Тогда для вложения $H^\omega \subset \Lambda BV$ необходимо и достаточно, чтобы

$$\varlimsup_{k\to\infty} \frac{\ln_m k \cdot u(\lambda_k)}{\lambda_k^2} < \infty.$$

2) *Если $O\left(\frac{1}{\sqrt{\ln x}}\right)$ заменить на $O\left(\frac{(\ln_r x)^\sigma}{\sqrt{\ln x}}\right)$ со сколь угодно большим натуральным $r \geqslant 2$ и сколь угодно малым $\sigma > 0$, то указанное условие вложения $H^\omega \subset \Lambda BV$ не будет необходимым.*

3) *Если функция $\frac{xu'_-(x)}{u(x)} - 1$ есть бесконечно малая при $x \to \infty$ и не меняет знака при больших x, то указанное условие вложения $H^\omega \subset \Lambda BV$ является достаточным независимо от порядка малости этой функции.*

Следствие 5. *Если $\omega(t) \sim t(\ln_{m-1}|\ln t|)^{\beta_m}(\ln_m|\ln t|)^{\beta_{m+1}}\dots(\ln_{n-1}|\ln t|)^{\beta_n}$ при $t \to 0$, $\beta_m > 0$, $n \geqslant m \geqslant 1$, $\beta_i \in R$, $i = m+1,\dots,n$, то для вложения $H^\omega \subset \Lambda BV$ необходимо и достаточно, чтобы*

$$\varlimsup_{k\to\infty} \frac{\ln_m k \cdot (\ln\lambda_k)^{\frac{\beta_{m+1}}{\beta_m}}\dots(\ln_{n-m}\lambda_k)^{\frac{\beta_n}{\beta_m}}}{\lambda_k^{\frac{1}{\beta_m}}} < \infty.$$

Теоремы 8 и 9 приведены в качестве самостоятельных, так как в некоторых случаях вопрос о существовании c можно решить, не обращаясь к теоремам 10 и 11.

Если в формулировках теорем $\omega'_+(t)$ заменить на $\omega'_-(t)$ или $u'_-(x)$ заменить на $u'_+(x)$, то заключения теорем остаются в силе.

Автор выражает признательность научному руководителю П. Л. Ульянову за постановку задачи и внимание к работе.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 99–01–0062 и 00–15–96143).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Медведева М.В.* О вложении классов H^ω // Матем. заметки. 1998. **64**, № 5. 713–719.
2. *Ефимов А.В.* Линейные методы приближения непрерывных периодических функций // Матем. сб. 1961. **54**, № 1. 51–90.
3. *Красносельский М.А., Рутицкий Я.Б.* Выпуклые функции и пространства Орлича. М.: Физматгиз, 1958.

Поступила в редакцию
14.04.2000

УДК 511.3

О ДИОФАНТОВОМ УРАВНЕНИИ $(x+y+z)^3 = nxyz$

М. З. Гараев

А. Бремнер и Р. Гай [1] исследовали уравнения

$$(x+y+z)^3 = nxyz \tag{1}$$

и

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} = n \tag{2}$$

в ненулевых целых числах x, y, z. Здесь n — целый параметр. Они представили таблицы решений для n в пределах $|n| \leqslant 200$.

В работах [2, 3] показано, что при $n = 1$ уравнение (2) не имеет целочисленных решений. Существенный сдвиг в этом направлении сделан в работе [4], а затем и в [5].

В работе [6] уравнение (2) исследовано в натуральных числах.

Уравнение (1) в натуральных числах рассматривалось в [7]. Там описаны четыре семейства значений n, для которых (1) разрешимо в положительных целых числах.

Результатом настоящей работы является следующая

Теорема. *Пусть* $n \in \{8k-1, 16k-4, 32k-16, 64k, 2^{2m+1}(2k-1)+27\}$, *где* k, m *— натуральные числа. Тогда уравнение* (1) *не имеет решений в натуральных числах* x, y, z.

Доказательство теоремы ведется "от противного". В предположении, что уравнение (1) разрешимо в натуральных числах x, y, z для некоторого n из указанного множества, уравнение (1) сводится к уравнению Сильвестра

$$x_1^3 + y_1^3 + n^2 z_1^3 = n x_1 y_1 z_1. \tag{3}$$

Далее производится замена $n = 2^{\sigma_1} m_1 m_2^2 m_3^3$, где m_1, m_2 — бесквадратные и взаимно простые числа. После этой замены уравнение (3) записывается в виде

$$u^3 + v^3 + 2^{\sigma_2} m_1^2 m_2 w^3 = 2^{\sigma_3} m_1 m_2 m_3 uvw, \tag{4}$$

где $(u, v, w) = 1$.

В случае необходимости переставляются u и v местами, и уравнение (4) сводится к сравнению

$$u^4 \equiv -2^{\sigma_4} m_1^2 m_2 u w^3 \pmod{(2^{\sigma_5} m_1 m_2 m_3 u w - v^2)}.$$

Неразрешимость последнего сравнения доказывается с помощью квадратичного закона взаимности.

В заключение автор выражает глубокую благодарность профессору В. Н. Чубарикову за полезные обсуждения полученных результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bremner A., Guy R.K.* Two more representation problems // Edin. Math. Soc. 1997. **40**, N 1. 1–17.
2. *Cassels J.W.S.* On a diophantine equation // Acta arithm. 1960. **6**. 47–53.
3. *Sansone G., Cassels J.W.S.* Sur le probleme de M. Werner Mnich // Acta arithm. 1962. **7**. 187–190.
4. *Dofs Erik.* On some classes of homogeneous ternary cubic Diophantine equations // Ark. mat. 1975. **13**. 29–72.
5. *Craig Maurice.* Integer values of $\sum \frac{x^2}{yz}$ // J. Number Theory. 1978. **10**. 62–63.
6. *Гараев М.З.* Диофантовы уравнения третьей степени // Тр. Матем. ин-та РАН. 1997. **218**. 99–108.
7. *Brueggeman A. Sharon.* Integers representable by $\frac{(x+y+z)^3}{xyz}$ // Int. J. Math. and Math. Sci. 1998. **21**, N 1. 107–116.

Поступила в редакцию
19.06.2000

УДК 511.37

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЗНАЧЕНИЙ МОДУЛЕЙ НЕПОЛНЫХ СУММ ГАУССА

Э. К. Жимбо

Случайные процессы допускают много способов моделирования. В этом направлении с использованием арифметических функций важный результат был получен Давенпортом и Эрдёшем в работе [1] (см. также [2]). Они доказали, что в среднем сумма характеров ведет себя как некоторый случайный процесс, имеющий асимптотически нормальные приращения с параметрами $(0, \sqrt{t-s})$, причем для любого конечного набора непересекающихся временны́х интервалов его приращения независимы. В то же время они получили явную модель броуновского движения. В [1] была рассмотрена сумма вида

$$S_p(m,t,h) = \frac{1}{\sqrt{h}} \sum_{n \leqslant ht} \left(\frac{m+n}{p}\right),$$

где m — целое, $h \geqslant 0$, $t \geqslant 0$, p — простое. Здесь через $\left(\frac{m}{p}\right)$ обозначен символ Лежандра.