



# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Н. А. Максимов, Внутренняя структура перехода к странному аттрактору в одной автоколебательной системе, *Письма в ЖТФ*, 1984, том 10, выпуск 10, 624–628

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.173

25 марта 2025 г., 04:32:10



## ВНУТРЕННЯЯ СТРУКТУРА ПЕРЕХОДА К СТРАННОМУ АТТРАКТОРУ В ОДНОЙ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

Н. А. М а к с и м о в

В работе [1] был описан переход к хаосу в автоколебательной системе, состоящей из трехзвенного полосно-пропускающего фильтра активизированного биполярным транзистором.

Возникновение странного аттрактора в такой системе связано с последовательностью бифуркаций периода колебаний по закону натурального ряда:  $T_N = N \cdot T_0$ , где  $N = 1, 2, 3, \dots$ ,  $T_0 = \frac{1}{f_2 - f_1} = \frac{1}{\Delta f}$ ,  $f_1$  и  $f_2$  - соседние собственные частоты системы. По аналогии с работой [2] определялось значение  $\mu_N$ :

$$\mu_N = \frac{U_{N+1} - U_N}{U_{N+2} - U_{N+1}},$$

где  $U_N$  - управляющий параметр системы, запирающее напряжение на коллекторном  $p-n$ -переходе транзистора. Анализ последовательности значений  $\mu_N$  позволил сделать вывод о ее сходимости к величине  $\mu = 1.21 \pm 0.02$ .

В данной работе сообщается об экспериментальном исследовании внутренней структуры переходов  $N \cdot T_0 \rightarrow (N+1) \cdot T_0$  на примере перехода от трехтактного цикла  $N=3$ , к четырехтактному  $N+1=4$ . На рис. 1 приведены спектрограммы, позволяющие рассмотреть динамику этого перехода, в зависимости от управляющего параметра  $U_N$ . Эквидистантность спектра частот в интервале  $\Delta f$  дает возможность выразить эти частоты через  $f_1$  и  $\Delta f$  в следующем виде:

$$f_{n,N} = f_1 + \frac{n}{N} \Delta f,$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots, N-1$ , порядковый номер частот, делящих интервал  $\Delta f$  на  $N$  равных частей. В данном случае  $n = 1, 2, 3$ , а  $N = 3, 4$ . Переход  $N=3 \rightarrow N+1=4$  начинается с возникновения узких зон хаоса в окрестности каждой частоты в интервале  $\Delta f$ . Увеличение параметра  $U_N$  приводит к делению интервала  $\Delta f$  на  $(3m+1)$ ,  $2 \leq m < \infty$ , частотный интервал, с преобладающим значением в спектре компонент с частотами  $f_1, f'_{1,3}, f'_{2,3}, f_2$ . Изменение частоты  $f_{1,3}$  с ростом можно представить в виде цепочки переходов:

$$f_{1,3} \rightarrow \dots \rightarrow \frac{m}{3m+1} \Delta f \rightarrow \frac{m-1}{3(m-1)+1} \Delta f \rightarrow \dots \rightarrow \frac{3}{3 \cdot 2 + 1} \Delta f \rightarrow \frac{2}{3 \cdot 2 + 1} \Delta f = f'_{1,4} - f_1;$$

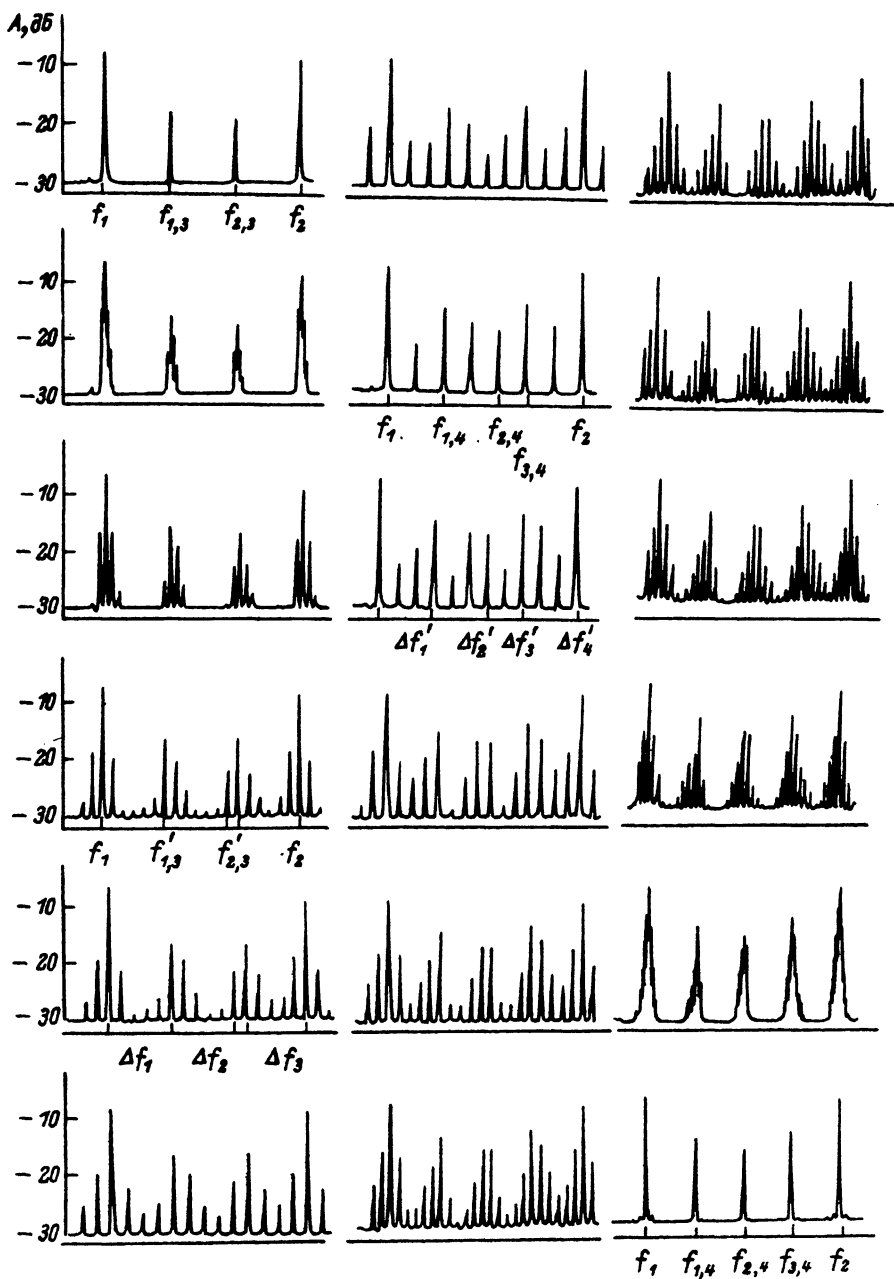


Рис. 1

пределом таких переходов является образование частотного интервала, на основе которого происходит развитие четырехтактного цикла. Изменение частоты  $f'_{1,4}$ , происходящее на основе четырехтактного цикла, представляется следующей последовательностью переходов:

$$f'_{1,4} - f_1 = \frac{2}{4 \cdot 2 - 1} \Delta f \rightarrow \frac{3}{4 \cdot 3 - 1} \Delta f \rightarrow \dots \rightarrow \frac{m-1}{4 \cdot (m-1) - 1} \Delta f \rightarrow \frac{m}{4 \cdot m - 1} \Delta f \rightarrow \dots \rightarrow f'_{1,4}$$

Таким образом, переход  $N=3 \rightarrow N+1=4$  можно выразить в следующем виде:

$$f'_{1,3} \rightarrow \dots \rightarrow \frac{m}{3 \cdot m + 1} \Delta f \rightarrow \dots \rightarrow \frac{2}{3 \cdot 2 + 1} \Delta f = \frac{2}{4 \cdot 2 - 1} \Delta f \rightarrow \dots \rightarrow \frac{m}{4 \cdot m - 1} \Delta f \rightarrow \dots \rightarrow f'_{1,4}$$

При этом, так же как и в начале перехода, когда дальнейшему развитию спектра предшествует возникновение узких зон хаоса в окрестности частот в интервале  $\Delta f$ , в конце перехода на основе четырехтактного цикла также возникают узкие зоны хаоса, предшествующие возникновению четырехтактного цикла. В общем случае анализ экспериментальных результатов показывает, что переход  $N \cdot T_0 \rightarrow (N+1) \cdot T_0$  осуществляется в результате последовательности бифуркаций

$$f'_{n,N} \rightarrow \dots \rightarrow \frac{n \cdot m}{N \cdot m + 1} \Delta f \rightarrow \dots \rightarrow \frac{2 \cdot n}{N \cdot 2 + 1} \Delta f = \frac{2 \cdot n}{(N+1) \cdot 2 - 1} \Delta f \rightarrow \dots \rightarrow \frac{n \cdot m}{(N+1) \cdot m - 1} \times (1) \times \Delta f \rightarrow \dots \rightarrow f'_{n,N+1}$$

Рассмотрим частотные интервалы  $\Delta f_1 = f'_{1,3} - f_1$ ,  $\Delta f_2 = f'_{2,3} - f'_{1,3}$ ,  $\Delta f_3 = f_2 - f'_{2,3}$  (рис. 1). Из спектрограмм видно, что число  $(m-1)$  компонент спектра в каждом из этих интервалов убывает с ростом параметра  $U_N$  по натуральному ряду. При  $m=2$  возникает четырехтактный цикл, на основе которого развитие спектра в частотных интервалах  $\Delta f'_1 = f'_{1,4} - f'_1$ ,  $\Delta f'_2 = f'_{2,4} - f'_{1,4}$ ,  $\Delta f'_3 = f'_{3,4} - f'_{2,4}$ ,  $\Delta f'_4 = f_2 - f'_{3,4}$ , характеризуется увеличением числа спектральных компонент по натуральному ряду. Завершается такое развитие образованием "чистого" четырехтактного цикла -  $T_4 = 4 \cdot T_0$ . Для описанных переходов в интервале  $\Delta f'_1$  как на основе трехтактного, так и на основе четырехтактного цикла производилась оценка величины  $\mu_m$  для ряда последовательных значений параметра  $U_m$ . Последовательность значений  $\mu_m$ , полученная при рассмотрении внутренней структуры странного аттрактора, сходится к величине  $\mu = 1.21$ , что совпадает со значением  $\mu_N$ , полученным в работе [1]. Это позволяет предположить универсальность развития спектра по закону натурального ряда для данной динамической системы. Этот вывод подтверждают и спектрограммы, приведенные на рис. 2, которые снимались при увеличении разрешающей способности анализатора спектра в 5 раз. Если рассмотренную выше структуру перехода  $N \cdot T_0 \rightarrow (N+1) \cdot T_0$  назвать внутренней структурой

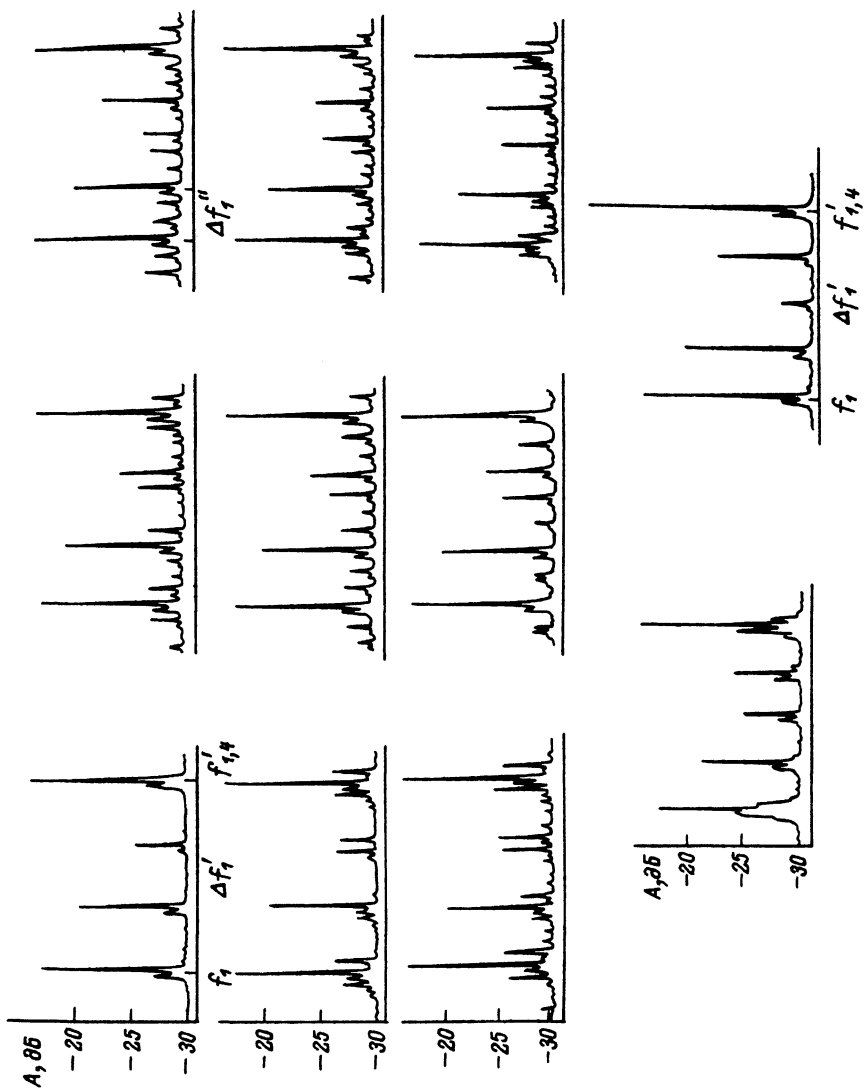


Рис. 2.

„первого порядка“, то на рис. 2 приведена внутренняя структура „второго порядка“ – развитие спектра при переходе от  $\Delta f_1''/3$  к  $\Delta f_1''/4$  внутри перехода от  $\Delta f_1''/3$  к  $\Delta f_1''/4$  (рис. 1). Как видно из спектрограмм (рис. 2), внутренняя структура „второго порядка“ полностью повторяет динамику внутренней структуры „первого порядка“. Развитие ее также начинается и заканчивается возникновением узких зон хаоса в окрестностях частот внутри интервала  $\Delta f_1''$  и переход  $\Delta f_1''/3 \rightarrow \Delta f_1''/4$  можно представить в виде цепочки бифуркаций, аналогичных (1). „Пьедесталы“ у основания частот на рис. 2 связаны с аппаратурными погрешностями и принципиального значения не имеют. Увеличивая далее разрешающую способность анализатора спектра, мы наблюдали внутреннюю структуру „третьего порядка“, т.е. переход от  $\Delta f_1''/3$  к  $\Delta f_1''/4$  внутри перехода от  $\Delta f_1''/3$  к  $\Delta f_1''/4$  (рис. 2). Динамика внутренней структуры „третьего порядка“ в точности соответствовала двум первым.

На основании приведенных экспериментальных данных можно предположить, что каждый переход  $N \cdot T_0 \rightarrow (N+1) \cdot T_0$  представляет собой многократную последовательность переходов типа (1), происходящих по закону натурального ряда, и что пределом таких бифуркаций с ростом  $N$  является возникновение хаоса в системе.

Автор выражает благодарность А.С. Дмитриеву за полезные замечания.

#### Л и т е р а т у р а

- [1] Максимов Н.А., Кислов В.Я. – Письма в ЖТФ, 1983, т. 9, с. 979.  
 [2] Feigenbaum M.J. – J. Stat. Phys., 1978, v. 19, с. 25.

Институт радиотехники  
и электроники  
АН СССР, Москва

Поступило в Редакцию  
10 февраля 1984 г.