

Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

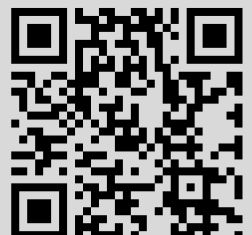
G. V. Kuznetsov, A. V. Krainov, Conjugate heat and mass transfer under conditions of motion of a viscous incompressible liquid in an open rectangular cavity and wall melting, *TVT*, 2003, Volume 41, Issue 2, 294–299

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use  
<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.173

February 11, 2025, 06:28:42



## СОПРЯЖЕННЫЙ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС ПРИ ДВИЖЕНИИ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОЛОСТИ И ПЛАВЛЕНИИ СТенок

© 2003 г. Г. В. Кузнецов, А. В. Крайнов

Томский государственный университет

Поступила в редакцию 29.05.2002 г.

Проведено численное моделирование теплообмена и гидродинамики при движении вязкой несжимаемой неизоэнтальной жидкости в открытой прямоугольной полости с учетом процесса плавления ее стенок. Получены температурные распределения для твердой и жидкой фаз, поля скоростей, контуры образующихся кратеров в различные моменты времени. Изучено влияние параметров модели и режима течения жидкости на характер движения и теплообмен жидкости в полости.

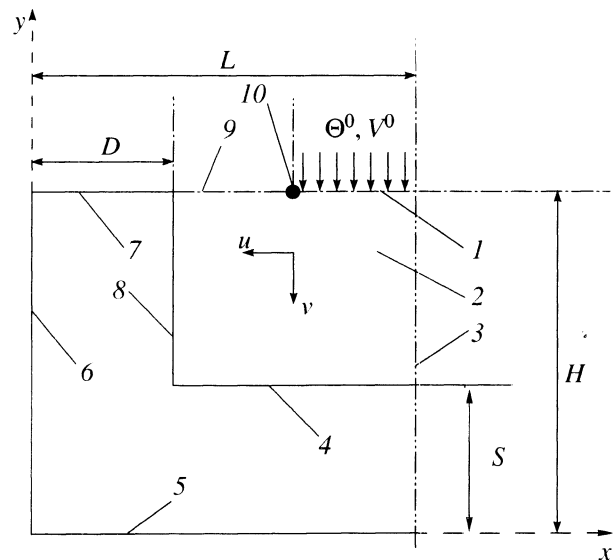
### ВВЕДЕНИЕ

Устойчивый интерес к исследованию конвективных течений в полостях различных типов наблюдается на протяжении последних 40 лет. В энергетических установках, в производственных процессах различного уровня сложности таких отраслей промышленности, как энергетическая, горная, космическая и других, используется большое число всевозможных теплотехнических устройств, представляющих собой открытые или закрытые контуры с разной геометрией, перенос тепла в которых осуществляется конвективной циркуляцией заполняющей их жидкости [1–4]. По мере развития производств и усложнения технологических циклов процессы, связанные с изменением фазового состояния при плавлении материала, протекают в условиях аварийных ситуаций, возникающих на энергетических установках разного класса и степени опасности [5–8]. Реализация в основном эмпирического подхода к решению возникающих задач данного типа при разработке оптимальных технологических режимов и выборе соответствующих параметров, обеспечивающих безопасность различных установок, приводит к большим затратам времени и средств. Многие процессы протекают при высоких температурах, превышающих температуру плавления материала конструкций. В этой связи возникает необходимость в теоретическом исследовании основных закономерностей гидродинамики и теплообмена при движении вязкой несжимаемой жидкости в полостях различного типа с изменяющейся геометрией области течения в условиях плавления материала полости.

**Постановка задачи.** Рассматривается нестационарное взаимодействие ламинарной вязкой струи несжимаемой неизоэнтальной жидкости с открытой прямоугольной полостью (рис. 1). Цель

данной работы заключается в исследовании процесса движения вязкой несжимаемой неизоэнтальной жидкости в открытой полости прямоугольного типа в условиях сопряженного теплообмена с учетом изменения фазового состояния материала полости (плавления).

Задачи решаются при следующих допущениях: 1) материалы жидкой и твердой фаз предполагаются идентичными (при реализации технологических процессов достаточно часто используются



**Рис. 1.** Схема течения в прямоугольной полости и геометрия расчетной области: 1 – участок входа в полость, 2 – гидродинамическая область, 3 – ось симметрии, 4 – дно полости, 5–7 – внешние стенки каверны, 8 – боковая стенка полости, 9 – участок выхода из полости, 10 – раздел между входным и выходным участками.

однородные материалы); 2) теплофизические характеристики материалов жидкой и твердой фаз – одинаковыми (вследствие того, что исследуются однородные материалы); 3) рассматривается ламинарный режим течения, наиболее типичный для условий данной задачи; 4) возможные эффекты газовой выделения, обусловленные химическими и физическими процессами, не учитываются (в данной работе рассматривается только процесс плавления материала полости).

Для описания данной задачи используется математическая модель, основанная на системе уравнений Навье–Стокса, записанных в переменных вихрь–функция тока, при умеренных числах Рейнольдса  $100 \leq Re \leq 800$  и уравнений энергии для материала прямоугольной полости и жидкой фазы с соответствующими начальными и граничными условиями [9]

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \omega, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{RePr} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y^2} = \frac{\partial \theta_1}{\partial Fo}. \quad (4)$$

Численное решение гидродинамической задачи осуществлялось в области, ограниченной внешними (участки входа в полость и выхода из нее) и внутренними (боковой стенкой и дном полости, линией симметрии) границами (рис. 1). На дне ( $y = S$ ,  $D < x < L$ ) и боковой стенке полости ( $x = D$ ,  $S < y < H$ ) задаются условия непротекания, прилипания, а также граничное условие четвертого рода для уравнения энергии

$$\begin{aligned} \psi = 0, \quad \omega = 2\psi(x, y + \Delta y)/(\Delta y)^2, \\ \theta_1 = \theta, \quad \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} = \lambda \frac{\partial \theta}{\partial y}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \psi = 0, \quad \omega = 2\psi(x + \Delta x, y)/(\Delta x)^2, \\ \theta_1 = \theta, \quad \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x}. \end{aligned} \quad (6)$$

На оси симметрии струи ( $x = L$ ,  $S < y < H$ ) задаются условия неразрывности тепловых потоков и непротекания

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad \omega = 0, \quad \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0. \quad (7)$$

На участке выхода из полости для составляющих скорости использовалось условие “сноса”  $\partial u/\partial y = 0$ ,  $\partial v/\partial x = 0$ , для температуры – “мягкое” граничное условие, т.е. равенство нулю второй производной температуры по координате  $y$  [2, 10]. На внешних границах полости задаются условия теплоизоляции

$$y = H, \quad 0 < x < D: \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} = 0, \quad (8)$$

$$y = 0, \quad 0 < x < L: \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} = 0,$$

$$x = 0, \quad 0 < y < H: \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = 0, \quad (9)$$

$$x = L, \quad 0 < y < S: \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = 0.$$

При исследовании движения вязкой несжимаемой неизотермической жидкости в полости прямоугольного типа с учетом процесса плавления стенок определялось нестационарное двухмерное температурное поле, а с использованием условия

$$\theta \geq \theta_* \quad (10)$$

– фронт плавления материала полости. В формуле (9)  $\theta_*$  – температура плавления материала полости.

Условия на границе раздела твердой и жидкой фаз в соответствии с особенностями изучаемого процесса имеют следующий вид. На границе раздела твердой и жидкой фаз в направлении пространственных переменных  $x$  и  $y$  задавались граничные условия четвертого рода для уравнения энергии, в которые вводился тепловой эффект плавления материала полости

$$\theta = \theta_1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\lambda_1 \partial \theta_1}{\lambda \partial y} - \left[ \frac{Q\rho v}{\lambda(T_* - T_1^0)} + Pr \right] \frac{dy}{dt}, \quad (11)$$

$$\theta = \theta_1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\lambda_1 \partial \theta_1}{\lambda \partial x} - \left[ \frac{Q\rho v}{\lambda(T_* - T_1^0)} + Pr \right] \frac{dx}{dt}. \quad (12)$$

В граничных условиях (11) и (12) используются следующие обозначения, отвечающие за введение добавочных членов:  $Q$  – тепловой эффект плавления материала полости,  $\lambda_1$ ,  $\lambda$  – коэффициенты теплопроводности для твердой и жидкой фаз;  $\rho$  – плотность;  $v$  – кинематическая вязкость;  $T_*$  – температура плавления материала полости;  $T_1^0$  – начальная температура стенок полости;  $Pr$  – число Прандтля.

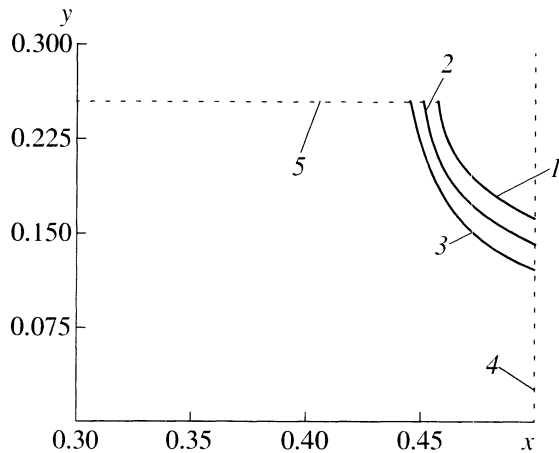


Рис. 2. Контуры кратеров, образующихся при плавлении стенок полости в моменты времени: 1 –  $1.875 \times 10^{-4}$ , 2 –  $2.75 \times 10^{-4}$ , 3 –  $3.375 \times 10^{-4}$  при числах  $Re = 400$ ,  $Pr = 0.979$ ; 4 – линия симметрии, 5 – граница раздела фаз.

При этом скорости движения границы раздела твердой и жидкой фаз в условиях изменения фазового состояния материала полости вдоль пространственных переменных  $x$  и  $y$  соответственно определялись следующим образом:

$$V_1 = -\frac{x_i(t + \Delta t) - x_i(t)}{\Delta t}, \quad (13)$$

$$V_2 = -\frac{y_i(t + \Delta t) - y_i(t)}{\Delta t}. \quad (14)$$

Здесь  $x_i, y_i$  – координаты узла разностной сетки на границе раздела твердой и жидкой фаз по осям  $x$  и  $y$  в момент времени  $t + \Delta t$  и  $t$  соответственно;  $V_1, V_2$  – скорости движения границы раздела твердой и жидкой фаз при изменении фазового состояния материала полости в направлении осей  $x$  и  $y$ .

При исследовании данного процесса необходимо выполнение следующего интегрального соотношения, определяющего расход жидкости и являющегося основной интегральной характеристикой течения:

$$\int_{x_3}^{x_0} v_+(x, y) dx = \int_{x_0}^{x_1} v_-(x, y) dx + W_2, \quad (15)$$

$$W_2 = \int_{x_2}^{x_1} v_-(x, y) dx, \quad (16)$$

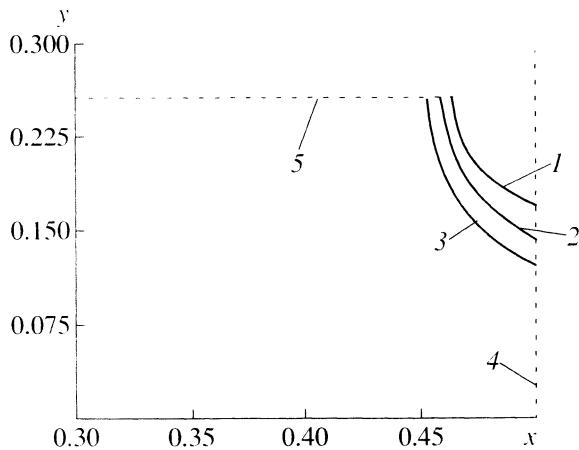
в котором  $x_1$  – координата фиксированной крайней точки входного участка, лежащей на линии

симметрии;  $x_0$  – координата точки раздела между участками с разным направлением движения жидкости в полости;  $x_2$  – координата крайней точки кратера, образующегося при плавлении материала полости;  $x_3$  – координата фиксированной крайней точки выходного участка, лежащей на боковой стенке полости;  $v_-(x, y)$  – поперечная составляющая скорости движения жидкости в направлении от входного участка до дна полости;  $v_+(x, y)$  – поперечная составляющая скорости движения жидкости в направлении от дна полости до выходного участка;  $W_2$  – расход жидкости за счет плавления материала полости.

Система уравнений Навье–Стокса в переменных функция тока–вихрь, уравнения энергии и теплопроводности с соответствующими граничными условиями решаются методом конечных разностей, а разностные аналоги уравнений переноса и теплопроводности – методом прогонки [11, 12]. Уравнение Пуассона на каждом временном слое решается методом последовательной верхней релаксации. Граница фронта плавления определялась с помощью критериального условия фазовых переходов (10). При несовпадении криволинейной границы с узлами сетки в условиях изменения фазового состояния материала полости (плавления) применялись разности с переменными шагами по координатам. Использовалась разностная схема второго порядка точности на равномерных и неравномерных разностных сетках. Значения вихря на границе гидродинамической области, а также на подвижной ее части определялись из уравнения для функции тока.

**Обсуждение результатов.** При исследовании гидродинамики и сопряженного теплообмена при движении жидкой стали [9] координаты фронта плавления определялись с помощью полученного двумерного неоднородного поля температур с использованием критерия (10). Течение в условиях описанного процесса исследовалось в широком диапазоне изменения чисел Рейнольдса  $100 \leq Re \leq 800$  и других параметров модели. В результате взаимодействия высокотемпературной струи вязкой несжимаемой жидкости с полостью прямоугольного типа наблюдается образование кратеров параболической формы, границы которых соответствуют фронту фазового перехода материала.

На рис. 2 представлены контуры кратеров, образующихся в результате плавления полости прямоугольного типа в различные моменты времени  $1.875 \times 10^{-4}$ ,  $2.75 \times 10^{-4}$ ,  $3.75 \times 10^{-4}$  при числах  $Re = 400$ ,  $Pr = 0.979$ . Можно отметить, что кривые 1–3, определяющие контуры кратеров, в симметричной области  $0.45 < x < 0.50$ ,  $0.11 < y < 0.25$  более вытянуты вдоль линии симметрии по сравнению с полушириной образующегося кратера. С увеличением времени скорость плавления стенок поло-



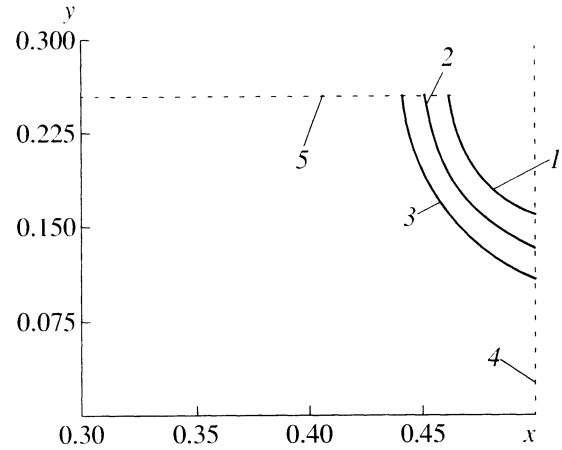
**Рис. 3.** Контуры кратеров, образующихся при плавлении стенок полости в моменты времени: 1 –  $1.5 \times 10^{-4}$ , 2 –  $2.375 \times 10^{-4}$ , 3 –  $3.375 \times 10^{-4}$  при числе  $Re = 600$ ,  $Pr = 0.979$ ,  $a = 0.16a_*$ ; 4 – линия симметрии, 5 – граница раздела фаз.

сти вдоль оси  $x$  существенно уменьшается по сравнению со скоростью плавления вдоль оси  $y$ . Особенно отчетливо эта тенденция наблюдается для контуров 2, 3.

На рис. 3 показаны контуры кратеров, образующиеся в результате плавления полости прямоугольного типа в моменты времени  $1.5 \times 10^{-4}$ ,  $2.375 \times 10^{-4}$ ,  $3.375 \times 10^{-4}$  при следующих параметрах:  $Re = 600$ ,  $Pr = 0.979$ ,  $a = 0.16a_*$  ( $a$  – длина входного участка,  $a_*$  – длина пронизываемого участка полости  $y = H$ ,  $D < x < L$ ).

На рис. 4 приведены контуры границ гидродинамической области при плавлении полости в моменты времени  $1.551 \times 10^{-4}$ ,  $2.426 \times 10^{-4}$ ,  $3.426 \times 10^{-4}$  при  $Re = 600$ ,  $Pr = 0.979$ ,  $a = 0.24a_*$ . Сравнение рис. 3 и 4 дает возможность проследить динамику изменения контуров кратеров в условиях плавления вещества при указанных выше параметрах.

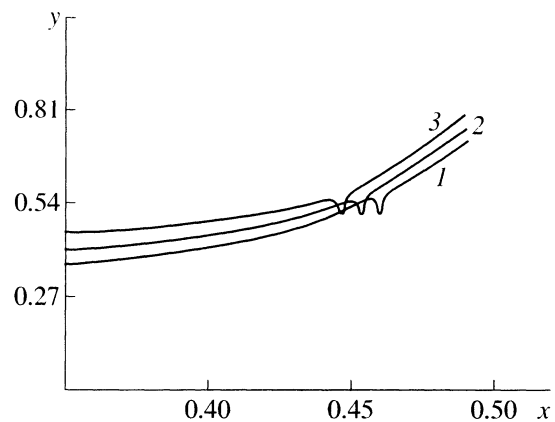
При движении жидкости от нижней границы гидродинамической области к выходному участку (второй этап движения жидкости) поперечная составляющая скорости начинает расти с увеличением координаты  $y$ , а полуширина сформированного контура кратера постепенно возрастает, при этом ее максимальное значение меньше высоты образующегося кратера. Достаточно хорошо это видно из рис. 2–4, на которых показано формирование контура фронта плавления. За счет нагрева материала полости, обусловленного теплоотводом в ее стенки, изотерма плавления сдвигается по отношению к начальному ее положению, в результате чего происходит искривление



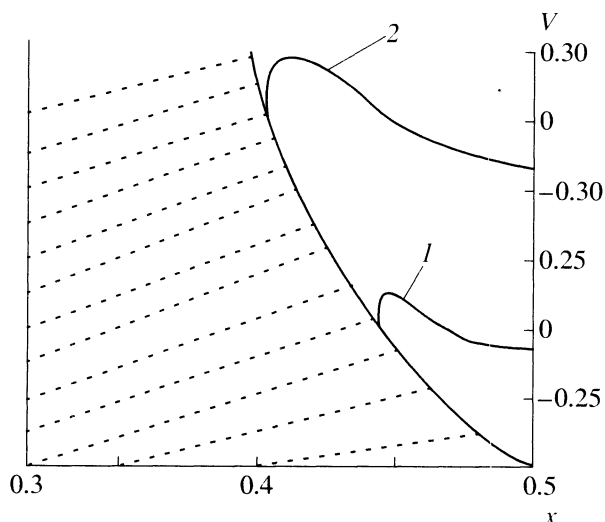
**Рис. 4.** Контуры кратеров, образующихся при плавлении стенок полости в моменты времени: 1 –  $1.551 \times 10^{-4}$ ; 2 –  $2.426 \times 10^{-4}$ ; 3 –  $3.426 \times 10^{-4}$  при числе  $Re = 600$ ,  $Pr = 0.979$ ,  $a = 0.24a_*$ ; 4 – линия симметрии; 5 – граница раздела фаз.

контура фронта фазового перехода в материале полости.

Проведенный анализ позволяет выявить влияние входного параметра  $a$  при одних и тех же значениях других параметров модели на процесс образования кратера при плавлении стенок полости. С увеличением числа Рейнольдса и уменьшением длины входного участка процесс образования кратера существенно не изменяется. Следует лишь отметить, что образование кратера начинается раньше и размеры симметричной области, в которой протекает данный процесс  $0.46 < x < 0.50$ ,  $0.11 < y < 0.25$ , уменьшаются.



**Рис. 5.** Распределения температуры по  $x$  в твердой и жидкой фазах при плавлении в различных сечениях по  $y$  в фиксированный момент времени при  $Re = 400$ ,  $Pr = 0.979$ : 1 –  $y = 0.216$ , 2 –  $0.256$ , 3 –  $0.302$ .



**Рис. 6.** Профили поперечной составляющей скорости  $v$  в сечениях: 1 –  $y = 0.096$ , 2 –  $0.376$  при числах  $Re = 600$ ,  $Pr = 0.979$ ,  $a = 0.34a_*$ . Твердая фаза заштрихована.

На рис. 5 приведены распределения температуры в твердой и жидкой фазах в условиях плавления в фиксированный момент времени в различных сечениях  $y$ : 0.216, 0.256, 0.302 при  $Re = 400$ ,  $Pr = 0.979$ . Как видно из рисунка, температура по направлению к границе раздела фаз достаточно быстро убывает. На границе раздела фаз возникают локальные минимумы температуры, связанные с тепловым эффектом плавления. Изменение температуры в твердой фазе происходит менее интенсивно, чем в жидкой фазе (кривые 1–3). Это можно объяснить тем, что нагрев твердой фазы происходит лишь вследствие теплопроводности, а охлаждение жидкой фазы – в условиях конвективного переноса.

На рис. 6 представлены профили поперечной составляющей скорости  $v$  в фиксированный момент времени внутри кратера, образующегося в результате плавления стенок полости. Результаты расчета приведены для сечений  $y$ : 0.096, 0.376 для  $Re = 600$ ,  $Pr = 0.979$ ,  $a = 0.34a_*$ . При движении вязкой несжимаемой неизотермической жидкости от входного участка до дна полости (первый этап движения) значение поперечной составляющей скорости убывает по всей высоте образующегося кратера. При движении жидкости от дна полости до выходного участка (второй этап движения) поперечная составляющая скорости начинает расти по всей высоте кратера. При этом кривые 1, 2 на рис. 6 деформируются за счет сложного контура кратера. Степень деформации кривых возрастает с уменьшением высоты кратера (рис. 6).

На основании полученных результатов можно сделать вывод о том, что характер поведения температуры в различных сечениях полости и контуров кратеров качественно не изменится при варьировании числа  $Re$ , претерпевая небольшие изменения при рассмотренном диапазоне значений входного параметра  $a$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные численные результаты позволяют проследить динамику процесса плавления полости при взаимодействии с высокотемпературной струей жидкости и выявить особенности образования кратеров, границы которых соответствуют фронту плавления материала. К сожалению, численные результаты, полученные по предлагаемой в данной работе модели, не могут быть сопоставлены с экспериментом в связи с отсутствием экспериментальных данных как по распределенным, так и по интегральным характеристикам течений высокотемпературных расплавов в полостях с плавящимися стенками. Однако полученные данные и выявленные закономерности представляются физически оправданными, что позволяет сделать вывод о целесообразности дальнейшего развития предлагаемой модели.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Махнова Г.В., Рис В.В., Смирнов Е.М. Двухмерная ламинарная свободная конвекция в полости, имеющей форму квадрата со скругленными углами. Тр. 2-й Рос. Нац. конф. по теплообмену. Свободная конвекция. Т. 3. М.: Изд-во МЭИ, 1998. С. 100.
2. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. М.: Наука, 1984. 288с.
3. Полежаев В.И., Бунэ А.В., Дубовик К.Г. и др. Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье–Стокса. М.: Наука, 1987. 271с.
4. Дыбан Е.П., Мазур А.И. Конвективный теплообмен при струйном обтекании тел. Киев: Наукова думка, 1982. 303с.
5. Нигматулин Б.И., Артемов В.И., Яньков Г.Г. Моделирование процессов течения и теплообмена в активной зоне реактора ВВЭР на начальных стадиях тяжелой аварии. Тр. 1-й Рос. Нац. конф. по теплообмену. Дисперсные потоки и пористые среды. Т. 7. М.: Изд-во МЭИ, 1994. С. 138.
6. Рассохин Н.Г., Локтионов В.В., Мухтаров Э.С. и др. Особенности поведения корпуса ВВЭР–1000 в условиях тяжелой аварии. Тр. 2-й Рос. Нац. конф. по теплообмену. Пленарные и общие проблемные доклады. Доклады на круглых столах. Т. 1. М.: Изд-во МЭИ, 1998. С. 153.
7. Гаврилов П.М., Цыганов А.А. Теплообмен и внутренняя самозащищенность ядерных реакто-

- ров. Тр. 2-й Рос. Нац. конф. по теплообмену. Пленарные и общие проблемные доклады. Доклады на круглых столах. Т. 1. М.: Изд-во МЭИ, 1998. С. 147.
8. *Артемов В.И., Карпов В.Е., Яньков Г.Г.* Численное моделирование процессов в осушенной активной зоне ВВЭР-1000 в условиях запроектной аварии. Тр. 2-й Рос. Нац. конф. по теплообмену. Пленарные и общие проблемные доклады. Доклады на круглых столах. Т. 1. М.: Изд-во МЭИ, 1998. С. 143.
9. *Кузнецов Г.В., Крайнов А.В.* Исследование сопряженного теплообмена и гидродинамики при движении вязкой несжимаемой жидкости в каверне прямоугольного типа // Прикладная механика и техническая физика. 2001. Т. 42. № 5. С.136.
10. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.
11. *Тарунин Е.Л.* Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. Иркутск: Изд-во Иркутск. ун-та, 1990. 225с.
12. *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616 с.