



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Х. Ван, Е. И. Веремей, Ю. Сюэ, Метод гарантирующей оптимизации динамики судна, движущегося в условиях волнения, *Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 10. Прикл. матем. Информ. Проц. упр.*, 2017, том 13, выпуск 4, 354–364

DOI: 10.21638/11701/spbu10.2017.402

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.173

11 февраля 2025 г., 06:25:20



Х. Ван<sup>1</sup>, Е. И. Веремей<sup>2</sup>, Ю. Сюэ<sup>2</sup>

## МЕТОД ГАРАНТИРУЮЩЕЙ ОПТИМИЗАЦИИ ДИНАМИКИ СУДНА, ДВИЖУЩЕГОСЯ В УСЛОВИЯХ ВОЛНЕНИЯ

- <sup>1</sup> Институт электронной науки и техники, Цзилиньский университет, Китайская Народная Республика, 130012, Цзилинь, Чанчунь, пр. Чаньцзинь, 2699  
<sup>2</sup> Санкт-Петербургский государственный университет, Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

Интенсивное развитие мировой экономики и соответствующей транспортной инфраструктуры постоянно порождает массу проблем, которые, в первую очередь, связаны с безопасностью движения транспортных средств. В частности, особую значимость имеют вопросы безопасности движения судов в условиях постоянно растущего морского трафика. Главное внимание уделяется развитию методов и разработке расчетных алгоритмов синтеза многоцелевого управления в морских автопилотах, основное назначение которых состоит в парировании воздействий морского волнения для сохранения движения по заданному курсу. В настоящее время используются различные подходы к проектированию автопилотов, опубликовано большое число научных работ, однако исчерпывающим образом проблема синтеза законов управления для этих систем полностью не решена. Прежде всего это связано с их многоцелевым предназначением, определяющим необходимость работы в разных режимах движения с противоречивыми требованиями к качеству динамических процессов. В данной статье предлагается использовать обратные связи с многоцелевой структурой при синтезе законов управления для автопилотов и вводится в рассмотрение формирующий фильтр для возмущения, номинально представляемого гауссовским стационарным «белым шумом». В итоге дается расчетный алгоритм, базирующийся на идеологии  $H_\infty$ -оптимизации, позволяющей обеспечить гарантированное качество фильтрации для работы автопилота при движении в условиях морского волнения. Использование таких алгоритмов проиллюстрировано на примере, результат которого по построению оптимального регулятора является гарантирующим, т. е. при любом изменении частоты фактического волнения и при той же интенсивности работы рулей амплитуда отклонений от заданного курса будет не больше указанной величины. Практическая ценность работы состоит в том, что полученные методы исходно ориентированы на решение содержательных задач с учетом возможностей непосредственного применения синтезируемых законов управления на борту судна в ходе плавания. Особую роль играют малые вычислительные затраты при реализации предлагаемых методов, что позволяет повысить эффективность решения практических задач в рамках концепции многоцелевого синтеза законов управления. Предложенный подход можно расширить, применяя его для управления беспилотными и другими морскими подвижными объектами. Библиогр. 11 назв. Ил. 1.

*Ключевые слова:* метод гарантирующей оптимизации,  $H_\infty$ -оптимизация, многоцелевая структура.

Н. Wang<sup>1</sup>, Е. I. Veremey<sup>2</sup>, Y. Xue<sup>2</sup>

## A METHOD OF THE GUARANTEEING OPTIMIZATION FOR THE DYNAMICS OF SHIP MOVING IN WAVE

- <sup>1</sup> State Key Laboratory on Integrated Optoelectronics,

Ван Хунбо — доцент; wang\_hongbo@jlu.edu.cn

Веремей Евгений Игоревич — доктор физико-математических наук, профессор;  
e\_veremey@mail.ru

Сюэ Юаньюань — аспирант; amocoi@163.com

Wang Hongbo — associate professor; wang\_hongbo@jlu.edu.cn

Veremey Evgeniy Igorevich — doctor of physical and mathematical sciences, professor;  
e\_veremey@mail.ru

Xue Yuanyuan — postgraduate student; amocoi@163.com

© Санкт-Петербургский государственный университет, 2017

College of Electronic Science and Engineering, Jilin University, 2699,  
pr. Qianjindajie, Changchun, 130012, Chinese Peoples Republic  
<sup>2</sup> St. Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab., St. Petersburg,  
199034, Russian Federation

With the further development of the world economy, the corresponding transportation infrastructure has also brought about many problems, which, foremost, are associated with the traffic safety of vehicles. In particular, the issue of ship traffic safety has become even more important as maritime traffic continues to grow. The main attention in this article is given to the development of methods and the design of computational algorithms for the synthesis of multipurpose control in marine autopilots, the main purpose of which is to counteract the effects of sea waves in order to preserve the movement at a given course. Currently, various approaches are used for the design of autopilots, a large number of scientific papers have been published, but the problem of the synthesis of control laws for these systems has not been exhaustively resolved. First of all, this is due to their multipurpose mission, which determines the need for work in various driving regimes with conflicting requirements for the quality of dynamic processes. In this paper, we propose a new practically oriented method for the synthesis of control laws for autopilots, which is based on feedbacks with a multipurpose structure. However, these works of optimization approach had assumed that the initial data includes a known frequency spectrum of sea waves, the knowledge about which comes in the course of identification, realized in the system of adaptive autopilot reconfiguration. Naturally, such a consideration of the actual conditions of navigation significantly improves the quality of management processes. But adaptive reconfiguration, for lots of reasons, cannot always be applied in practice. For example, it may not allow enough time for the system's operating conditions. To this end we have developed a simple constructive method for calculating the transfer function for a dynamic filter as part of the heading control law implemented by a marine autopilot. This method is based on the ideology  $H_\infty$ -optimization, which makes it possible to ensure a guaranteed quality of filtration when moving in sea waves. Unlike other widely used approaches, the indicated purpose will be achieved by using the specialized multipurpose structure of the control law. The approach has lot of advantages in comparison with alternative options, namely flexibility configuration in real conditions of navigation. The proposed approach can be expanded by applying it to control marine unmanned objects or floating offshore structures. Refs 11. Fig. 1.

*Keywords:* method of guarantee optimization,  $H_\infty$ -optimization, multi-purpose structure.

**Введение.** Бурное развитие мировой экономики и сопровождающей ее рост транспортной инфраструктуры постоянно порождает множество проблем, связанных с безопасностью движения транспортных средств. Особую значимость имеют вопросы безопасности движения судов в условиях постоянно растущего морского трафика, поскольку последствия аварий и катастроф на море обычно приводят к очень тяжелым последствиям. Одним из наиболее широко распространенных подходов к обеспечению безопасности является автоматизация судовождения, включая применение современных морских автопилотов.

В настоящее время используются различные подходы к проектированию автопилотов (например, [1–3]), опубликовано большое число научных исследований, однако исчерпывающим образом проблема синтеза законов управления для таких систем полностью не решена. В первую очередь это связано с их многоцелевым предназначением, определяющим необходимость работы в разных режимах движения с противоречивыми требованиями к качеству динамических процессов.

В настоящей статье предлагается новый практически ориентированный метод синтеза законов управления для автопилотов, который базируется на обратных связях с многоцелевой структурой. В его основе лежит оптимизационный подход, обоснованный в работах [4, 5]. Но в них предполагается, что в состав исходных данных входит известный частотный спектр морского волнения, информация о котором поступает в ходе идентификации, реализуемой в системе адаптивной перенастройки автопилота. Естественно, что такой учет реальных условий плавания существенно

улучшает качество процессов управления. Однако, к сожалению, адаптивная перенастройка, в силу ряда причин, далеко не всегда может быть применена на практике: например, на нее просто может не хватить времени по условиям функционирования системы.

Альтернативный подход состоит в формировании *гарантирующего управления*, которое обеспечивает определенные гарантии по качеству динамики независимо от конкретного спектра волнения, принадлежащего некоторому допустимому множеству. Этот подход является пессимистическим и дает худшее качество, чем при адаптации, хотя обеспечивает высокую надежность и не требует времени на перенастройку при изменении условий плавания.

**Постановка задачи.** Математическая формализация гарантирующего подхода для линейных систем естественно связана с их оптимизацией по норме пространства  $H_\infty$ , аналитические и численные методы которой интенсивно развиваются в последние десятилетия. Одним из эффективных инструментов этого направления служат специализированные приемы спектрального синтеза линейных обратных связей, предложенных в [6, 7].

Осуществим постановку задачи синтеза  $H_\infty$ -оптимального автопилота для морского судна с линейной математической моделью

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}\delta + \mathbf{h}d(t), \\ y &= \mathbf{c}\mathbf{x} = \varphi. \end{aligned} \quad (1)$$

Пока пренебрегая инерционностью привода, будем формировать закон управления, реализуемый автопилотом, в виде

$$\delta = W_\delta(p)y, \quad (2)$$

где  $W_\delta = W_{\delta 1}/W_{\delta 2}$ ,  $W_{\delta 1}, W_{\delta 2}$  — полиномы;  $p = d/dt$ .

Если функция  $W_\delta$  известна, легко найти передаточные функции

$$P_y(s) = H(s)/\Delta_\delta(s), \quad P_u(s) = H(s)W_\delta(s)/\Delta_\delta(s) \quad (3)$$

замкнутой системы (1), (2) по курсу и управлению соответственно, в (3) полагаем, что  $\Delta_\delta(s) \equiv A(s) - B(s)W_\delta(s)$ ,  $A(s) = \det(\mathbf{E}s - \mathbf{A})$ ,  $B(s) = A(s)\mathbf{c}(\mathbf{E}s - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{b}$ ,  $H(s) = A(s)\mathbf{c}(\mathbf{E}s - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{h}$ .

Будем считать, что возмущение  $d(t)$ , определяемое нерегулярным волнением моря, является случайным стационарным процессом с четной дробно-рациональной спектральной плотностью мощности

$$S_d(\omega) = S_1(s)S_1(-s)|_{s=j\omega}, \quad S_1(s) = N(s)/T(s), \quad (4)$$

полиномы  $N$  и  $T$  являются гурвицевыми,  $\deg N < \deg T = n_f$ .

Для формализации понятия качества процессов в замкнутой системе при действии указанного возмущения введем в рассмотрение функционал

$$J(W_\delta) = \|P_0(s, W_\delta)S_1(s)\|_\infty^2 = \max_{\omega \in [0, \infty)} |P_0(j\omega, W_\delta)S_1(j\omega)|^2 \quad (5)$$

с обобщенной передаточной функцией  $F_0$ , где

$$|P_0(j\omega)|^2 = |P_y(j\omega)|^2 + k^2|P_u(j\omega)|^2, \quad k = \text{const}. \quad (6)$$

Существование вопроса об  $H_\infty$ -оптимизации [6, 7] закона управления состоит в постановке и решении минимаксной задачи [8]

$$J(W_\delta) = \|P_0 S_1\|_\infty^2 = \max_{\omega \in [0, \infty)} |P_0(j\omega, W_\delta) S_1(j\omega)|^2 \rightarrow \min_{W_\delta \in \Omega_\infty} \quad (7)$$

на допустимом множестве  $\Omega_\infty = \{W_\delta : P_0(s, W_\delta) \in RH_\infty\}$  передаточных функций регулятора (2). Здесь  $RH_\infty$  — совокупность правильных дробно-рациональных функций с гурвицевыми знаменателями.

Для численного решения задачи (7) в принципе можно привлечь широко известные «2-Риккати»-подход [9] или технику LMI [10]. Но, к сожалению, это нельзя сделать непосредственно, поскольку данная задача обладает рядом специфических особенностей, существенно затрудняющих ее решение [11]. В качестве альтернативы будем применять спектральный подход, подробно рассмотренный в работе [11], использующий технику решения аппроксимационной задачи Неванлинны—Пика [9].

Однако методика, предложенная в [11], может быть существенно упрощена для так называемых вырожденных ситуаций, что позволяет использовать обратные связи с МС-структурой [8].

Для применения этого подхода расширим вектор состояния в (1), вводя формирующий фильтр для возмущения. Соответственно получим уравнения

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_e &= \mathbf{A}_e \mathbf{x}_e + \mathbf{b}_e \delta + \mathbf{h}_e d_e(t), \\ y &= \mathbf{c}_e \mathbf{x}_e = \varphi \end{aligned} \quad (8)$$

расширенного объекта управления, где использованы обозначения

$$A_e = \begin{pmatrix} -\frac{\mathbf{A}}{\mathbf{0}_{n_f \times 3}} - \frac{1}{1} \frac{\mathbf{h}\mathbf{c}_f}{\mathbf{A}_f} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}_e = \begin{pmatrix} -\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{0}_{n_f \times 1}} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c}_e = (\mathbf{c}_f; \mathbf{0}_{1 \times n_f}), \quad \mathbf{h}_e = \begin{pmatrix} -\frac{\mathbf{0}_{3 \times 1}}{\mathbf{b}_f} \end{pmatrix},$$

причем  $\mathbf{c}_f(\mathbf{E}_{n_f} s - \mathbf{A}_f)^{-1} \mathbf{b}_f \equiv S_1(s)$ . Здесь  $d_e(t)$  — возмущение, номинально представляемое гауссовским стационарным «белым шумом».

Легко проверить [11], что задача (7) эквивалентна задаче

$$I(\Phi) = \|P\|_\infty^2 = \max_{\omega \in [0, \infty)} |P(j\omega, \Phi)|^2 \rightarrow \min_{\Phi \in \Omega} \quad (9)$$

в которой  $\Phi = (\alpha + \beta W_\delta)/(A_e - \beta_e W_\delta)$  — вспомогательная функция-параметр,  $\alpha$  и  $\beta$  являются любыми полиномами в рамках гурвицевости полинома  $Q = A_e \beta + B_e \alpha$ , допустимым множеством служит совокупность  $\Omega = \{\Phi : W_\delta = (A_e \Phi - \alpha)/(B_e \Phi + \beta) \in \Omega_\infty\}$ .

При этом переменные  $A_e = \det(\mathbf{E}_{n_f} s - \mathbf{A}_e)$ ,  $B_e = A_e \mathbf{c}_e (\mathbf{E}_{n_f} s - \mathbf{A}_e)^{-1} \mathbf{b}_e$ ,  $H_e = A_e \mathbf{c}_e (\mathbf{E}_{n_f} s - \mathbf{A}_e)^{-1} \mathbf{h}_e$ ,  $|P|^2 = |P_{ye}|^2 + k^2 |P_{ue}|^2$ ,  $P_{ye} = H_e / (A_e - B_e W_\delta)$ ,  $P_{ue} = H_e W_\delta / (A_e - B_e W_\delta)$  представляют расширенный объект управления в замкнутой системе (2), (8).

**Спектральный подход к поиску решения.** В работе [11] показана справедливость следующих соотношений:

$$\begin{aligned} I(\Phi) &\leq \gamma^2, \quad \gamma^2 = J_a + \varepsilon, \quad \varepsilon \geq 0, \quad \omega_0 = \arg \max_{\omega \in [0, \infty)} k^2 / |G(j\omega)|^2, \\ J_a &= \max_{\omega \in [0, \infty)} k^2 / |G(j\omega)|^2 = k^2 / |G(j\omega_0)|^2, \end{aligned} \quad (10)$$

где гурвицев полином  $G(s)$  есть результат факторизации

$$k^2 A_e(s) A_e(-s) + B_e(s) B_e(-s) \equiv G(s) G(-s). \quad (11)$$

В соответствии с определением, введенным в [11], считают, что в задаче (9) имеет место вырожденная ситуация, если существует такая функция-параметр  $\Phi \in \Omega$ , что в соотношениях (10) выполняется равенство  $I(\Phi) = J_a$ ; если же для любого  $\Phi \in \Omega$  имеет место неравенство  $I(\Phi) > J_a$ , то характер ситуации регулярный.

В статье [11] доказано, что необходимым и достаточным условием вырожденности служит соотношение

$$q_m \geq 0, \quad (12)$$

в котором  $q_m$  — минимальное собственное значение матрицы Пика  $\Pi = \{l_{ij}\}$ ,

$$\begin{aligned} l_{ij} &= (1 - d_i \bar{d}_j) / (g_i + \bar{g}_j), \quad i, j = \overline{1, n_e}, \quad n_e = n + n_f, \\ d_i &= -B_e(-g_i) / [A_e(g_i)R(g_i)]. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь  $g_i$  — корни полинома  $G(-s)$  (предполагается, что все они простые), а полином  $R$  является гурвицевым результатом факторизации

$$R(s)R(-s) \equiv J_a G(s)G(-s) - k^2 H_e(s)H_e(-s). \quad (14)$$

Более того, если  $q_m > 0$ , то задача (9) имеет неединственное решение.

Соответственно в вырожденной ситуации не единственное решение и у исходной задачи (7), причем любое из них  $W_\delta \in \Omega_\infty$  удовлетворяет следующим соотношениям:

$$W_\delta(j\omega_0) = \mu_e, \quad \mu_e = -B_e(-j\omega_0) / (k^2 A_e(-j\omega_0)), \quad (15a)$$

$$\max_{\omega \in [0, \infty)} |P_0(j\omega, W_\delta)|^2 = J_a. \quad (15b)$$

Отметим, что неединственность решения в вырожденной ситуации дает определенный выигрыш в смысле возможности выбора желаемых структурных и динамических свойств оптимального регулятора. В частности, здесь может быть применена обратная связь с МС-структурой

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{b}\delta + \mathbf{g}(y - \mathbf{c}\mathbf{z}), \quad \dot{\delta} = u, \\ \xi &= F(s)(y - \mathbf{c}\mathbf{z}), \quad u = \mu\dot{\mathbf{z}} + v y + \xi, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\mathbf{z} \in E^n$  — вектор состояния наблюдателя;  $\xi \in E^1$  — выходная переменная корректора; постоянные векторы  $\mathbf{g}, \mu$ , число  $v$ , а также передаточная функция  $F(s)$  корректора подлежат поиску в процессе синтеза, исходя из требований по динамике судна в соответствующих режимах.

Как и ранее, будем считать, что матрицы  $\mathbf{g}, \mu, v$  изначально заданы, а выбор передаточной функции  $F(s)$  динамического корректора можно направить на минимизацию функционала (5). При этом любая дробно-рациональная функция  $F(s)$ , которая имеет гурвицев знаменатель и обеспечивает выполнение условий (15a), (15b) для функции

$$W_\delta = W_\delta(s, F) = W_\delta^1(s, F) / W_\delta^2(s, F), \quad (17)$$

$$W_\delta^1(s, F) = \left| \begin{array}{c|c} \mathbf{E}s - \mathbf{A} + \mathbf{g}\mathbf{c} & -\mathbf{b} \\ \hline \mu(\mathbf{A} - \mathbf{g}\mathbf{c}) - F(s)\mathbf{c} & -(s - \mu\mathbf{b}) \end{array} \right|,$$

$$W_{\delta}^2(s, F) = \left| \frac{\mathbf{E}s - \mathbf{A} + \mathbf{g}\mathbf{c}}{\mu(\mathbf{A} - \mathbf{g}\mathbf{c}) - F(s)\mathbf{c}} \frac{1}{\mu\mathbf{g} + v + F(s)} \right|,$$

делает регулятор (16) решением задачи (7). Заметим, что в дополнение к условиям оптимальности (15а), (15б) можно ввести также равенство  $F(0) = 0$ , обеспечивающее астатизм.

В работах [7, 8] указана простейшая структура передаточной функции  $F = F(s, \mathbf{h})$ , позволяющей одновременно обеспечить выполнение требований устойчивости, астатизма и оптимальности:

$$F(s, \mathbf{h}) = M_1(s)/\Phi(s, \mathbf{h}), \quad M_1(s) = q_1s^2 + q_0s, \quad \Phi(s, \mathbf{h}) = s^2 + h_1s + h_2, \quad (18)$$

где  $\mathbf{h} = (h_1, h_2) \in E^2$ . Действительно, условие устойчивости имеет вид  $h_1 > 0, h_2 > 0$ , условие астатизма при любом  $\mathbf{h}$  очевидно.

Условия оптимальности (15а), (15б) обеспечиваются следующим образом. Прежде всего необходимо, чтобы были справедливы равенства

$$F(j\omega_0, \mathbf{h}) = \overline{m} = \overline{a} + j\overline{b}, \quad (19)$$

в которых  $\overline{m} = \overline{a} + j\overline{b}$  — комплексное число, определяемое по конечным формулам, приведенным в [7, 8].

Теперь зададим любой вектор  $\mathbf{h} \in E^2$  в области  $h_1 > 0, h_2 > 0$ . Согласно (18), можем определить комплексное значение  $m$  полинома  $M_1$  в комплексной точке  $s = j\omega_0$ :

$$M_1(j\omega_0) = \overline{m}\Phi(j\omega_0, \mathbf{h})/j\omega_0 = m = a + jb, \quad (20)$$

т.е. будем считать, что получены вещественные числа  $a$  и  $b$ . Тогда из условия  $M_1(j\omega_0) = a + jb$  находим коэффициенты полинома  $M_1$

$$q_1 = -a/\omega_0^2, \quad q_0 = b/\omega_0, \quad (21)$$

выполняя тем самым условие (15а).

И, наконец, для выполнения условия (15б) необходимо при учете (21) так выбрать вектор  $\mathbf{h} \in E^2$  в области  $h_1 > 0, h_2 > 0$ , чтобы достигала своего нулевого глобального минимума вспомогательная функция

$$I_e(\mathbf{h}) = \left| \max_{\omega \in [0, \infty)} |P_0(j\omega, W_{\delta}(s, F(s, \mathbf{h})))|^2 - J_a \right|. \quad (22)$$

Естественно, что минимизация этой функции двух переменных может быть осуществлена с помощью любого численного метода, однако для практической реализации целесообразнее применить поиск минимума на конечной сетке  $\Omega_h^N \subset \{\mathbf{h} \in E^2 : h_1 > 0, h_2 > 0\}$ .

Для построения такой сетки зададим, исходя из соображений неформального характера, максимальные значения  $h_{1\max} > 0$  и  $h_{2\max} > 0$  коэффициентов полинома  $\Phi(s, \mathbf{h})$ , а также отрезки  $[\varepsilon_1, h_{1\max} > 0]$  и  $[\varepsilon_2, h_{2\max} > 0]$ , где  $\varepsilon_1 > 0$  и  $\varepsilon_2 > 0$  — малые числа. Каждый из указанных отрезков разделим на  $N$  одинаковых частей точками  $h_{1i}, h_{2j}, i, j = \overline{1, N}$ . Тогда конечная сетка представляется совокупностью пар  $\Omega_h^N = \{h_{1i}, h_{2j}\}, i, j = \overline{1, N}$ , а минимизация функции  $I_e(\mathbf{h})$  сводится к конечному перебору указанных пар:

$$I_e(\mathbf{h}) \rightarrow \min_{\mathbf{h} \in \Omega_h^N} \Leftrightarrow I_e(\{h_{1i}, h_{2j}\}) \rightarrow \min_{i, j = \overline{1, N}}.$$

**Расчетный алгоритм синтеза.** Итогом рассмотрения данной задачи является следующий расчетный алгоритм гарантирующей оптимизации динамического фильтра для работы автопилота при движении в условиях волнения.

1. По исходным данным построить математическую модель (8) расширенного объекта управления.

2. Выполнить вычисления по формулам (10), (11). В результате сформировать полиномы  $G(s)$  и  $G(-s)$ , определить корни  $g_i$ ,  $i = \overline{1, n_e}$ , найти частоту  $\omega_0$  и величину  $J_a$  пика частотной характеристики.

3. Проверить выполнение условия вырожденности (12) с учетом (13) и (14). Если это условие не выполнено, то завершить действия в рамках данного алгоритма и воспользоваться методом, предложенным в работе [11].

4. По конечным формулам, приведенным в работах [7, 8], для заданных элементов  $\mathbf{g}, \mu, v$  многоцелевой структуры найти комплексное число  $\overline{m} = F(j\omega_0)$  в соотношении (19).

5. Задать максимальные значения  $h_{1\max} > 0$  и  $h_{2\max} > 0$ , а также малые числа  $\varepsilon_1 > 0$ ,  $\varepsilon_2 > 0$  и, разбивая отрезки  $[\varepsilon_1, h_{1\max}]$  и  $[\varepsilon_2, h_{2\max}]$  на  $N$  равных частей, сформировать конечную сетку  $\Omega_n^N = \{h_{1i}, h_{2j}\}$ ,  $i, j = \overline{1, N}$ .

6. Выбрать пару  $\mathbf{h} = \{h_{1i}, h_{2j}\} \in \Omega_n^N$  при заданных величинах  $i, j = \overline{1, N}$  и построить полином  $\Phi(s, \mathbf{h}) = s^2 + h_{1i}s + h_{2j}$ .

7. По формуле (20) рассчитать вещественные числа  $a$  и  $b$ , а по (21) — коэффициенты полинома  $M_1(s) = q_1s^2 + q_0s$ , получая передаточную функцию корректора  $F(s, \mathbf{h}) = M_1(s)/\Phi(s, \mathbf{h})$ .

8. По формуле (17) определить передаточную функцию  $W_\delta(s, F(s, \mathbf{h}))$  обратной связи (16), сформировать обобщенную передаточную функцию  $P_0(s, W_\delta(s, F(s, \mathbf{h})))$ , а также рассчитать значение вспомогательной функции  $I_e(\mathbf{h})$  по выражению (22).

9. Повторить вычисления по пп. 6–8 для всех значений  $i, j = \overline{1, N}$  и найти такую точку  $\mathbf{h}_0 \in \Omega_n^N$ , для которой достигается нулевой глобальный минимум функции  $I_e(\mathbf{h})$ . Если такой точки на конечной сетке  $\Omega_n^N$  нет, то вернуться к п. 5 и попытаться увеличить границы для коэффициентов  $h_{1\max}$ ,  $h_{2\max}$  и (или) увеличить величину  $N$ .

10. Полученная в итоге точка  $\mathbf{h}_0$  последовательно определит оптимальную передаточную функцию  $F(s, \mathbf{h}_0)$  динамического корректора, оптимальную передаточную функцию  $W_{\delta 0}(s) = W_\delta(s, F(s, \mathbf{h}_0))$  обратной связи (2), а также ее реализацию (16) в пространстве состояний с учетом инерционности привода.

**З а м е ч а н и е.** Особо подчеркнем, что в отличие от других алгоритмов здесь мы имеем не приближенное, а *точное* решение задачи (7).

**Пример применения алгоритма.** Для иллюстрации применения разработанного алгоритма рассмотрим практический пример синтеза  $H_\infty$ -оптимального закона управления, реализуемого автопилотом для транспортного морского судна с водоизмещением около 6000 т. Будем считать, что судно движется с постоянной скоростью хода 8 м/с в условиях морского волнения с интенсивностью 5 баллов по шкале Бофорта.

Для режима стабилизации будем использовать математическую модель (1), (15а), (15б), матрицы которой имеют следующие компоненты:  $a_{11} = -0.0454$ ,  $a_{12} = 0.560$ ,  $a_{21} = 0.0267$ ,  $a_{22} = -0.408$ ,  $b_1 = -0.0132$ ,  $b_2 = -0.00742$ ,  $h_1 = -1.82$ ,  $h_2 = -0.128$ .

Спектральную плотность мощности волнения будем представлять соотношениями (4), где  $T(s) = 20s^4 + 17.3s^3 + 11.9s^2 + 3.87s + 1.08$ ,  $N(s) = 0.216s^3$ . Назначим весовой коэффициент  $k = 0.03$  в тождестве (6) для задания функционала  $J(W_\delta)$ .



В результате вычислений по п. 2 алгоритма получим

$$G(s) = 10^{-2} \cdot (3.00s^7 + 5.35s^6 + 5.13s^5 + 3.12s^4 + 1.33s^3 + 0.37s^2 + 0.0653s + 0.00372),$$

$$g_{1,2} = 0.0955 \pm 0.455j, \quad g_{3,4} = 0.411 \pm 0.272j, \quad g_{5,6} = 0.338 \pm 0.369j, \quad g_7 = 0.0943,$$

$$\omega_0 = 0.462, \quad J_a = 2.95 \cdot 10^4.$$

Для проверки условия вырожденности (12), выполняя факторизацию (14), найдем полином

$$R(s) = 10^{-4} \cdot (5.16s^7 + 8.42s^6 + 7.51s^5 + 4.34s^4 + 1.88s^3 + 0.568s^2 + 0.108s + 0.00639).$$

В соответствии с (13) построим матрицу Пика  $\Pi = \{l_{ij}\}$  и определим ее минимальное собственное число  $q_m = 2.93 \cdot 10^{-4} > 0$ , т. е. имеем вырожденную ситуацию, причем решение задачи (9) не единственное.

Далее, в соответствии с п. 4 алгоритма задаем элементы  $\mathbf{g}, \mu, v$  обратной связи (16):

$$\mathbf{g} = (0.0336 \quad 0.00446 \quad 0.0944)', \quad \mu = (3.30 \quad 39.8 \quad 20.5), \quad v = 1.22.$$

Для принятых исходных данных по формулам, приведенным в работах [7, 8], находим число  $\bar{m} = F(j\omega_0) = -11.6 + 0.381j$ .

Следующим шагом является п. 5 алгоритма, где формируется конечная сетка  $\Omega_h^N = \{h_{1i}, h_{2j}\}$ . Принимаем максимальные значения  $h_{1\max} = 5$  и  $h_{2\max} = 5$ , задаем малые числа  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.01$ , а также количество  $N = 200$  равноотстоящих узлов на каждом отрезке  $[\varepsilon_1, h_{1\max}]$  и  $[\varepsilon_2, h_{2\max}]$ .

Проведение вычислений по п. 6–8 для всех значений  $i, j = \overline{1, N}$  приводит к нахождению точки  $\mathbf{h}_0 = (1.40 \quad 0.490) \in \Omega_h^N$ , для которой достигается нулевой глобальный минимум функции  $I_e(\mathbf{h})$ .

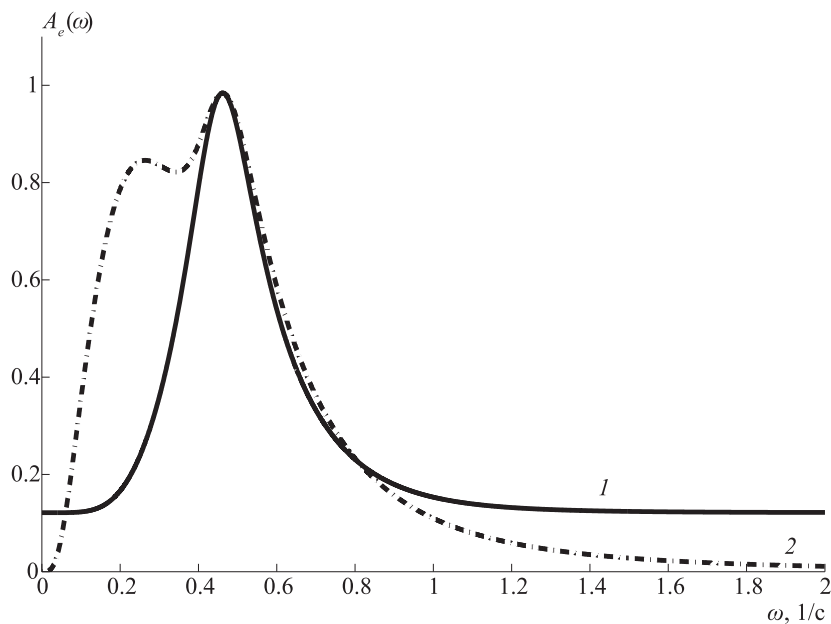
Полученная в итоге точка  $\mathbf{h}_0$  определяет следующую оптимальную передаточную функцию динамического корректора:

$$F(s, \mathbf{h}_0) = (16.2s^2 - 16.0s)/(s^2 + 1.40s + 0.490).$$

Итак, в результате применения алгоритма сформирован стабилизирующий  $H_\infty$ -оптимальный регулятор с МС-структурой:

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= u, \\ \dot{z}_1 &= -0.0454z_1 + 0.560z_2 - 0.0132\delta + 0.0336(y - z_3), \\ \dot{z}_2 &= 0.0267z_1 + 0.408z_2 - 0.00742\delta + 0.00446(y - z_3), \\ \dot{z}_3 &= z_2 + 0.0944(y - z_3), \\ \dot{p}_1 &= p_2 + 16.2(y - z_3), \\ \dot{p}_2 &= -0.490p_1 - 1.40p_2 - 38.6(y - z_3), \\ \dot{\xi} &= p_2 + 16.2(y - z_3), \\ u &= 3.30\dot{z}_1 + 39.8\dot{z}_2 + 20.5\dot{z}_3 + 1.22y + \xi. \end{aligned} \tag{23}$$

Полученный регулятор при движении замкнутой системы (1), (23) в условиях регулярного 5-балльного волнения с частотой  $\omega_0 = 0.462$  обеспечивает следующие амплитуды отклонения от курса и колебаний рулей соответственно:  $A_y = 0.75^\circ$ ,  $A_\delta =$



Частотные характеристики оптимальных замкнутых систем

21.2°. Этот результат по построению оптимального регулятора является *гарантирующим*, т. е. при любом изменении частоты фактического волнения и при той же интенсивности работы рулей амплитуда отклонений от заданного курса будет не больше, чем указанная величина  $A_y = 0.75^\circ$ .

На рисунке представлен график частотной характеристики  $A_e(\omega) = |P_0(j\omega, W_\delta(j\omega, F(j\omega, \mathbf{h}_0)))|$  для системы, замкнутой оптимальным регулятором (МС) (23). Для сравнения (кривая 2) приведен график аналогичной частотной характеристики для  $H_\infty$ -оптимального регулятора (Hinf) (кривая 1), построенного по методике, описанной в работе [11]. Поскольку оба регулятора являются решениями задач (7), (9), пиковые значения частотных характеристик совпадают.

**Заключение.** Основной целью данной статьи является разработка простого конструктивного метода расчета передаточной функции для динамического фильтра в составе закона управления курсом, реализуемого морским автопилотом. Этот метод базируется на идеологии  $H_\infty$ -оптимизации, позволяющей обеспечить гарантированное качество фильтрации при движении в условиях морского волнения.

В отличие от широко применяемых подходов [1–3] указанная цель достигается с использованием специализированной многоцелевой структуры закона управления. Данный подход обладает рядом преимуществ по сравнению с альтернативными вариантами, одним из которых служит гибкость в настройке на реальные условия плавания. Такая гибкость обеспечивается возможностью выбора способа динамической коррекции из следующего набора вариантов:

- 1) если судно движется на спокойной воде, можно полностью отключить корректор, обеспечивая работу системы в облегченном режиме;
- 2) если движение происходит при наличии постоянных возмущений (ветер, течения) без волнения, уместно применить простейший вариант коррекции с постоянной передаточной функцией, не вводя бесполезную дополнительную динамику;

3) при наличии морского волнения можно переключить корректор для работы в фильтрующем режиме, как описано в данной статье, сохраняя астатические свойства обратной связи.

Предложенный подход можно расширить, используя его для управления морскими беспилотными объектами или плавучими оффшорными структурами. Результаты исследований могут быть развиты с учетом транспортного запаздывания и требуемых робастных свойств замкнутой системы.

### Литература

1. Fossen T. I. *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. New York: John Wiley & Sons Press, 1999. 480 p.
2. Perez T. *Ship Motion Control: Course Keeping and Roll Stabilization using Rudder and Fins*. London: Springer-Verlag, 2005. 300 p.
3. Hammound S. Ship Motion Control Using Multi-Controller Structure // *Journal of Maritime Research*. 2012. Vol. IX(1). P. 45–52.
4. Веремей Е. И., Корчанов В. М., Коровкин М. В., Погожев С. В. Компьютерное моделирование систем управления движением морских подвижных объектов. СПб.: НИИ химии С.-Петерб. ун-та, 2002. 370 с.
5. Веремей Е. И. Синтез законов многоцелевого управления движением морских объектов // *Гироскопия и навигация*. 2009. № 4. С. 3–14.
6. Веремей Е. И. Алгоритмы решения одного класса задач  $H_\infty$ -оптимизации систем управления // *Изв. РАН. Теория и системы управления*. 2011. № 3. С. 52–61.
7. Veremey E. I. Optimization of filtering correctors for autopilot control laws with special structures // *Optimal Control Applications and Methods*. 2016. Vol. 37, iss. 2. P. 323–339.
8. Veremey E. Irregular  $H_\infty$ -optimization of control laws for marine autopilots // *Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (dedicated to the memory of V. F. Demyanov) (CNSA)*. Saint Petersburg. 2017 Intern. Conference on // *IEEE Conference Publ.* 2017. P. 345–348.
9. Doyle J., Francis B., Tannenbaum A. *Feedback control theory*. New York: Macmillan Publ. Co., 1992. Vol. XI. 227 p.
10. Boyd S., L. El Ghaoui, Feron E., Balakrishnan V. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia: SIAM, 1994. 193 p.
11. Veremey E., Sotnikova M. Spectral Approach to  $H_\infty$ -Optimal SISO Synthesis Problem // *WSEAS Transactions on Systems and Control*. 2014. Vol. 9, art. 43. P. 415–424.

**Для цитирования:** Ван Х., Веремей Е. И., Сюз Ю. Метод гарантирующей оптимизации динамики судна, движущегося в условиях волнения // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления*. 2017. Т. 13. Вып. 4. С. 354–364. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2017.402>

### References

1. Fossen T. I. *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. New York, John Wiley & Sons Press, 1999, 480 p.
2. Perez T. *Ship Motion Control: Course Keeping and Roll Stabilization using Rudder and Fins*. London, Springer-Verlag, 2005, 300 p.
3. Hammound S. Ship Motion Control Using Multi-Controller Structure. *Journal of Maritime Research*, 2012, vol. IX(1), pp. 45–52.
4. Veremey E., Korchanov V., Korovkin M., Pogozhev S. *Komp'yuternoe modelirovanie sistem upravleniya dvizheniem morskikh podvizhnykh ob'ektov* [Computer modeling of motion control systems for marine mobile objects]. Saint Petersburg, Research Institute of Chemistry of Saint Petersburg University Publ., 2002, 370 p. (In Russian)
5. Veremey E. Sintez zakonov mnogocелеvogo upravleniya dvizheniem morskikh ob'ektov [Synthesis of the laws of multi-purpose control of the motion of marine objects]. *Гироскопия и навигация* [Gyroscopy and navigation], 2009, no. 4, pp. 3–14. (In Russian)
6. Veremey E. Algoritmy resheniya odnogo klassa zadach  $H_\infty$ -optimizacii sistem upravleniya [Algorithms for solving one class of  $H_\infty$ -optimization problems for control systems]. *Izv. RAN. Teoriya i sistemy upravleniya* [Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Theory and systems control], 2011, no. 3, pp. 53–61. (In Russian)
7. Veremey E. Optimization of filtering correctors for autopilot control laws with special structures. *Optimal Control Applications and Methods*, 2016, vol. 37, iss. 2, pp. 345–348.

8. Veremey E. Irregular  $H_\infty$ -optimization of control laws for marine autopilots. *Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (dedicated to the memory of V. F. Demyanov) (CNSA)*. Saint Petersburg, 2017 Intern. Conference, IEEE Conference Publ., 2017, pp. 345–348.

9. Doyle J., Francis B., Tannenbaum A. *Feedback control theory*. New York, Macmillan Publ. Co., 1992, vol. XI, 227 p.

10. Boyd S., L. El Ghaoui, Feron E., Balakrishnan V. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia, SIAM, 1994, 193 p.

11. Veremey E., Sotnikova M. Spectral Approach to  $H_\infty$ -Optimal SISO Synthesis Problem. *WSEAS Transactions on Systems and Control*, 2014, vol. 9, art. 43, pp. 415–424.

**For citation:** Wang H., Veremey E. I., Xue Y. A method of the guaranteeing optimization for the dynamics of ship moving in wave. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2017, vol. 13, iss. 4, pp. 354–364. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2017.402>

Статья поступила в редакцию 10 октября 2017 г.

Статья принята к печати 12 октября 2017 г.