т.е. грубо можно считать $\alpha = 0,723 \pm 0,195$, $\delta = -0,277 \pm 0,195$. Близость к нулю коэффициента сигнализирует об очень слабом тренде или отсутствии тренда вовсе.

Но, вообще говоря, дело не в близости регрессионного коэффициента к конкретному числу (нулю), это лишь сопутствующий фактор. Коэффициент детерминации у регрессии (7**) всегда хуже, чем у регрессии (7*). В качестве иллюстрации на рис. 7 и рис. 8 приведены аналогичные результаты для внутренней торговли в Центр. Америке. Оценка параметра α между 2 и 3, оценка параметра δ между 1 и 2, т.е. он заметно отстоит от нуля, и, тем не менее, коэффициент R^2 первой регрессии превосходит аналогичный коэффициент второй регрессии (0,956 против 0,896). Разница хоть и невелика, но ощутима.

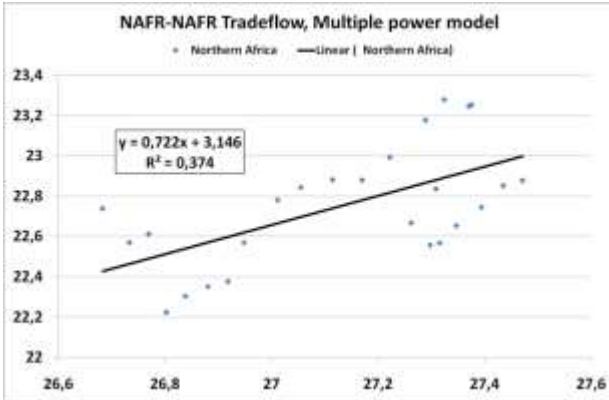


Рис. 5. Объем внутренней торговли (ось ординат) в зависимости от ВВП (ось абсцисс) Сев. Африки. Все величины представлены в долларах 2015 г. в двойном логарифмическом масштабе. Уравнение регрессии и коэффициент детерминации в рамке.

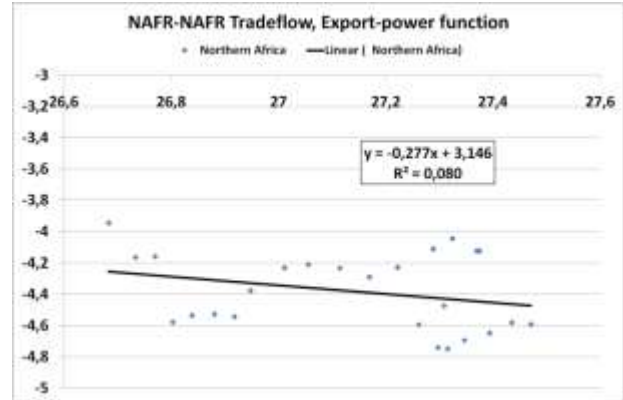


Рис. 6. Доля внутренней торговли в ВВП (ось ординат) в зависимости от ВВП (ось абсцисс) Сев. Африки. Все величины представлены в долларах 2015 г. в двойном логарифмическом масштабе. Уравнение регрессии и коэффициент детерминации в рамке.

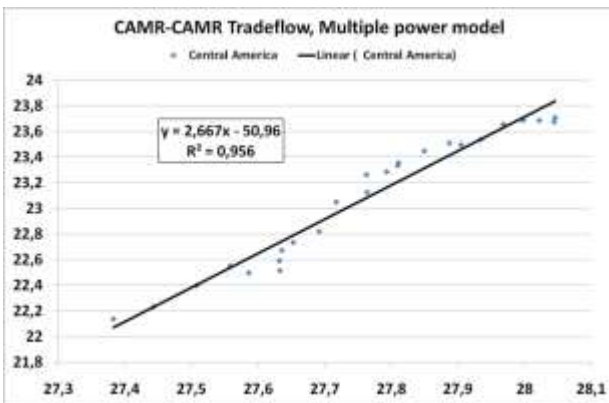


Рис. 7. Объем внутренней торговли (ось ординат) в зависимости от ВВП (ось абсцисс) Центр. Америки.

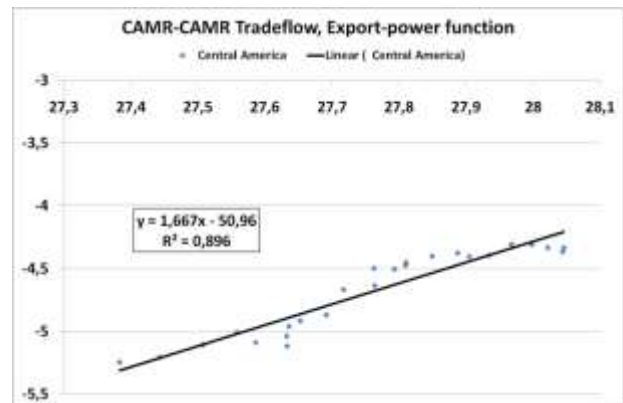


Рис. 8. Доля внутренней торговли в ВВП (ось ординат) в зависимости от ВВП (ось абсцисс) Центр. Америки.

Получается, что преобразование исходного ряда T_{ii} в ряд T_{ii}/Y_i «испортило» его свойства. Более того, если проделать обратную операцию, т.е. умножить T_{ii} на Y_i , то новый ряд $T_{ii} \cdot Y_i$ будет «лучше» с точки зрения качества регрессии от Y_i . Кажущееся противоречие здравому смыслу возникло из-за слишком формального подхода к качеству регрессионной модели. На самом деле все несколько проще, если помнить о стохастической природе регрессии. Запись $Z = f(X)$ означает, что выражение $Z - f(X)$ (или $Z/f(X)$, или $\log(Z/f(X))$, или что-нибудь наподобие) является «белым шумом» — стационарным случайным процессом [13]. В идеале математическое ожидание такого процесса должно быть нулевым, но в принципе необязательно, поскольку ненулевое среднее значение всегда можно вычесть. Соответственно, дисперсия процесса определяет ошибку прогноза: чем больше дисперсия, тем выше погрешность и ниже точность прогноза. Можно сделать следующие умозаключения:

- а) большие (близкие к единице) значения R^2 свидетельствуют о наличии тренда, малой дисперсии остатков и, как следствие, большой прогностической силе модели;
- б) средние значения R^2 — аргумент в пользу существования тренда, значительной дисперсии остатков и невысоком качестве модели;
- в) малые (близкие к нулю) значения R^2 говорят об отсутствии тренда (либо о его незаметности на фоне колебаний) и большой дисперсии остатков, однако это не значит, что прогноз невозможен; если получится белый шум, то в качестве прогноза можно взять константу — среднее значение ряда.

Возникает вопрос, как провести границы между случаями а), б) и в). Простейшее (даже в чем-то примитивное) решение — проявить волюнтаризм и проложить их симметричным образом, к примеру: а) $[0; 0,3]$, б) $(0,3; 0,7]$, в) $(0,7; 1]$. Таким образом можно получить некоторую информацию о качестве применяемой модели, но произвол в выборе границ оставляет чувство неудовлетворенности.

Следующий вариант интереснее — разбить промежуток $[0; 1]$ не на три, а на большее число промежутков; например, на десять одинаковых с шагом $0,1$: $[0; 0,1)$, $[0,1; 0,2)$, $[0,2; 0,3)$, ... , $[0,9; 1]$, и далее посчитать количество регрессий, попавших в каждый интервал. Т.е. по сути построить гистограмму распределения регрессионных моделей по коэффициенту детерминации. Учитывая, что общее число моделей — 361 — довольно велико, можно получить наглядную картину того, насколько удачно та или иная модель справляется с подгонкой данных.

Наконец, еще один способ, исключаящий произвол, но менее удобный и наглядный — проранжировать регрессии по коэффициенту R^2 . Причем можно построить как прямую зависимость «ранг–размер», так и обратную — накопленную частоту от значения, т.е. эмпирическую функцию распределения. Последняя зависимость примечательна еще и тем, что связана с гистограммой интегрально (как первообразная с оригинальной функцией).

В целях упорядочивания изложения назовем первый способ проведения границ «грубым способом», второй — «гистограммным» или «интервальным», третий — «интегральным» или «непрерывным». Описанный метод позволяет сравнить торговые уравнения между собой в целом, не вникая в детали, какой торговый поток оказался лучше описан той или иной моделью.

Продолжая тему сравнения регрессионных моделей, коснемся вопроса, почему предлагаемые модели вообще могут быть применены для прогнозирования. По построению, модели предлагают в качестве прогноза условное математическое ожидание (регрессию), показывая тенденцию временного ряда. Если ряд имеет ярко выраженный восходящий или нисходящий тренд, то регрессионная модель четко это демонстрирует. Во всех исследуемых моделях (7'), (7a), (7b), (7c), (7d) в качестве объясняющих переменных используются региональные ВВП, являющиеся монотонными временными рядами (рис. 9–12).

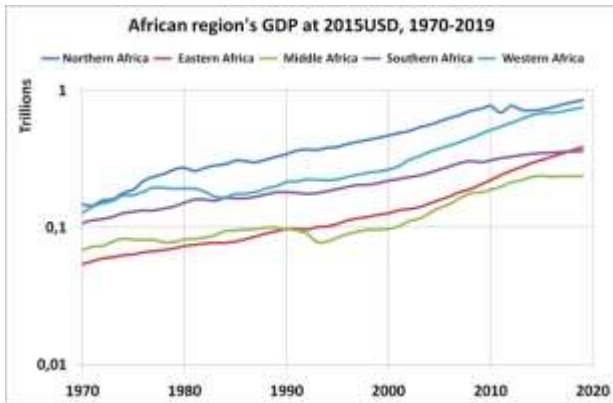


Рис. 9. Динамика ВВП регионов Африки. Величины представлены в триллионах долларов 2015 г. в логарифмическом масштабе.

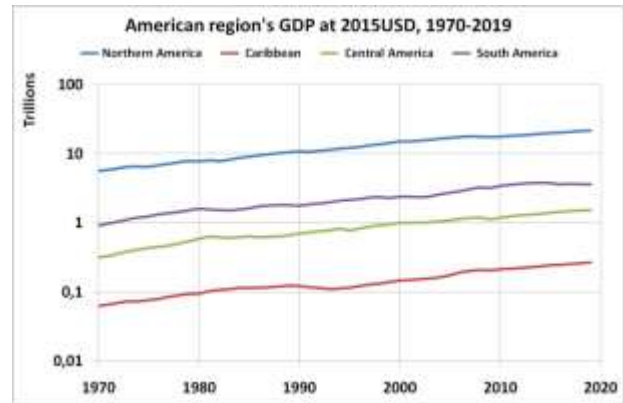


Рис. 10. Динамика ВВП регионов Америки. Величины представлены в триллионах долларов 2015 г. в логарифмическом масштабе.

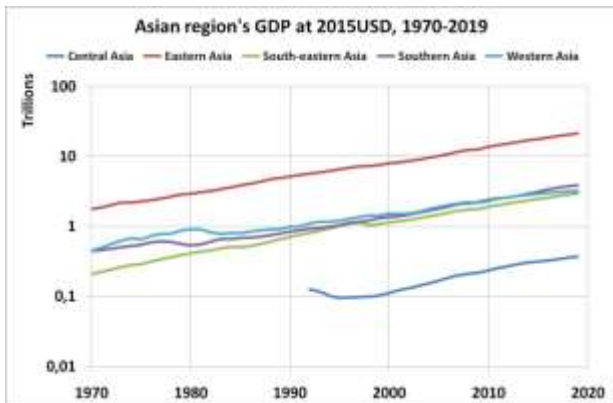


Рис. 11. Динамика ВВП регионов Азии. Величины представлены в триллионах долларов 2015 г. в логарифмическом масштабе.

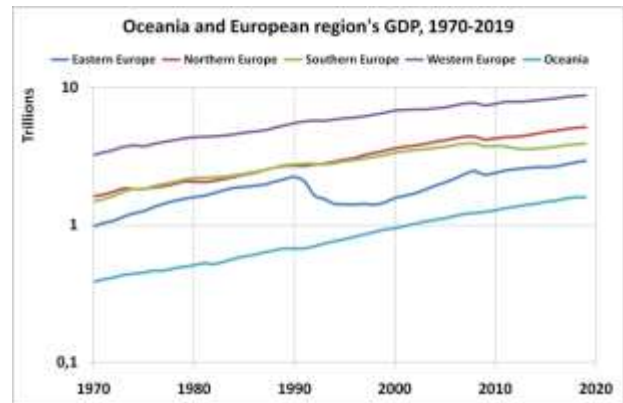


Рис. 12. Динамика ВВП Европы и Океании. Величины представлены в триллионах долларов 2015 г. в логарифмическом масштабе.

Можно констатировать, что в целом региональные ВВП возрастают со временем. Некоторые срывы наблюдаются в 1980-х (Зап. Африка, Центр. Африка, Юж. Азия, Сев. Европа), в 1990-х (Центр. Африка, Юж. Африка, Карибы, Сред. Азия, Вост. Европа) и в конце 2000-х (Сев. Африка, Америка, Европа). Колебания выражены слабо и носят скорее нерегулярный характер; вообще, на 50-летнем интервале если и возможно определить экономические циклы, то только 3-летние циклы запасов (краткосрочные) и 10-летние инвестиционные циклы (среднесрочные). Выявление циклов, определение амплитуд и различение циклов от волн — дело непростое, требующее специального исследования; в настоящей работе такое исследование не проводилось.

Вернемся к торговым уравнениям. Правые части уравнений (7'), (7a), (7b), (7c), (7d) так или иначе зависят от региональных ВВП, а коль скоро последние имеют тенденцию расти со временем, то и правые части этих уравнений также растут со временем. Следовательно, если конкретный двусторонний торговый поток монотонно изменяется со временем, то любая регрессионная модель из перечисленных покажет наличие тренда. Поэтому имеет смысл рассмотреть

непосредственную зависимость торгового потока от времени. Как наиболее характерные, использованы линейная и показательная функции:

$$T_{ij} = \eta + \theta * t, \quad (7e)$$

$$\ln T_{ij} = \eta + \theta * t. \quad (7f)$$

Здесь η , θ — параметры регрессии, t — время в годах: либо календарный год, либо номер года, начиная с определенного момента (например, с 1970 или 1995). Регрессионные модели, описываемые уравнениями (7e) и (7f), мы назовем эталонными и включим в перечень сравнения. Как было сказано выше, модель (7') в целом лучше подгоняет статистические данные, чем модели (7a), (7b), (7c), (7d), по причине большего числа регрессоров; следовательно, необходим эталон, о котором заранее нельзя сказать, лучше он или хуже множественной модели (7').

Результаты сравнений, включая таблицы и графики, приведены в приложении 1. Общие выводы: 1) нелинейные модели (7b), (7d), (7f) лучше подгоняют данные, чем аналогичные линейные модели (7a), (7c), (7e); 2) модель (7') заметно лучше справляется с подгонкой данных, чем остальные модели; 3) в моделях (7a), (7b), (7c), (7d) случаев с близким к нулю R^2 больше, чем в эталонных регрессиях. Если условно упорядочить модели по качеству подгонки, то выглядеть такой ряд будет так: (7') — (7f) — (7e) — (7b), (7d) — (7a), (7c). Здесь знак «—» означает переход в следующий качественный класс, через запятую перечислены модели одного класса. Соответственно, уравнение (7) показало свою состоятельность, последующие расчеты и прогнозы сделаны на его основе.

Ложку дегтя в предыдущие рассуждения относительно сравнения регрессионных моделей добавляет тот факт, что судить о качестве модели на основании распределения коэффициента детерминации не вполне корректно. Академически правильнее сравнивать уравнения для каждого торгового потока именно, применяя соответствующие статистические тесты. Например, информационный критерий Акаике, либо критерий Шварца, либо подходящий тест для не вложенных моделей [14]. Такого рода исследование мы надеемся провести в ближайшем будущем.

Остается обсудить верификацию уравнений (10) и (11), поскольку соотношения (8) и (9) определяют суммарный товарный экспорт и суммарный товарный импорт региона, но не являются уравнениями связи.

Результаты оказались схожи с результатами проверки уравнений (5), (6): успешная верификация на всем диапазоне имеющихся данных и незначимость во многих случаях постоянных слагаемых e_0 , m_0 . Иллюстративный материал включает в себя рис. 13–16: на рис. 13 приведена наилучшая (с наибольшим R^2) регрессия вида (10), на рис. 14 — наихудшая (с наименьшим R^2) регрессия вида (10); на рис. 15–16 приведены соответственно наилучшая и наихудшая регрессия вида (11).



Рис. 13. Зависимость полного экспорта (ось ординат) от товарного экспорта (ось абсцисс) Вост. Азии. Величины представлены в трлн долл. 2015 г. Уравнение регрессии и коэффициент детерминации в рамке.

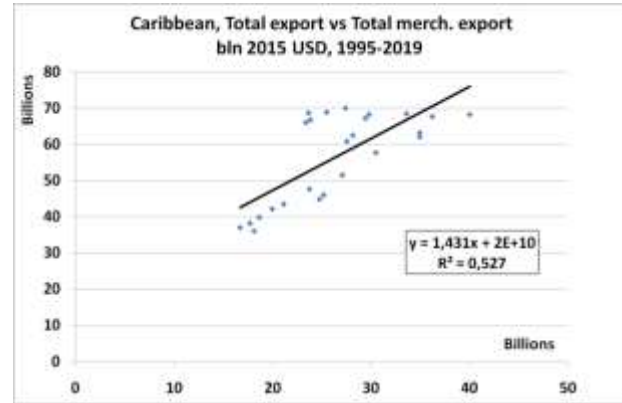


Рис. 14. Зависимость полного экспорта от товарного экспорта Карибского региона. Величины представлены в млрд долл. 2015 г. Уравнение регрессии и коэффициент детерминации в рамке.



Рис. 15. Зависимость полного импорта от товарного импорта Вост. Европы. Величины представлены в трлн долл. 2015 г. Уравнение регрессии и коэффициент детерминации в рамке.

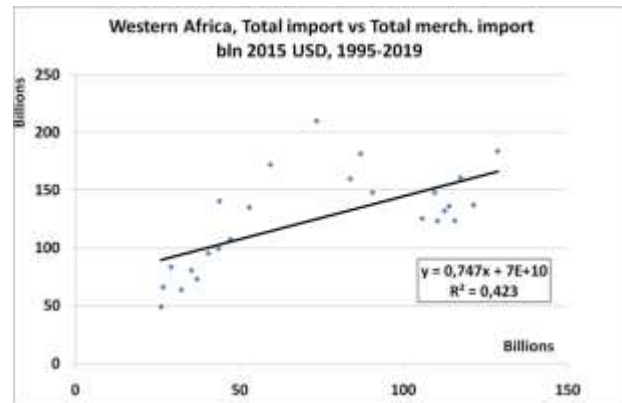


Рис. 16. Зависимость полного импорта от товарного импорта Зап. Африки. Величины представлены в млрд долл. 2015 г. Уравнение регрессии и коэффициент детерминации в рамке.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Учитывая размерность модели, мы не имеем возможности показать результаты всех вычислений, в противном случае объем работы существенно выйдет за допустимые рамки. Поэтому графики будут приведены для части расчетных величин и лишь при одном фиксированном наборе параметров. В первую очередь демонстрируются результаты расчетов автономных моделей регионов. Ради экономии на одном рисунке 4–5 расчетных кривых, относящихся преимущественно к одному континенту; расклад такой же, как на рис. 9–12.

На рис. 17–20 приведены графики численности населения с 1970 по 2040 гг.: данные ООН, включая прогноз, и модельные расчеты. На рис. 17 отражена демография регионов Африки, на рис. 18 — Америки, на рис. 19 — Азии, на рис. 20 — Европы и Океании.

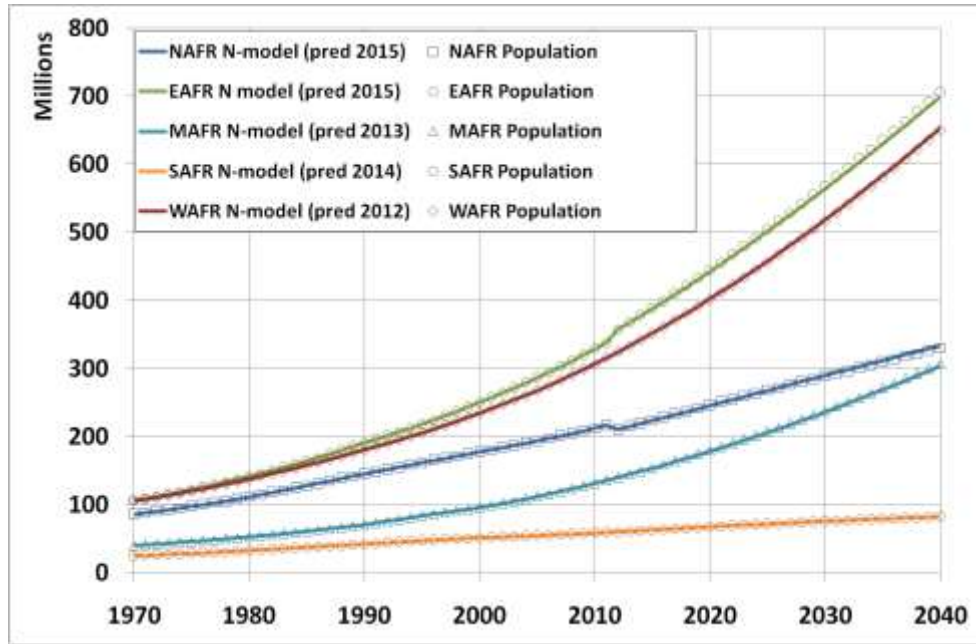


Рис. 17. Динамика численности населения регионов Африки в млн чел. Маркеры — исторические оценки с 1970 г. и прогноз ООН с 2020 г., сплошные линии — модельные расчеты, год начала расчетов указан в скобках рядом с подписью линии. Например, «NAFR N-model (pred 2015)» означает численность населения Сев. Африки, рассчитанную по модели, начиная с 2015 г.

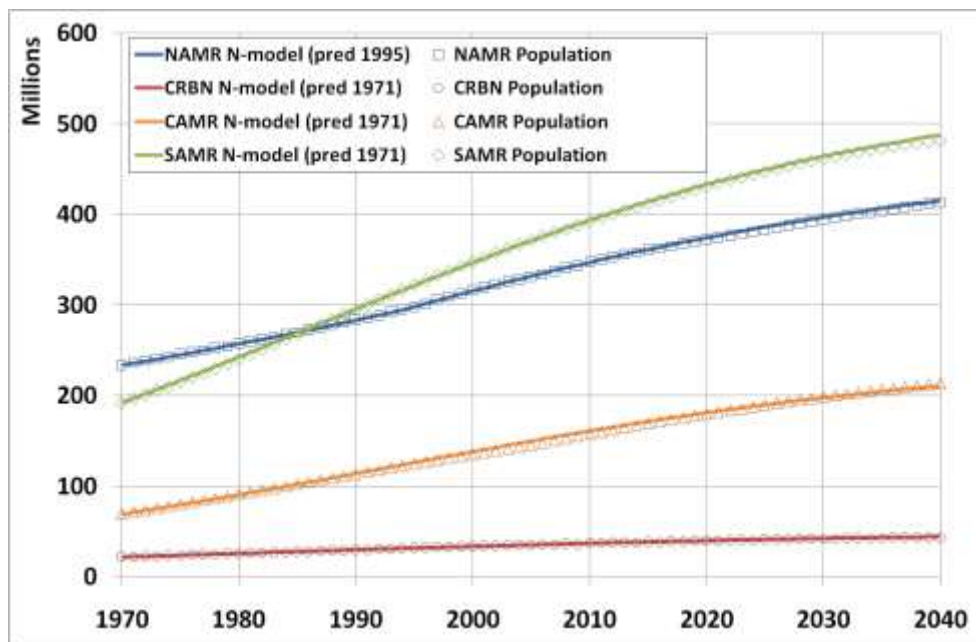


Рис. 18. Динамика численности населения американских регионов в млн чел. Маркеры — исторические данные и прогноз ООН с 2020 г., сплошные линии — модельные расчеты, год начала расчетов указан рядом с подписью линии в скобках.

Наблюдается хорошее совпадение вычислений с прогнозом ООН, что не удивительно, так как параметры модели подбирались именно под эти статистические данные. К тому же за редким исключением демографические величины

ведут себя непрерывно и монотонно, что идеально подходит для регрессионной модели.

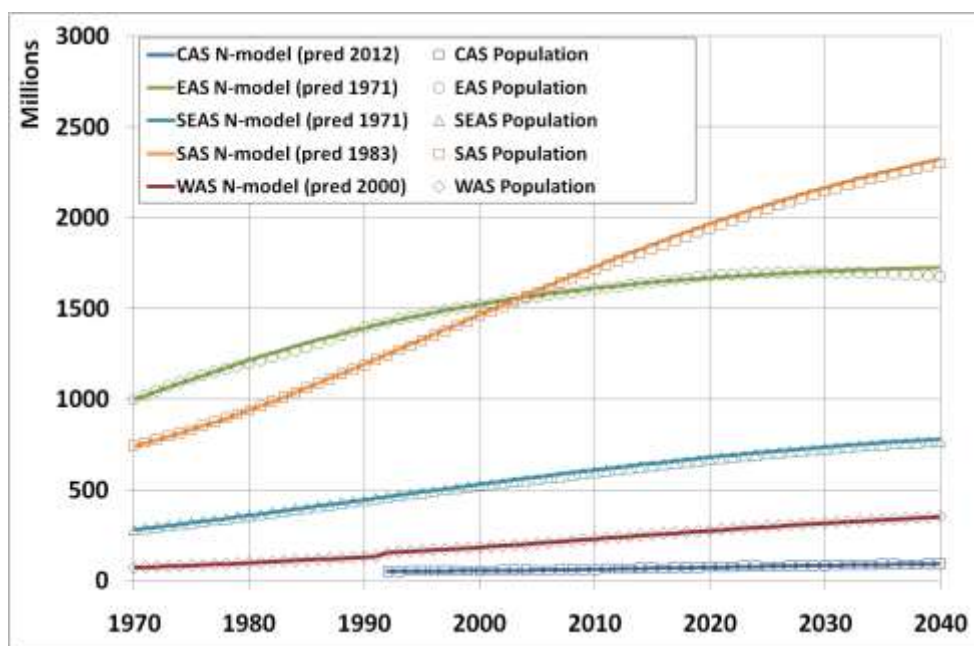


Рис. 19. Динамика численности населения регионов Азии в млн чел.

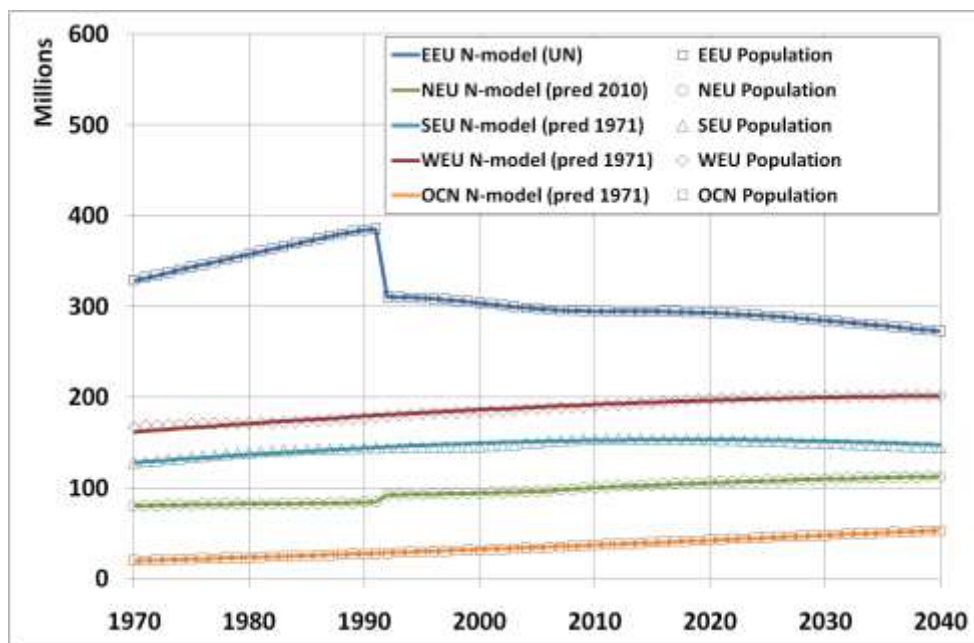


Рис. 20. Динамика численности населения европейских регионов и Океании в млн чел.

На рис. 21–24 приведены графики ВВП с 1970 по 2040 гг.: исторические данные и модельные расчеты. Рис. 21 отражает экономику регионов Африки, рис. 22 — Америки, рис. 23 — Азии, рис. 24 — Европы и Океании.

В отличие от демографии макроэкономика региона хуже описывается предложенной моделью, что заметно в регионах Африканского континента

(рис. 21). Более или менее «прилично» ведут себя Центр. Африка и Юж. Африка, в прочих регионах расхождение с моделью сильнее.

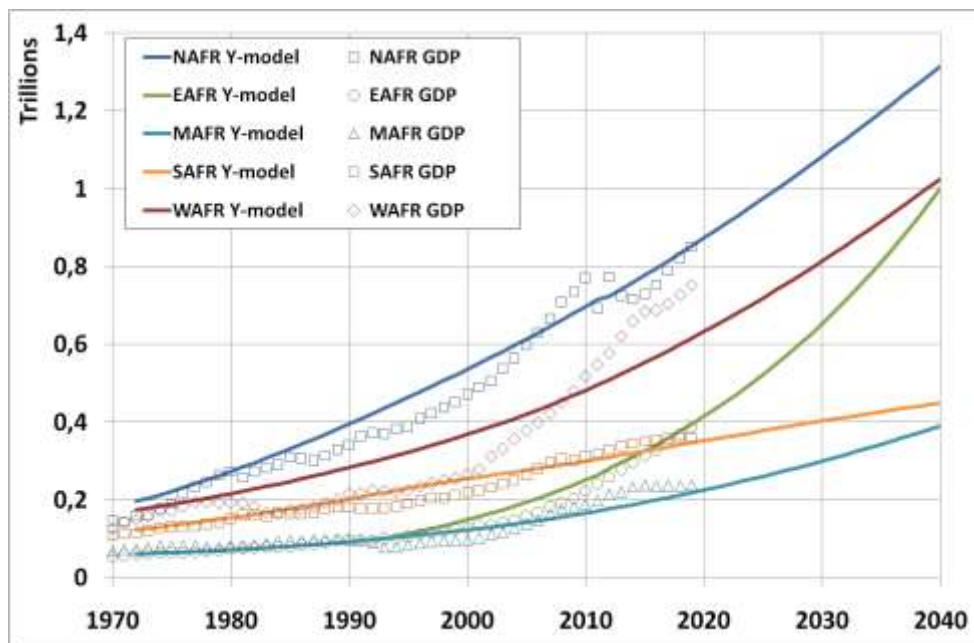


Рис. 21. Динамика ВВП регионов Африки в трлн долл. 2015 г.

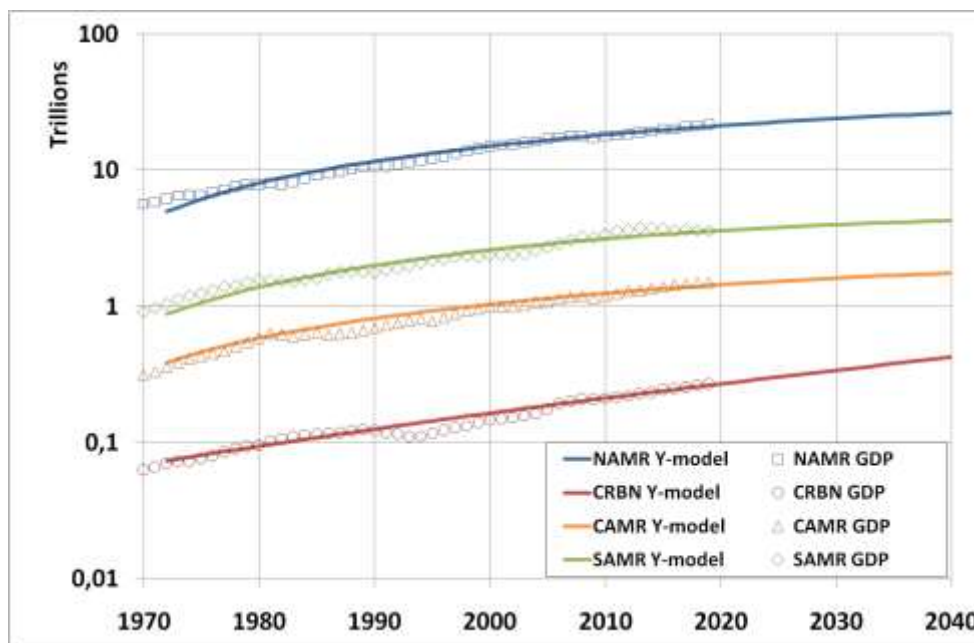


Рис. 22. Динамика ВВП регионов Америки в трлн долл. 2015 г. Масштаб логарифмический.

В Америке и Азии расхождение не столь заметно, однако картину «замазывает» логарифмический масштаб (рис. 22–23). В Европе и Океании наблюдается неплохое соответствие между данными и расчетом (рис. 24).

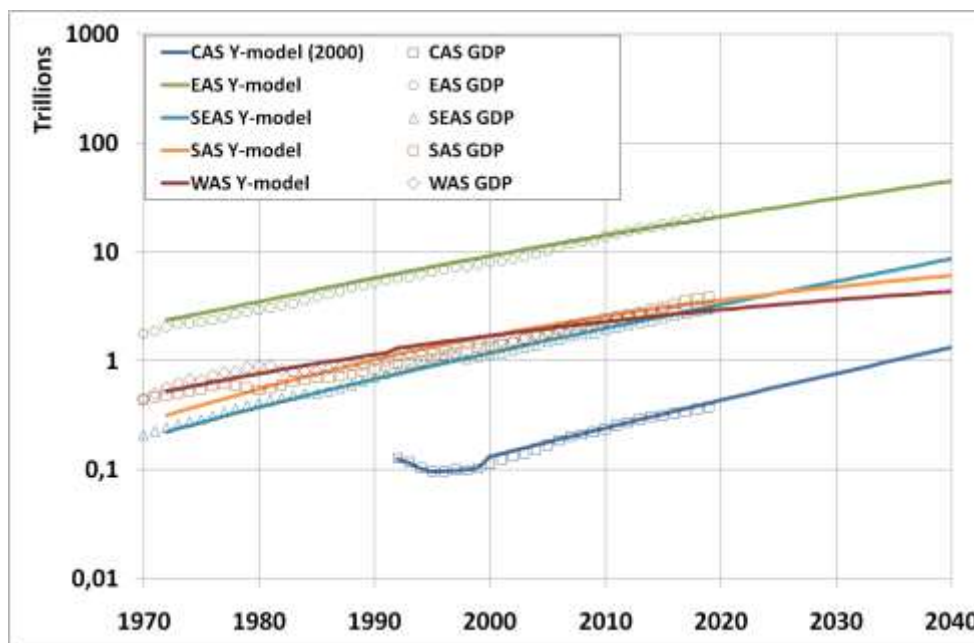


Рис. 23. Динамика ВВП регионов Азии в трлн долл. 2015 г. Масштаб логарифмический.

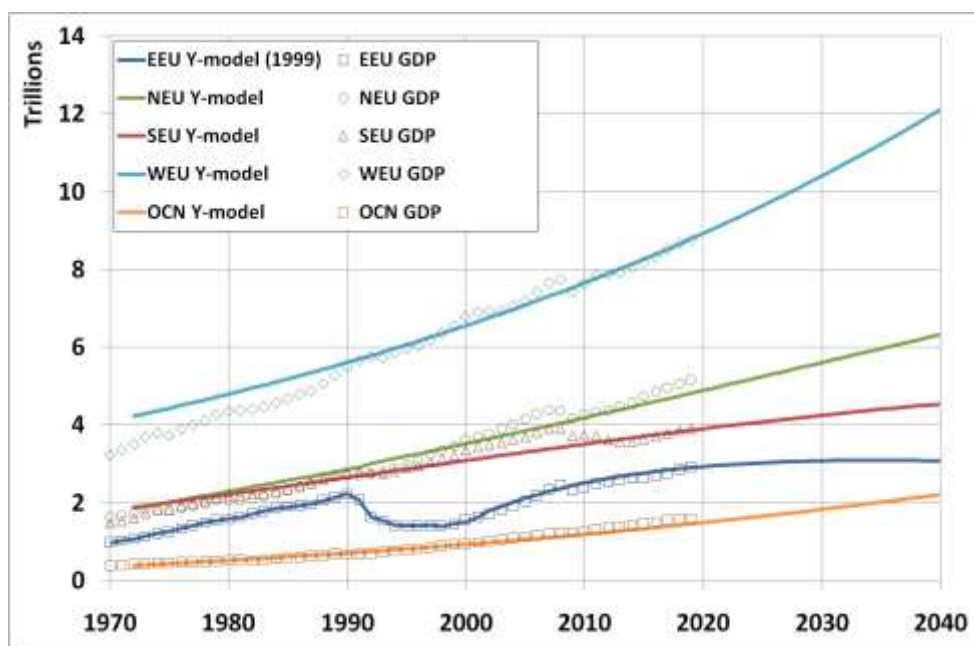


Рис. 24. Динамика ВВП европейских регионов и Океании в трлн долл. 2015 г.

Также были посчитаны глобальные величины (как сумма региональных агрегатов). На рис. 25 представлена численность мирового населения, на рис. 26 — мировой ВВП.

Визуально между эмпирикой и расчетом неплохое соответствие, что для демографии неудивительно, учитывая результаты региональных моделей, для макроэкономики, видимо, сработал эффект «больших чисел». Основной вклад внесли регионы с большими значениями ВВП: Сев. Америка, Вост. Азия, Зап. Европа; к тому же при суммировании отклонения от расчетных линий частично компенсировались, что снизило относительный разброс.

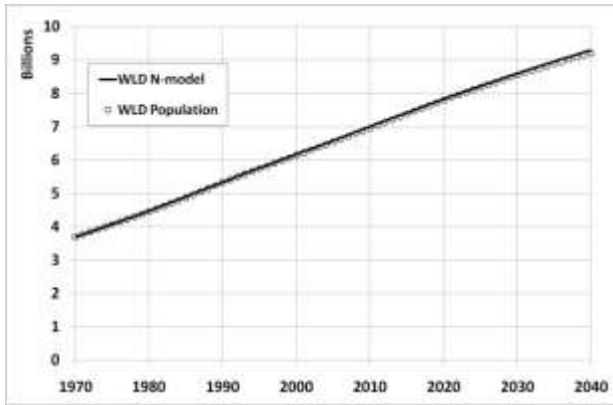


Рис. 25. Динамика мирового народонаселения.

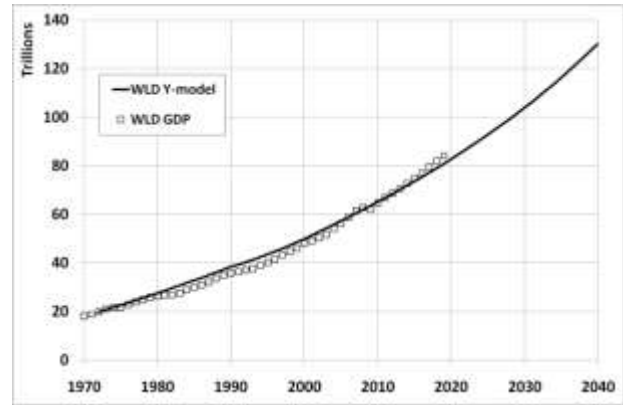


Рис. 26. Динамика мирового ВВП.

Вычисления двусторонних торговых потоков по уравнению (7) дали ожидаемые результаты: в тех случаях, где верификация была успешной, расчеты более или менее близки к статистике; там, где в ходе проверки возникли трудности, численный эксперимент продемонстрировал несоответствие между моделью и данными.

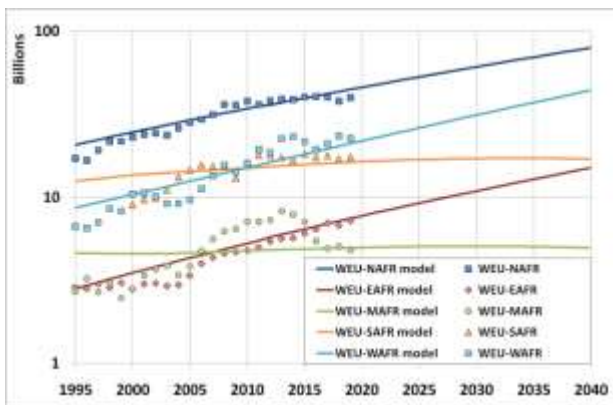


Рис. 27. Двусторонние товарные потоки из Зап. Европы в регионы Африки в долл. 2015 г. в логарифмическом масштабе.

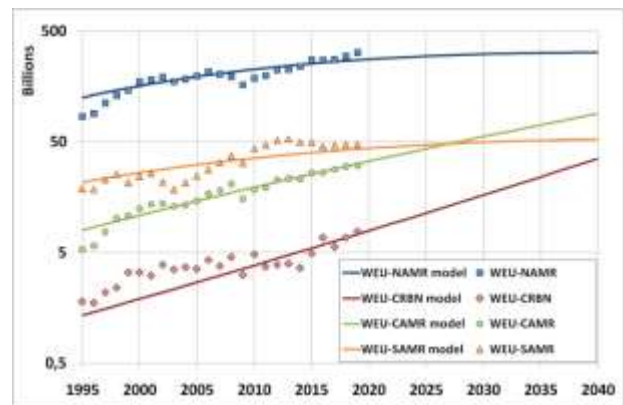


Рис. 28. Двусторонние товарные потоки из Зап. Европы в регионы Америки в долл. 2015 г. в логарифмическом масштабе.

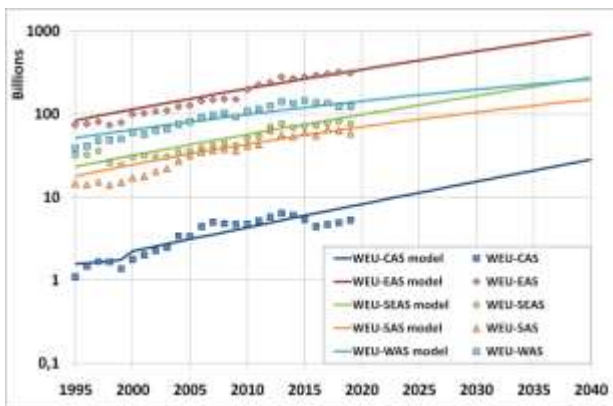


Рис. 29. Двусторонние товарные потоки из Зап. Европы в регионы Азии в долл. 2015 г. в логарифмическом масштабе.

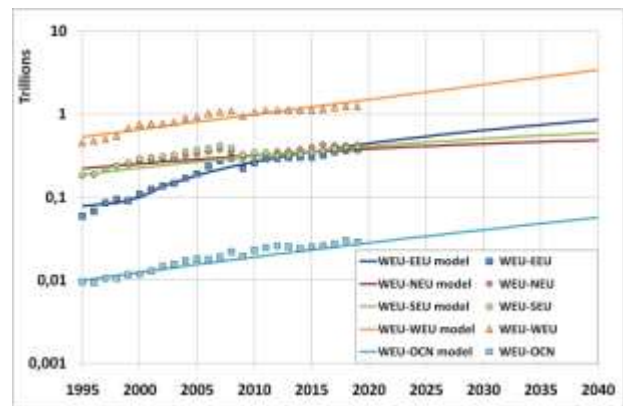


Рис. 30. Двусторонние товарные потоки из Зап. Европы в Европу и Океанию в долл. 2015 г. в логарифмическом масштабе.

Лучше всего мультимодель подошла для экспортных потоков десяти регионов: четырех европейских, четырех азиатских (за исключением Сред. Азии), Сев. Америки и Вост. Африки (см. приложение 2). В качестве образца на рис. 27–30 приведены все экспортные потоки Зап. Европы.

Похожая ситуация с вычисленными по формулам (8)–(9) региональным товарным экспортом и региональным товарным импортом: чем точнее смоделированы слагаемые, тем ближе общая сумма к расчетной. Рис. 31–32 иллюстрируют этот факт. На рис. 31 показана динамика суммарного товарного экспорта европейских регионов, на рис. 32 — их товарного импорта.

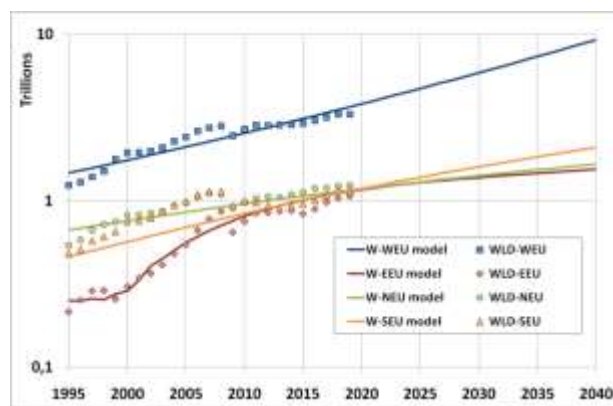
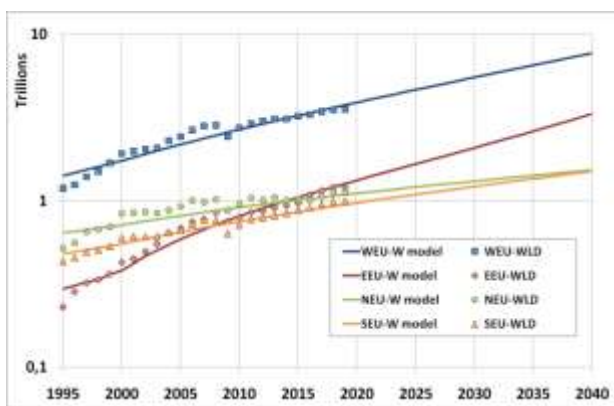


Рис. 31. Суммарный товарный экспорт регионов Европы в логарифмическом масштабе.

Рис. 32. Суммарный товарный импорт регионов Европы в логарифмическом масштабе.

Региональный товарный экспорт-импорт позволяет оценить интегральную степень расхождения торговой модели с данными. Даже если отдельные двусторонние потоки плохо аппроксимированы, в силу пресловутого закона больших чисел их сумма может быть хорошо подогнана регрессией. Оказалось, что в большинстве случаев так и есть. Исключения: экспорт и импорт Сред. Азии (рис. 33), экспорт и импорт Центр. Африки, импорт Зап. Африки (рис. 34).

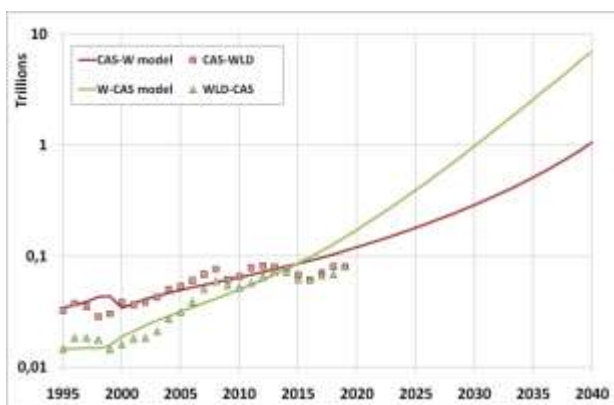


Рис. 33. Суммарный товарный экспорт-импорт Сред. Азии в логарифмическом масштабе.

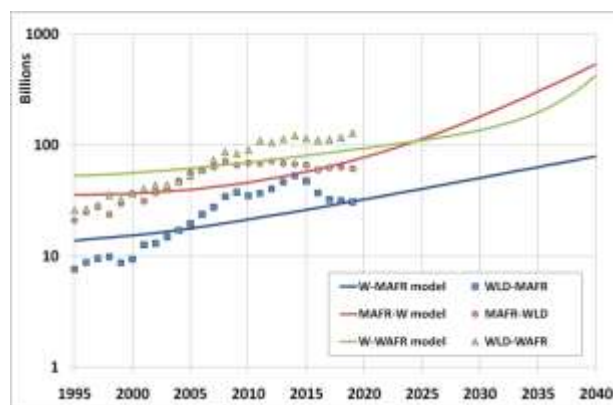


Рис. 34. Суммарный товарный экспорт-импорт Центр. Африки и импорт Зап. Африки.

Рис. 33 иллюстрирует ситуацию вычислительной неустойчивости: расчетные линии пошли «вразнос», разбежавшись друг от друга почти в 10 раз. Расчетные значения явно завышены: экспорт на протяжении 25 лет, с 1995 по

2019 гг. вырос с 34 до 112 млрд долл., т.е. чуть больше чем в 3 раза, а за 21 год, с 2020 по 2040 гг. — со 112 млрд до 1 трлн долл., т.е. почти в 10 раз; импорт с 1995 по 2019 гг. вырос с 15 до 150 млрд долл., т.е. в 10 раз, а за расчетный период — со 150 млрд до 7 трлн долл., т.е. почти в 50 (!) раз. Абсурдность этого результата очевидна.

На рис. 34 неустойчивость также имеет место для суммарного экспорта Центр. Африки и суммарного импорта Зап. Африки. Второй случай примечателен тем, что расчетная кривая после примерного экспоненциального роста в 2035 г. неожиданно меняет скорость и начинает возрастать сверхэкспоненциально. Третья величина — суммарный импорт Центр. Африки — имеет большую дисперсию остатков, что говорит, скорее, о неверном выборе регрессионной зависимости, чем об артефакте численного эксперимента.

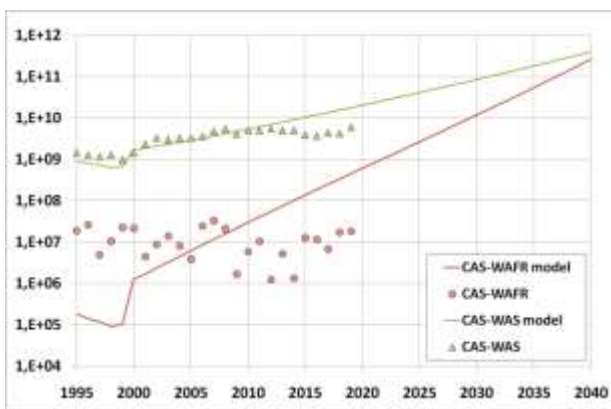


Рис. 35. Товарный экспорт Сред. Азии в Зап. Африку (CAS-WAFR) и Зап. Азию (CAS-WAS). Логарифмический масштаб.

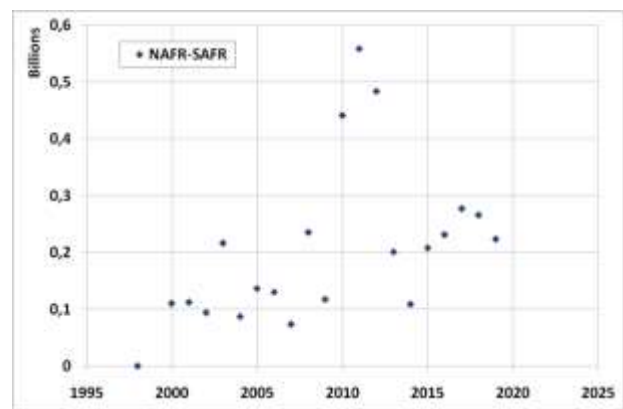


Рис. 36. Стационарный ряд — товарный экспорт из Сев. Африки в Юж. Африку, млрд долл. 2015.

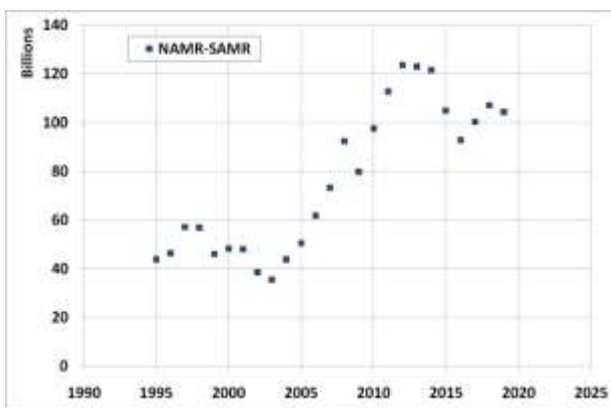


Рис. 37. S-образная зависимость: товарный поток из Сев. Америки в Юж. Америку.

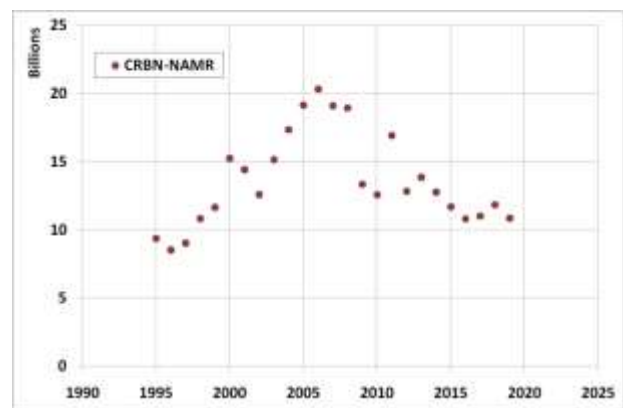


Рис. 38. Одиночная волна: товарный экспорт Карибского региона в Сев. Америку.

Причина неустойчивости заключается в неверной спецификации отдельных двусторонних потоков, повлиявших на итоговую сумму. Конкретно для Сред. Азии проблемными являются экспортные потоки в Зап. Африку и Зап. Азию (рис. 35). Показателен поток в Зап. Африку: невооруженным глазом видно, что тренда нет, а расчетная величина возрастает по экспоненте. Ошибка

вызвана эффектом *мультиколлинеарности*, т.е. по сути избыточностью множественной модели, парная регрессия лучше аппроксимировала бы данные.

Плохую подгонку экспорта Сред. Азии в Зап. Азию отчасти можно приписать мультиколлинеарности, отчасти — неподходящему виду регрессионной зависимости. Возможно, перспективнее использовать S-образную функцию, наподобие логистической кривой.

Сравнительный анализ позволяет выделить три типа зависимостей, описывающих динамику двусторонних потоков, не считая возрастающего тренда.

1. Стационарный ряд — отсутствие линии тренда (либо очень слабый тренд), графически множество данных похоже на «облако». Хорошо аппроксимируется константой — средним значением или близким к нему числом. Пример на рис. 36.

2. S-образная зависимость — колебания в начале и в конце промежутка, характерный подъем в середине участка, как на рис. 37. В отдельных случаях можно подождать константой, отбросив начало и середину интервала.

3. Волновая динамика — довольно отчетливо виден контур одинокой волны: сначала подъем, затем падение; характерный образец приведен на рис. 38. Самый сложный случай для прогнозирования: даже точная аппроксимация не позволяет с уверенностью сказать, как поведет себя величина в будущем. Может быть, наблюдаемый волновой фронт является случайным всплеском, возможно, это часть периодических колебаний; к сожалению, сделать выводы по одиночной волне невозможно, необходимо хотя бы два-три полноценных цикла. Соответственно, простейший метод — считать аппроксимируемую величину константой, взяв среднее значение либо на всем интервале, либо на конечном участке. Другой способ — повторить профиль волны, приложив начальную точку к конечной. Вариативность удлиняет расчеты и усложняет представление результатов, взамен появляется альтернативность прогноза и дополнительная возможность оценить его точность.

Собственно, указанные причины невысокого качества ряда уравнений и способы повышения качества подгонки должны послужить отправной точкой для последующих исследований.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая работа, с одной стороны, подводит промежуточный итог, с другой стороны, прокладывает путь новым исследованиям в области моделирования региональной и мировой динамики.

Построена динамическая макро модель мировой динамики. В модели мир разбит на 19 географических зон — регионов, каждый регион представляет собой формальное объединение соседних государств. Внутреннее развитие регионов описывается уравнениями разностного типа для демографических и экономических индикаторов. Межрегиональные взаимодействия представляют собой торговые связи, подмодель торговли описывает перетекание валовой продукции от региона к региону. Проведенные расчеты показывают, что модель

удовлетворительно описывает динамику монотонно меняющихся показателей. Наилучшее соответствие наблюдается у демографических показателей, наихудшее — у индикаторов внешней торговли.

У ряда двусторонних торговых потоков обнаруживаются выраженные регулярные колебания циклической природы, однако вид и спецификация регрессионных уравнений не позволяют эти колебания выделить и учесть в рамках трендовой составляющей. Кроме того, несмотря на верификацию семи вариантов торгового уравнения, сравнительный анализ этих разновидностей носит несколько поверхностный характер. Также минусом является отсутствие погрешностей прогнозных значений.

Планы будущих исследований:

- провести более детальное сравнение торговых уравнений при помощи статистических тестов;
- учесть колебания посредством включения циклической составляющей в регрессионные уравнения;
- оценить точность прогноза.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Махов С. А.* Динамическая модель внешней торговли стран БРИКС // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2016. № 128. — 16 с.
2. *Махов С. А.* Динамическая модель стран БРИКС с учетом торговли // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2017. № 139. — 20 с.
3. *Махов С. А.* Долгосрочная макромоделль мировой динамики на основе эмпирических данных // Компьютерные исследования и моделирование. — Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2013. Т. 5, № 5. С. 883–891.
4. *Пирогов Г. Г., Богородицкий В. К., Бороздин И. И., Татарникова М. В., Федоровский Ю. П.* Моделирование международных внешнеэкономических связей в моделях глобального развития. Препринт ВНИИСИ. — М.: ВНИИСИ, 1980. — 54 с.
5. *Дубовский С. В.* Прогнозирование российского экономического роста и финансовой динамики в условиях глобализации и нестабильности // Общественные науки и современность. — М.: Наука, 2005, №3. С. 129–136.
6. *Дубовский С. В.* Моделирование циклов Кондратьева и прогнозирование кризисов // Кондратьевские волны: аспекты и перспективы / Отв. ред. А. А. Акаев, Р. С. Гринберг, Л. Е. Гринин, А. В. Коротаев, С. Ю. Малков. — Волгоград: Учитель, 2012. С. 179–188.
7. *UN Statistic Division.* National accounts main aggregates database. 2020. URL: <https://unstats.un.org/unsd/snaama/Downloads>.
8. *World Bank.* World development indicators online. 2020. URL: https://databank.worldbank.org/data/download/WDI_excel.zip.

9. UNCTADstat Data Center online. 2020. URL: http://unctadstat.unctad.org/wds/ReportFolders/reportFolders.aspx?sCS_ChosenLang=en.

10. *Кануца С. П.* Сколько людей жило, живет и будет жить на Земле. Очерк теории роста человечества. — М.: Международная программа образования, 1999. — 240 с.

11. *Вишневецкий А. Г.* Избранные демографические труды. 1: Демографическая теория и демографическая история. — М.: Наука, 2005.

12. *United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division* World Population Prospects 2019: Methodology of the United Nations Population Estimates and Projections (ST/ESA/SER.A/425). — New York: United Nations, 2019. — 61 p.

URL: https://population.un.org/wpp/Publications/Files/WPP2019_Methodology.pdf.

13. *Бокс Дж., Дженкинс Г.* Анализ временных рядов, прогноз и управление: Пер. с англ. // Под ред. В. Ф. Писаренко. — М.: Мир, 1974, кн. 1. — 406 с.

14. *Вербик М.* Путеводитель по современной эконометрике: Пер. с англ. // Под ред. С. А. Айвазяна. — М.: Научная книга, 2008. — 616 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

В этом разделе приведены результаты сравнения торговых уравнений (7'), (7a), (7b), (7c), (7d) и эталонной зависимости (7e), (7f) по коэффициенту детерминации. Используемые краткие названия:

- Etalon-1 — линейная эталонная модель (7e);
- Etalon-2 — лог-линейная (экспоненциальная) эталонная модель (7f);
- Multi — множественная лог-линейная (степенная) модель (7');
- Export-1 — линейная экспортная функция (7a);
- Export-2 — лог-линейная (степенная) экспортная функция (7b);
- Import-1 — линейная импортная функция (7c);
- Import-2 — лог-линейная (степенная) импортная функция (7d);

1. Грубая прикидка.

В табл. 2 приведено трехинтервальное распределение регрессионных моделей по коэффициенту детерминации R^2 .

Таблица 2

Модели	Etalon-1	Etalon-2	Multi	Export-1	Export-2	Import-1	Import-2
Диапазон	Количество моделей, попавших в диапазон						
[0;0,3]	77	64	33	147	129	158	144
(0,3;0,7]	95	99	78	114	116	112	122
(0,7;1]	189	198	250	100	116	91	95

2. Гистограммный метод.

На рис. 39 и рис. 40 изображены гистограммы распределений семи моделей по коэффициенту R^2 с шагом 0,1. Ради экономии места и удобства сравне-

ния все линейные модели показаны на рис. 39, все нелинейные — на рис. 40. Конкретные частоты, на основании которых построены гистограммы, даются в табл. 3 (10-интервальное распределение регрессионных моделей по коэффициенту детерминации R^2).

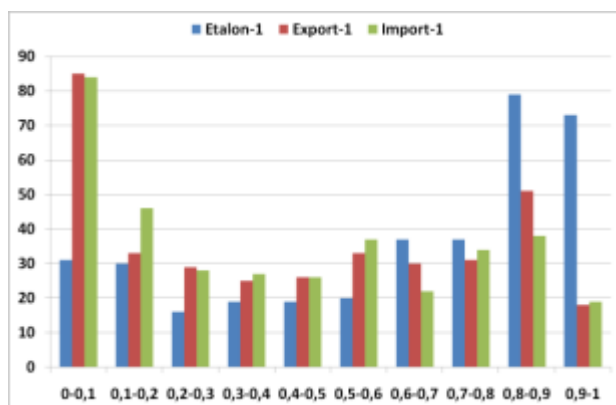


Рис. 39. Гистограмма распределения линейных моделей (7e), (7a), (7c).

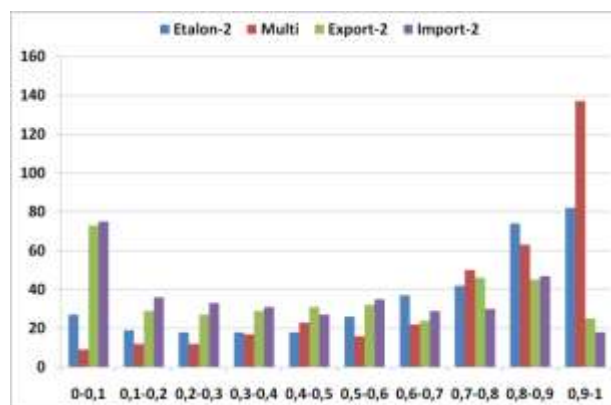


Рис. 40. Гистограмма распределения нелинейных моделей (7f), (7'), (7b), (7d).

Таблица 3

Модели	Etalon-1	Etalon-2	Multi	Export-1	Export-2	Import-1	Import-2
Диапазон	Количество моделей, попавших в диапазон						
0,0–0,1	31	27	9	85	73	84	75
0,1–0,2	30	19	12	33	29	46	36
0,2–0,3	16	18	12	29	27	28	33
0,3–0,4	19	18	17	25	29	27	31
0,4–0,5	19	18	23	26	31	26	27
0,5–0,6	20	26	16	33	32	37	35
0,6–0,7	37	37	22	30	24	22	29
0,7–0,8	37	42	50	31	46	34	30
0,8–0,9	79	74	63	51	45	38	47
0,9–1,0	73	82	137	18	25	19	18

3. Непрерывный способ.

В силу ряда особенностей (желание уместить все кривые на двух графиках, сильное несовпадение значений коэффициента R^2 и одинаковое количество регрессий для каждого уравнения), проще использовать ранговые зависимости, чем эмпирические функции распределения. На рис. 41 приведены графики для линейных моделей, на рис. 42 — для нелинейных моделей.

По оси ординат отложены значения R^2 , по оси абсцисс — ранг, при этом ранг 1 присвоен минимальному значению, ранг 361 — максимальному. Ранг-размерная зависимость показывает зависимость исследуемой величины от накопленной частоты, по сути — обратную эмпирическую функцию распределения. Чтобы обратная функция получилась в чистом виде, следует перейти от абсолютных частот к относительным, разделив ранг на 361. Пологость конечного участка графика говорит о количестве примеров удачной аппроксимации: чем более полог график, тем выше качество модели.

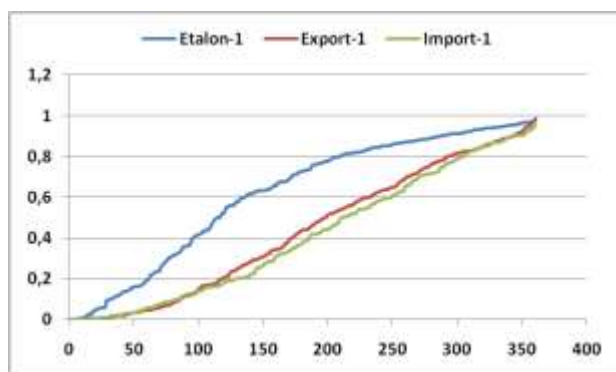


Рис. 41. Ранг-размерная зависимость для моделей (7e), (7a), (7c).

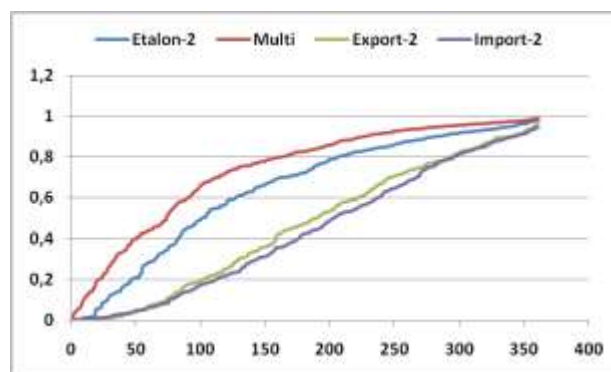


Рис. 42. Ранг-размерная зависимость для моделей (7f), (7'), (7b), (7d).

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

В этом разделе приведены значения R^2 (с точностью до 0,001) для множественной лог-линейной модели в двух таблицах. Табл. 4 отражает данные экспортеров-регионов Африки и Америки, табл. 5 — экспортеров-регионов Азии, Европы и Океании. Строки таблиц соответствуют импортерам, столбцы — экспортерам. В некоторых столбцах закрашены ячейки со значениями, превышающими 0,7.

Таблица 4

Exporter	NAFR	EAFR	MAFR	SAFR	WAFR	NAMR	CRBN	CAMR	SAMR
Importer	1	2	3	4	5	6	7	8	9
NAFR	0,374	0,917	0,030	0,409	0,319	0,755	0,059	0,563	0,948
EAFR	0,963	0,911	0,779	0,939	0,489	0,868	0,397	0,328	0,694
MAFR	0,758	0,899	0,829	0,803	0,687	0,618	0,585	0,754	0,666
SAFR	0,339	0,827	0,728	0,428	0,938	0,605	0,751	0,836	0,437
WAFR	0,814	0,700	0,701	0,817	0,887	0,834	0,291	0,639	0,580
NAMR	0,248	0,800	0,140	0,206	0,199	0,832	0,201	0,989	0,471
CRBN	0,267	0,488	0,046	0,080	0,330	0,954	0,518	0,537	0,235
CAMR	0,127	0,673	0,597	0,345	0,582	0,968	0,227	0,957	0,694
SAMR	0,476	0,810	0,444	0,585	0,631	0,950	0,956	0,957	0,849
CAS	0,459	0,740	0,116	0,194	0,601	0,546	0,157	0,352	0,795
EAS	0,890	0,949	0,844	0,917	0,825	0,963	0,683	0,968	0,976
SEAS	0,621	0,864	0,835	0,953	0,816	0,928	0,552	0,794	0,965
SAS	0,701	0,978	0,906	0,756	0,913	0,931	0,720	0,791	0,978
WAS	0,830	0,976	0,897	0,903	0,964	0,951	0,584	0,905	0,973
EEU	0,302	0,898	0,263	0,825	0,463	0,919	0,119	0,780	0,885
NEU	0,446	0,849	0,710	0,663	0,800	0,806	0,138	0,893	0,374
SEU	0,332	0,734	0,793	0,532	0,711	0,872	0,394	0,697	0,904
WEU	0,448	0,878	0,094	0,770	0,883	0,958	0,275	0,929	0,758
OCN	0,436	0,673	0,460	0,001	0,604	0,920	0,679	0,940	0,933

Таблица 5

Importer	CAS	EAS	SEAS	SAS	WAS	EEU	NEU	SEU	WEU	OCN
Exporter	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
NAFR	0,337	0,970	0,940	0,941	0,971	0,912	0,884	0,965	0,962	0,457
EAFR	0,060	0,974	0,939	0,916	0,946	0,810	0,761	0,928	0,969	0,861
MAFR	0,102	0,945	0,962	0,959	0,829	0,759	0,802	0,824	0,844	0,718
SAFR	0,680	0,572	0,635	0,487	0,759	0,959	0,390	0,858	0,884	0,396
WAFR	0,186	0,976	0,961	0,964	0,882	0,908	0,767	0,753	0,937	0,789
NAMR	0,156	0,989	0,797	0,884	0,587	0,953	0,769	0,654	0,920	0,560
CRBN	0,439	0,964	0,914	0,724	0,052	0,514	0,140	0,462	0,881	0,324
CAMR	0,428	0,954	0,951	0,975	0,896	0,954	0,859	0,930	0,965	0,041
SAMR	0,227	0,988	0,976	0,959	0,774	0,970	0,825	0,818	0,938	0,738
CAS	0,290	0,947	0,943	0,740	0,880	0,922	0,826	0,843	0,855	0,413
EAS	0,914	0,916	0,962	0,828	0,864	0,985	0,935	0,943	0,982	0,976
SEAS	0,714	0,991	0,936	0,937	0,889	0,901	0,787	0,779	0,957	0,848
SAS	0,644	0,969	0,954	0,937	0,947	0,900	0,755	0,931	0,946	0,884
WAS	0,838	0,972	0,976	0,963	0,985	0,949	0,920	0,962	0,953	0,802
EEU	0,412	0,986	0,971	0,860	0,855	0,979	0,947	0,982	0,975	0,804
NEU	0,211	0,959	0,742	0,922	0,778	0,983	0,777	0,679	0,966	0,426
SEU	0,921	0,981	0,964	0,772	0,969	0,950	0,772	0,932	0,971	0,800
WEU	0,733	0,934	0,982	0,937	0,840	0,958	0,838	0,970	0,929	0,742
OCN	0,427	0,977	0,912	0,945	0,787	0,953	0,874	0,940	0,972	0,368