



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Д. Конаков, В. И. Питербарг, Скорость сходимости распределений максимальных уклонений гауссовских процессов и эмпирических плотностей. II, *Теория вероятн. и ее примен.*, 1983, том 28, выпуск 1, 164–169

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.81

16 марта 2025 г., 06:54:45



**СКОРОСТЬ СХОДИМОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ МАКСИМАЛЬНЫХ
УКЛОНЕНИЙ ГАУССОВСКИХ ПРОЦЕССОВ
И ЭМПИРИЧЕСКИХ ПЛОТНОСТЕЙ II**

КОНАКОВ В. Д., ПИТЕРБУРГ В. И.

В настоящей заметке результаты, полученные в [1], применяются для уточнения распределения ширины доверительных полос при оценивании эмпирической функции плотности (э.ф.п.), т. е. решается задача В (см. введение в [1]).

1. Погрешность аппроксимации гауссовским процессом. Пусть X_1, X_2, \dots — последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин, имеющих плотность распределения $f(x)$. Относительно $f(x)$ предположим, что она непрерывна, ограничена и положительна в рассматриваемой области, а также что $\sqrt{f(x)}$ — абсолютно непрерывная функция с ограниченной по абсолютной величине производной $1/2f'(x)(f(x))^{-1/2}$. В качестве оценок $f_n(x)$ плотности $f(x)$ рассмотрим оценки М. Розенблатта [2]

$$f_n(x) = n^{-1}h_n^{-1} \sum_{j=1}^n K\left(\frac{x - X_j}{h_n}\right), \quad (1.1)$$

где h_n — последовательность положительных чисел, $h_n \rightarrow 0$, $nh_n \rightarrow \infty$ при $n \rightarrow \infty$, а весовая функция $K(u)$ удовлетворяет следующим условиям:

$$K(u) = K(-u), \quad \int_{-\infty}^{\infty} K(u) du = 1, \quad \int_{-\infty}^{\infty} K(u) < \infty, \quad \int_{-\infty}^{\infty} K^2(u) du < \infty \quad (1.2)$$

а также одному из двух условий:

(I) $K(u)$ равна нулю вне $[-A, A]$ и абсолютно непрерывна на $[-A, A]$ вместе со своей производной $K'(u)$,

(II) $K(u)$ абсолютно непрерывна на $(-\infty, \infty)$ вместе со своей производной $K'(u)$, $K^{(i)}(u) \in L_2(-\infty, \infty)$, $i = 1, 2$ и

$$\int_{|u| \geq 3} \sqrt{|u| |\ln \ln |u||} (|K'(u)u| + |K(u)|) du < \infty. \quad (1.3)$$

Наша основная цель в этом пункте — показать, что функция распределения соответствующим образом нормированной случайной величины

$$\sup_{0 \leq x \leq 1} \left| \frac{f_n(x) - f(x)}{\sqrt{f(x)}} \right| \quad (1.4)$$

«сближается» (в смысле, который будет уточнен ниже) при $n \rightarrow \infty$ с функцией распределения случайной величины (также нормированной должным образом):

$$\max_{0 \leq t \leq h_n^{-1}} |\Delta(h_n t) + X(t)|,$$

где

$$\Delta_n(x) = \frac{\sqrt{nh_n} (Mf_n(x) - f(x))}{\sigma \sqrt{f(x)}}, \quad \sigma^2 = \int K^2(u) du, \quad (1.5)$$

$X(t)$ — стационарный гауссовский процесс с непрерывными траекториями и ковариационной функцией

$$r(t) = \sigma^{-2} \int K(u+t)K(u) du, \quad (1.6)$$

а также дать оценку скорости этого «сближения».

Интервал $[0, 1]$ в (1.4) взят для удобства и может быть заменен любым конечным интервалом.

Пусть $\{w_n(t), t \in [0, 1], n = 1, 2, \dots\}$ — последовательность независимых винеровских процессов, $\{W_n(s), s \in (-\infty, \infty), n = 1, 2, \dots\}$ — последовательность независимых двусторонних винеровских процессов. Рассмотрим случайные процессы

$$\xi_n(x) = \sigma^{-1} (nh_n)^{1/2} f^{-1/2}(x) (f_n(x) - f(x)),$$

которые, очевидно, могут быть записаны в виде

$$\xi_n(x) = \Delta_n(x) - \sigma^{-1} (h_n f(x))^{-1/2} \int_0^1 \sqrt{n} (F_n(t) - t) dK \left(\frac{F^{-1}(t) - x}{h_n} \right),$$

где $F_n(t)$ — эмпирическая функция распределения, построенная по «выборке» $F(X_1), \dots, F(X_n)$, $F' = f$. Будем считать, что случайные величины X_1, X_2, \dots заданы на том вероятностном пространстве, где существуют версии броуновских мостов $\mathcal{B}_n(t) = w_n(t) - tw_n(1)$, близкие к эмпирическим процессам $Y_n(t) = \sqrt{n} (F_n(t) - t)$, $t \in [0, 1]$ ([3], точная формулировка этого результата дана в лемме 1.2). Рассмотрим четыре случайных процесса $\xi_n^{(i)}(x)$, $\eta_n^{(i)}(x)$, $i = 1, 2$, $x \in [0, 1]$:

$$\xi_n^{(1)}(x) = \Delta_n(x) - \sigma^{-1} (h_n f(x))^{-1/2} \int_0^1 w_n(t) dK \left(\frac{F^{-1}(t) - x}{h_n} \right),$$

$$\xi_n^{(2)}(x) = \sigma^{-1} (h_n f(x))^{-1/2} \int_0^1 (w_n(1)t + \mathcal{B}_n(t) - Y_n(t)) dK \left(\frac{F^{-1}(t) - x}{h_n} \right),$$

$$\eta_n^{(1)}(x) = \Delta_n(x) + \sigma^{-1} h_n^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} K \left(\frac{s-x}{h_n} \right) dW_n(s),$$

$$\eta_n^{(2)}(x) = \sigma^{-1} h_n^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} K \left(\frac{s-x}{h_n} \right) \left[\left(\frac{f(s)}{f(x)} \right)^{1/2} - 1 \right] dW_n(s).$$

Легко видеть, что

$$\xi_n^{(1)}(x) + \xi_n^{(2)}(x) = \xi_n(x),$$

а распределения, порождаемые в $C[0, 1]$ процессами $\eta_n^{(1)}(x) + \eta_n^{(2)}(x)$ и $\xi_n^{(1)}(x)$, $x \in [0, 1]$, совпадают. Ниже приводятся необходимые вспомогательные утверждения.

Лемма 1.1. Пусть ξ и η — случайные величины, причем для некоторых $\varepsilon, \delta \geq 0$

$$P(|\xi - \eta| > \varepsilon) < \delta.$$

Тогда для любого x

$$P(\xi < x) \leq P(\eta < x \pm \varepsilon) \pm \delta.$$

Доказательство очевидно.

Лемма 1.2. ([3]). Пусть X_1, \dots, X_n — независимые, распределенные равномерно на $[0, 1]$ случайные величины, $F_n(t)$ — эмпирическая функция распределения, построенная по X_1, X_2, \dots, X_n , $\mathcal{B}_n(t)$ — броуновский мост.

Тогда существуют такие версии $F_n(t)$ и $\mathcal{B}_n(t)$, что

$$P \left(\sup_{0 \leq t \leq 1} |n(F_n(t) - t) - n^{1/2} \mathcal{B}_n(t)| > C \log n + x \right) < K e^{-\lambda x}$$

для всех x , где C, K, λ — абсолютные положительные константы.

Лемма 1.3. 1. Если плотность $f(x)$ и ядро $K(u)$ удовлетворяют условиям, приведенным выше и для некоторого $\alpha > 0$

$$\int |u|^\alpha |K(u)| du = C_\alpha < \infty,$$

то

$$\alpha_n = \sup_x |Mf_n(x) - f(x)| \leq C_\alpha (\sup_x |f'(x)| + \sup_x f(x)) h_n^{\min(\alpha, 1)}.$$

2. Если дополнительно предположить, что f — k раз дифференцируемая функция и k -я производная удовлетворяет условию Гельдера с показателем $\beta > 0$, константой g , не зависящей от x, y :

$$|f^{(k)}(x) - f^{(k)}(y)| \leq g |x - y|^\beta,$$

а для $l = 2, \dots, k$ имеет место равенство $\int u^l K(u) du = 0$, то

$$\alpha_n \leq C_\alpha (\sup_x |f^{(k)}(x)| + g) h_n^{\min(\alpha, k+\beta)}.$$

Доказательство этой леммы мало чем отличается от аналогичного результата в [6], где рассмотрен случай финитного ядра $K(u)$.

Лемма 1.4. Для любого положительного ε

$$P\left(\sup_{0 \leq x \leq 1} |\xi_n^{(2)}(x)| > \varepsilon\right) \leq C_1 \exp(-C_2 h_n^{-1} \varepsilon^2) + C_3 \exp(-C_4 \varepsilon (nh_n)^{1/2} + C_5 \log n),$$

$$P\left(\sup_{0 \leq x \leq 1} |\eta_n^{(2)}(x)| > \varepsilon\right) \leq C_6 \exp(-C_7 h_n^{-1} \varepsilon^2),$$

где $C_i, i = 1, \dots, 7$, — абсолютные положительные постоянные.

Доказательство. Из определения $\xi_n^{(2)}(x)$ и условий на $f(x)$ и $K(u)$ следует, что

$$\sup_{0 \leq x \leq 1} |\xi_n^{(2)}(x)| \leq K_1 |w_n(1)| h_n^{1/2} + K_2 \sup_{0 \leq t \leq 1} |\mathcal{B}_n(t) - Y_n(t)| h_n^{-1/2},$$

поэтому, применяя лемму 1.2 с $x = x_n = -C \log n + (2K_2)^{-1} \varepsilon (h_n n)^{1/2}$, имеем:

$$\begin{aligned} P\left(\sup_{0 \leq x \leq 1} |\xi_n^{(2)}(x)| > \varepsilon\right) &\leq P\left(|w_n(1)| > \frac{\varepsilon}{2K_1 h_n^{1/2}}\right) + \\ &+ P\left(\sup_{0 \leq t \leq 1} |\mathcal{B}_n(t) - Y_n(t)| > \frac{\varepsilon h_n^{1/2}}{2K_2}\right) \leq C_1 \exp(-C_2 h_n^{-1} \varepsilon^2) + \\ &+ C_3 \exp(-C_4 \varepsilon (h_n n)^{1/2} + C_5 \log n). \end{aligned}$$

Из условий на $f(x)$ и $\sqrt{f(x)}$ следует неравенство

$$\sup_{0 \leq x \leq 1} |f^{-1/2}(x) | f^{1/2}(x + h_n u) - f^{1/2}(x) | \leq K_3 h_n |u|,$$

из которого, интегрируя по частям выражение для $\eta_n^{(2)}(x)$, нетрудно получить оценку

$$\sup_{0 \leq x \leq 1} |\eta_n^{(2)}(x)| \leq K_4 h_n^{1/2} \sup_{0 \leq x \leq 1} \int_{-\infty}^{\infty} |W_n(x + h_n u)| (|K'(u)u| + |K(u)|) du. \quad (1.7)$$

Второе неравенство леммы является следствием (1.7), условия (1.3) и приводимой ниже леммы 1.5, примененной к функции

$$H_n(u) = K_5 h_n^{-1/2} \varepsilon \sqrt{2u \ln \ln u}.$$

Лемма 1.5. Пусть $W_+(u)$ — стандартное броуновское движение на $[0, \infty)$, начинающееся в нуле, $H(u) \in C[3, +\infty)$, $H(u) > 0$, $H(u) u^{-1/2}$ монотонно возрастает, а $H(u) u^{-1}$ монотонно убывает при $u > u_0$.

Тогда для любого $C > u_0$

$$P(W_+(u) \geq H(u) \text{ для некоторого } u > C) \leq \int_C^{\infty} \frac{H(s)}{\sqrt{2\pi s^3}} \exp\left(-\frac{H^2(s)}{2s}\right) ds.$$

Доказательство леммы непосредственно следует из ее локального варианта [4, с. 53, формула (1.5)].

Введем $G_n^2(y)$ — функцию распределения случайной величины

$$l_n \sup_{0 \leq x \leq 1} |\xi_n(x)| - l_n^2$$

и $G_n^1(y)$ — функцию распределения случайной величины

$$l_n \max_{0 \leq t \leq h_n^{-1}} |\Delta_n(h_n t) + X(t)| - l_n^2,$$

где $X(t)$ стационарный гауссовский процесс со средним нуль и ковариационной функцией (1.6), l_n — последовательность положительных чисел, которая будет выбрана ниже в зависимости от гладкости процесса $X(t)$, однако всегда

$$l_n = \sqrt{2 \ln h_n^{-1} (1 + \gamma_n)}, \quad (1.8)$$

где $\lim_{n \rightarrow \infty} \gamma_n = 0$. (Для случая, когда максимум в (1.4) берется по дискретной решетке (что приводит к гауссовской последовательности) нормировка указана в [5, формула (9)], где $p = 1, s_n = h_n^{-1}$).

Теорема 1.1. Пусть существует такое $m > 0$, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^{1/2} h_n \ln h_n^{-1} \ln^{-1} n > m. \quad (1.9)$$

Тогда существует такое $C > 0$, что при достаточно больших n

$$G_n^2(x) \leq G_n^1(x \pm Ch_n^{1/2} \ln^{3/2} h_n^{-1}) \pm Ch_n \quad (1.10)$$

при всех x .

Доказательство. Как отмечалось выше, $G_n^2(y)$ является функцией распределения случайной величины

$$l_n \sup_{0 \leq x \leq 1} |\xi_n^{(1)}(x) + \xi_n^{(2)}(x)| - l_n^2,$$

а G_n^1 — функцией распределения случайной величины

$$l_n \sup_{0 \leq x \leq 1} |\eta_n^{(1)}(x)| - l_n^2.$$

Согласно лемме 1.4 для любого положительного ε

$$\begin{aligned} & P(l_n \sup_{0 \leq x \leq 1} |\xi_n^{(1)}(x) + \xi_n^{(2)}(x)| - \sup_{0 \leq x \leq 1} |\xi_n^{(1)}(x)| > \varepsilon) \leq \\ & \leq C_1 \exp(-C_2 \varepsilon^2 l_n^{-2} h_n^{-1}) + C_3 \exp(-C_4 \varepsilon l_n^{-1} \sqrt{nh_n} + C_5 \ln n), \quad (1.11) \\ & P(l_n \sup_{0 \leq x \leq 1} |\eta_n^{(1)}(x) + \eta_n^{(2)}(x)| - \sup_{0 \leq x \leq 1} |\eta_n^{(1)}(x)| > \varepsilon) \leq \\ & \leq P(\sup_{0 \leq x \leq 1} |\eta_n^{(2)}(x)| > \varepsilon l_n^{-1}) \leq C_6 \exp(-C_7 \varepsilon^2 l_n^{-2} h_n^{-1}). \end{aligned}$$

Положим $\varepsilon = \varepsilon_n = Kl_n h_n^{1/2} \ln h_n^{-1}$, где постоянная K выбрана так, чтобы

$$C_4 K m > C_5 + 1.$$

Утверждение теоремы следует теперь из леммы 1.1, соотношений (1.8), (1.11) в силу совпадения функций распределения случайных величин

$$l_n \sup_{0 \leq x \leq 1} |\xi_n^{(1)}(x)| - l_n^2$$

и

$$l_n \sup_{0 \leq x \leq 1} |\eta_n^{(1)}(x) + \eta_n^{(2)}(x)| - l_n^2.$$

Соотношение (1.10) показывает, что задача нахождения слабого предела для G_n^2 сводится к той же задаче для G_n^1 . Покажем, что при достаточно слабых ограничениях на $K(u)$ влияние «трэндов» $\Delta_n(h_n t)$ процессов $X(t)$, $0 \leq t \leq h_n^{-1}$, на распределение максимума асимптотически пренебрежимо. Введем $G_n^0(y)$ — функцию распределения случайной величины

$$l_n \max_{0 \leq t \leq h_n^{-1}} |X(t)| - l_n^2.$$

Если существуют $C < \infty$ и $\gamma > 0$ такие, что

$$\alpha_n \leq Ch_n^\gamma, \quad (1.12)$$

то, поскольку $\inf_{0 \leq x \leq 1} f(x) > 0$, для некоторой $K < \infty$

$$\sup_{0 \leq t \leq h_n^{-1}} |\Delta_n(h_n t)| \leq Kh_n^{1/2 + \gamma} n^{1/2}. \quad (1.13)$$

Поэтому если h_n выбрать так, чтобы

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^{1/2} \ln h_n^{-1} h_n^{1/2 + \gamma - \varepsilon} < \infty, \quad \varepsilon > 0, \quad (1.14)$$

то из теоремы 1.1 следует, что для некоторой постоянной C

$$G_n^2(x) \leq G_n^0(x \pm Ch_n^\varepsilon) \pm Ch_n. \quad (1.15)$$

Так например, если взять $h_n = n^{-\alpha}$, то в условиях, сформулированных в начале пара-

графа, в силу леммы 1.3 (1.12) и (1.14) κ должно быть больше $1/3$. Если же выполнены условия второй части леммы 1.3, то $\kappa > 1/(2k + 1 + \beta)$.

Пусть $G(x)$ — слабый предел функций распределения $G_n^0(x)$. Результаты из [1] позволяют оценить скорость сходимости в равномерной метрике и получить асимптотические разложения для G_n^0 по степеням $\ln n$. Поэтому, если выполнено (1.15), то те же разложения и оценки справедливы и для оценок уклонения $G_n^2(x)$ от $G(x)$. Следующая лемма выделяет две группы условий на $K(u)$, приводящие к исследуемым в [1] классам случайных процессов.

Лемма 1.6. Пусть $K(u)$ удовлетворяет условию (I), тогда $r(t)$, определенная формулой (1.6), имеет левую и правую производные в нуле и

$$r'_+(0) = -r'_-(0) = -(2\sigma^2)^{-1} (K^2(A) + K^2(-A)).$$

Если же $K(u)$ удовлетворяет условию (II), то $r(t)$ четырежды дифференцируема и

$$r^{(IV)}(t) = \sigma^{-2} \int K''(u+t) K''(u) du.$$

Доказательство леммы просто и мы его опускаем.

2. Приложение к оцениванию плотности распределения в метрике L_∞ . В этом пункте результаты из [1] применяются к исследованию асимптотического поведения функции распределения максимального уклонения эмпирической плотности (1.1) от истинной плотности $f(x)$, предположения относительно которой сформулированы в начале п. I. Относительно весовой функции $K(u)$ будем предполагать выполненными условия (1.2). Положим $h_n = n^{-\kappa}$, $\kappa > 0$.

Теорема 2.1. Пусть функция $K(u)$ удовлетворяет условию (I), причем $K(A) \neq 0$. Если $0 < \kappa < 1/2$, то найдется постоянная C , $0 < C < \infty$, такая, что

$$\begin{aligned} \sup_x \mathbb{P} \left(\sup_{0 \leq s \leq 1} \sigma^{-1} n^{(1-\kappa)/2} f^{-1/2}(s) |f_n(s) - Mf_n(s)| < \right. \\ \left. < \hat{l}_n + (x + \ln \lambda) \hat{l}_n^{-1} - \exp(-2e^{-x}) \right) \leq C \left(\Theta_n + \frac{(\ln \ln n)^2}{\omega_n \ln n} \right), \end{aligned} \quad (2.1)$$

где Θ_n, ω_n определены в [1, § 1], \hat{l}_n — корень уравнения

$$(2\pi)^{-1/2} n^{\kappa} \lambda \exp(-l^2/2) = 1, \quad \lambda = K^2(A) / \int K^2(u) du.$$

Пример. Если $K(u) = \chi[-1/2, 1/2]$, то можно положить $\omega_n \equiv 1$; тогда $\Theta_n \equiv 0$, и правая часть неравенства (2.1) не превосходит $C (\ln \ln n)^2 / \ln n$.

Теорема 2.2. Пусть функция $K(u)$ удовлетворяет условию (II), и кроме того, и $K(u) \in L_1(-\infty, \infty)$. Если $0 < \kappa < 1/2$, то найдутся такие константы $C_1, C, \delta(\kappa) > 0$, что

$$\begin{aligned} 1. \quad \mathbb{P} \left(\sup_{0 \leq s \leq 1} \sigma^{-1} n^{(1-\kappa)/2} f^{-1/2}(s) |f_n(s) - Mf_n(s)| < \tilde{l}_n + x \tilde{l}_n^{-1} \right) = \\ = \exp \left(-2e^{-x} \exp \left(-\frac{x^2}{4 \ln(\sqrt{\lambda_2} n^{\kappa} / (2\pi))} \right) \right) + L(n, x), \end{aligned} \quad (2.2)$$

где при $x > \tilde{l}_n(1 - \tilde{l}_n)$, $n > (12/\sqrt{\lambda_2})^{-\kappa}$, $|L(n, x)| < Cn^{-\delta} e^{-2x} x^2$.

2. При $n > (12/\sqrt{\lambda_2})^{-\kappa}$

$$\begin{aligned} \frac{0,139}{2 \ln(n^{\kappa}/(2\pi)) + \ln \lambda_2} - C_1 n^{-\delta} \leq \sup_x \mathbb{P} \left(\sup_{0 \leq s \leq 1} \sigma^{-1} n^{(1-\kappa)/2} f^{-1/2}(s) |f_n(s) - Mf_n(s)| < \right. \\ \left. < \tilde{l}_n + x \tilde{l}_n^{-1} - \exp(-2e^{-x}) \right) \leq \frac{1,01}{2 \ln(n^{\kappa}/(2\pi)) + \ln \lambda_2} + C_1 n^{-\delta}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

где $\lambda_2 = \sigma^{-2} \int (K'(u))^2 du$, $\tilde{l}_n = \sqrt{2 \ln \frac{n^{\kappa}}{2\pi}}$.

Теоремы 2.1 и 2.2 непосредственно следуют из (1.15) и теорем 1.1 и 2.3 из [1] соответственно.

З а м е ч а н и е 2.1. Если выполнены условия первой части леммы 1.3 и $\kappa > 1/3$, то в (2.1), (2.2) и (2.3) величину Mf_n можно заменить на f . Если дополнительно выполнены условия второй части леммы 1.3, то это можно сделать при $\kappa > 1/(2k + 1 + \beta)$.

З а м е ч а н и е 2.2. Из теоремы 2.2 и замечания 2.1 следует, что при построении доверительной полосы для плотности с помощью квантилей распределения $e^{-2e^{-x}}$ относительная погрешность ширины полосы имеет порядок $1/\ln^2 n$, тогда как ширина полосы убывает степенным образом. Если же строить доверительную полосу с помощью приведенной в теореме 2.2 сопровождающей последовательности функций, то порядок точности резко возрастает до $n^{-\delta}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Конаков В. Д., Питербург В. И.* Скорость сходимости распределений максимальных уклонений гауссовских процессов и эмпирических плотностей. I. — Теория вероятн. и ее примен., 1982, т. XXVII, в. 4, с. 707—724.
2. *Rosenblatt M.* Remarks on some nonparametric estimates of density functions. — Ann. Math. Statist., 1956, v. 27, № 5, p. 832—837.
3. *Komlós J., Major P., Tusnády G.* An approximations of partial sums of independent RV's and sample DF. I. — Z. Wahrscheinlichkeitstheor. verw. Geb., 1975, B. 32, H. 2, S. 111—131.
4. *Ито К., Маккин Г.* Диффузионные процессы и их траектории, М.: Мир, 1968, 394 с.
5. *Конаков В. Д.* Полные асимптотические разложения для максимального отклонения эмпирической функции плотности. — Теория вероятн. и ее примен., 1978, т. XXIII, в. 3, с. 495—509.
6. *Алексеев В. М.* Об оценке плотности вероятности и ее производных. — Матем. заметки, 1972, т. 2, № 5, с. 621—626.

Поступила в редакцию
10.XI.1978

RATE OF CONVERGENCE OF MAXIMAL DEVIATION DISTRIBUTIONS
FOR GAUSSIAN PROCESSES
AND EMPIRICAL DENSITY FUNCTIONS. II

KONAKOV V. D., PITERBURG V. I. (MOSCOW)

The results of the first part of the paper are applied to the construction of confidence regions for the unknown probability density in the case of nonparametric Parzen — Rosenblatt's estimation.

О ВЫХОДЕ СЛУЧАЙНОГО БЛУЖДЕНИЯ ЗА КРИВОЛИНЕЙНУЮ ГРАНИЦУ

ГАФУРОВ М. У., РОТАРЬ В. И.

0. Пусть $n = 0, 1, 2, \dots$; $S_0 = 0$, $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$, где X_i — независимые случайные величины (с.в.) с одной и той же функцией распределения (ф. р.) $F(x)$. Введем в рассмотрение определенную на $[0, \infty)$ строго возрастающую функцию $g(x)$ и с.в.

$$N_g = \inf \{n; S_n > g(n)\}, \quad S_g = S_{N_g}, \quad \chi_g = S_g - g(N_g),$$

а также

$$\bar{N}_g = \inf \{n; |S_n| > g(n)\}, \quad \bar{S}_g = S_{\bar{N}_g}, \quad \bar{\chi}_g = \bar{S}_g - g(\bar{N}_g).$$