В. В. Баранов, В. М. Матросов, Модели полезности и риска в задачах управления деградирующими системами,
Пробл. управл., 2007, выпуск 5, 15–20

УДК 519.856

МОДЕЛИ ПОЛЕЗНОСТИ И РИСКА В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ ДЕГРАДИРУЮЩИМИ СИСТЕМАМИ[1]

В.В. Баранов, В.М. Матросов

Центр исследований устойчивости и нелинейной динамики при Институте машиноведения РАН, г. Москва

Построены модель полезности, определяющая априорные предпочтения на альтернативах управления, и модель риска при выборе альтернатив диагностики ситуаций, ориентированные на применения в задачах управления деградирующими системами.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] рассмотрена проблема управления эффективностью и безопасностью деградирующих систем. Методология ее формализации предусматривает задание двух основных носителей априорной информации. Это — переходная функция $q^g(S|S\times Y)$, определяющая стохастическую закономерность динамики состояний под воздействием управлений из множества Y, и функция полезности $w^g(Y\times S\times X)$, определяющая априорные предпочтения на управляющих альтернативах из множества Y с учетом их зависимости от состояний $s \in S$ и ситуаций $x \in X$, как от условий, и от набора общесистемных альтернатив $g \in G$, как от параметров. Модель переходной функции $q^g(S|S\times Y)$ построена в работе [2]. В настоящей статье ставится задача построения модели полезности для альтернатив, использование которых предусмотрено методологией работы [1].

В настоящее время существуют различные аксиоматические теории полезности [3—6 и др.]. Принятые в них аксиомы по своей сути являются нормативными принципами, определяющими концепцию рационального поведения (но не правилами реального поведения). Основные результаты этих теорий состоят в доказательстве существования функции «полезности», упорядочивающей альтернативы из заданного множества по предпочтительности, и утверждения, что рациональное поведение в условиях риска (неопределенности исходов) можно описать с помощью полезности и субъективной вероятности в соответствии с формулой: *«разумный человек принимает решения в ситуациях, включающих риск, в соответствии с ожидаемой полезностью, где ожидание основывается на субъективной вероятности»*. Однако необходимо учитывать, что субъективные вероятности являются лишь средством выражения *уверенности* в наступлении некоторого исхода и ничем больше. В силу этого аксиоматические теории полезности пригодны исключительно для задач однократного принятия решений (точнее, в единичных событиях). В работе же [1] неопределенность порождается случайностью состояний, имеющих объективную динамическую природу. Поэтому требуется иной подход к полезности, основанный на специфике условий, постулируемых методологией [1].

1. МОДЕЛЬ ПОЛЕЗНОСТИ УПРАВЛЯЮЩИХ АЛЬТЕРНАТИВ

Согласно методологии [1] проблема управления деградирующими системами многоаспектная и состоит из следующих основных аспектов: «производства дохода», диагностики ситуаций работоспособности, обеспечения работоспособности, обеспечения безопасности и «структурный» аспект. По каждому такому аспекту постулируется задание соответствующего множества альтернатив. В частности, по аспекту производства дохода

[1] Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 05-08-33574 а.

задается множество управляющих альтернатив $Y = U \times P$, где U — множество альтернатив использования объекта, P — множество альтернатив восстановления работоспособности. При этом постулируется, что альтернативы из множества Y выбираются в зависимости от ситуаций работоспособности $x \in X$ с учетом ограничений $Y_x \subset Y$ на допустимость в зависимости от ситуаций $x \in X$.

Альтернативами диагностики являются ситуации $x \in X$, которые выбираются в зависимости от состояния $s \in S$ с учетом ограничений $X_s \subset X$ на допустимость в зависимости от состояния $s \in S$.

По аспекту безопасности задается соответствующее множество V альтернатив, которые выбираются независимо от состояний и ситуаций в качестве общего для них параметра.

Наконец, по структурному аспекту задается множество альтернатив $H \times \Theta = \Gamma$, где H — множество собственно *структурных* альтернатив, а Θ — множество допустимых значений *шага принятия решений*, который является структурным параметром. Пара альтернатив $\gamma \in H \times \Theta$ выбирается также независимо от состояний и ситуаций в качестве общего для них параметра.

По способу выбора альтернатив из множеств V и $H \times \Theta$ их можно объединить в общее множество $V \times H \times \Theta = G$, элементы которого условимся называть *общесистемными* альтернативами.

Наша задача состоит в построении функции полезности по каждому аспекту проблемы. Построение нужных функций основывается на следующем постулате.

Постулат полезности. Пусть на множестве альтернатив определена количественная мера предпочтительности. Если такая мера однозначно упорядочивает альтернативы из заданного их множества, то она является *функцией полезности*.♦

Исходя из этого постулата, по аспекту «производства дохода» будем строить априорную количественную меру предпочтительности на управляющих альтернативах из множества Y в виде функции $w^g(Y \times S \times X)$, которая при фиксированных $s \in S$ и $x \in X$ удовлетворяет условиям вида:

$$w^g(y'|s, x) - w^g(y|s, x) \begin{cases} >0 \Rightarrow y' > y, \\ =0 \Rightarrow y' \approx y, \end{cases} \qquad (1.1)$$

где запись $y' > y$ обозначает, что альтернатива y' предпочтительней альтернативы y, а $y' \approx y$ — эквивалентность альтернатив.

Содержательный смысл требуемой функции будем связывать с «прибылью», определяемой разностью между «доходом», который может быть получен от использования объекта с альтернативой $u \in U$, и «расходами» на применение альтернативы восстановления работоспособности $p \in P$ и всех других альтернатив. Для определения дохода потребуем задания интенсивности $c(u|h) > 0$ начисления дохода в единицу времени в зависимости от альтернативы использования $u \in U$ при условии структурной альтернативы $h \in H$. Если задан интервал времени $(0, \theta]$, $\theta \in \Theta$, то на этом интервале должен быть получен доход размером

$$d(u|\theta, h) = c(u|h) \cdot \theta > 0. \qquad (1.2)$$

Однако на интервале времени $(0, \theta]$ в случайный момент времени $\xi < \theta$ с положительной вероятностью может произойти отказ, в силу которого объект *отключается от режима использования*. В таком случае будут иметь место *потери* дохода: $d(u|\theta, h) - c(u|h) \cdot \xi = c(u|h)(\theta - \xi) > 0$.

С учетом этого априорную эффективность альтернативы $u \in U$ естественно характеризовать математическим ожиданием дохода на заданном интервале времени $(0, \theta]$, который условимся называть «ожидаемым» доходом. Ясно, что ожидаемый доход будет зависеть от функции распределения времени до отказа, которая в общем случае зависит от выбора управляющей альтернативы $y = (u, p) \in U \times P = Y$, структурной альтернативы $h \in H$ и альтернативы безопасности $v \in V$. Непосредственно же ожидаемый доход зависит от альтернативы использования $u \in U$, шага времени $\theta \in \Theta$, структурной альтернативы $h \in H$ и интенсивности начисления дохода $c(u|h)$.

С другой стороны, применение альтернатив $p \in P$, $v \in V$ и $h \in H$ требует определенных затрат, которые могут извлекаться лишь из «ожидаемого» дохода. С учетом этого эффективность альтернативы $y = (u, p) \in U \times P = Y$ естественно оценивать разностью между ожидаемым доходом на интервале времени $(0, \theta]$ и суммарными затратами, связанными с практическим применением альтернатив $p \in P$, $v \in V$ и $h \in H$. В терминах экономики подобная разность имеет смысл «прибыли». При этом она оценивается «до» реального процесса управления. Тем самым прибыль здесь носит *априорный* характер. Очевидно, что она может служить естественной количественной мерой предпочтительности на альтернативах из множества $Y = U \times P$, которая при этом вполне однозначно упорядочивает альтернативы из заданного их множества в соответствии с условием (1.1). Тогда согласно постулату полезности подобная априорная прибыль может служить в качестве априорной функции «полезности» на альтернативах из множества $Y = U \times P$.

В качестве итога этих рассуждений сформулируем следующее предложение.

Предложение 1.1. Априорная прибыль, определенная разностью между ожидаемым доходом и расходами на применение выбранных альтернатив, является функцией «полезности» на альтернативах из множества $Y = U \times P$.♦

Остается определить требуемую функцию полезности в явном виде. С этой целью обратимся к схеме управления, описанной в работе [2]. Согласно этой схеме в некоторый момент времени наблюдается состояние $s \in S$ и выполняется диагностика ситуаций $x = x(s) \in X$. По результатам диагностики выбирается пара альтернатив $y = (u, p) \in Y$, где $u \in U$ — альтернатива использования, $p \in P$ — воздействие восстановления работоспособности. Одновременно с этим выбирается шаг принятия решений $\theta \in \Theta$, структурная альтернатива $h \in H$ и альтернатива безопасности $v \in V$. На интервале времени $(0, \theta]$ объект используется в соответствии с выбранной альтернативой $u \in U$.

Согласно предположениям [2] динамика состояний описывается *однородным* марковским процессом. В этих условиях каждый момент наблюдения состояния можно рассматривать в качестве начального. Схема управления постулирует, что в каждый такой момент воздействие восстановления работоспособности $p \in P$ мгновенно переводит наблюдаемое состояние $s \in S$ в новое «улучшенное» состояние $z < s$ по правилу:

$$z(s, p) = (1 - \varepsilon(p))\, s, \tag{1.3}$$

где $\varepsilon(p) \in [0, 1]$ — мера эффективности восстановления работоспособности, заданная для воздействия $p \in P$. Из полученной точки $z = z(s, p) \in S$ на выбранном шаге времени $\theta \in \Theta$ происходит эволюция состояний с закономерностью, задаваемой переходной функцией $q^{(\mu,\lambda)}(\theta, S|z)$, определенной выражением (15) в работе [2] в предположении, что $t = \theta \in \Theta$; $\mu = \mu(u, v, h)$; $\lambda = \lambda(u, v, h)$. Поскольку на выбранном интервале времени $(0, \theta]$ объект используется для извлечения дохода с альтернативой $u \in U$ и интенсивностью дохода $c(u|h) > 0$, то это должно принести доход $d(u|\theta, h) = c(u|h) \cdot \theta > 0$. Но, как отмечалось, на интервале $(0, \theta]$ с положительной вероятностью может произойти отказ, в силу которого объект отключается от режима использования. Тем самым реальная длительность использования является случайной величиной вида $\zeta(z|\theta) = \min\{\zeta(z), \theta\} \leqslant 0$, где $\zeta(z) > 0$ — случайное время до отказа при заданном состоянии $z \in S$, полученном по правилу (1.3). Пусть в этих условиях задана функция распределения $F_\xi(t|z)$ случайной величины $\xi(z)$, имеющая плотность $f(t|z)$. Тогда ожидаемую длительность использования объекта можно описать усеченным математическим ожиданием

$$\tau(\theta|z) = M\{\xi(z)|\theta\} = \int_0^\theta t f(t|z)\,dt. \tag{1.4}$$

Согласно результатам работы [2] требуемая плотность имеет вид $f(t|z) = \Lambda(z)e^{-\Lambda(z)t}$, где параметр-функция $\Lambda(z) > 0$ является интенсивностью отказов, зависящей от фиксированного состояния $z \in S$. В рассматриваемых условиях величина $\tau(\theta|z)$ выражается явно в виде:

$$\tau(\theta|z) = \frac{1}{\Lambda(z)} - e^{-\Lambda(z)\theta}\left[\theta + \frac{1}{\Lambda(z)}\right]. \tag{1.5}$$

Согласно снова же работе [2] параметр-функция $\Lambda(z)$ является дробно-рациональной вида

$$\Lambda(z) = \frac{\lambda}{1 - z}, \quad z \in [0, 1], \quad \lambda > 0.$$

При этом, как отмечалось выше, параметр λ является функцией альтернатив $(u, v, h) \in U \times V \times H$, т. е. $\lambda = \lambda(u, v, h)$. С учетом этого параметр-функция $\Lambda(z)$ представляется в виде:

$$\Lambda(z|u, v, h) = \frac{\lambda(u, v, h)}{1 - z}, \quad z \in [0, 1],$$
$$(u, v, h) \in U \times V \times H.$$

Отсюда следует, что определенная выражением (1.5) ожидаемая длительность использования объекта $\tau(\theta|z)$ зависит от набора альтернатив $(u, v, h) \in U \times V \times H$ и окончательно выражается в виде:

$$\tau(\theta|u, v, h)(z) =$$
$$= \frac{1 - z}{\lambda(u, v, h)} - e^{-\frac{\lambda(u, v, h)}{1 - z}\theta}\left[\theta + \frac{1 - z}{\lambda(u, v, h)}\right]. \tag{1.6}$$

Таким образом, ожидаемая на интервале времени $(0, \theta]$ длительность использования объекта $\tau(\theta|u, v, h)(z)$ зависит от набора альтернатив $(u, v, h) \in U \times V \times H$ и состояния $z \in S$. Однако состояние $z \in S$ здесь задано не произвольно, а вычисляется по формуле (1.3). При этом используемое в формуле (1.3) управляющее воздействие $p \in P$ выбирается в зависимости от ситуации $x \in X$, которая в свою очередь выбирается в зависимости от наблюдаемого состояния $s \in S$. Поэтому на самом деле ожидаемая на интервале времени $(0, \theta]$ длительность использования объекта, кроме альтернатив (u, v, h), зависит также от наблюдаемого состояния $s \in S$, ситуации $x = x(s)$ и управления $p = p(x)$ в соответствии с условиями вида

$$\tau(\theta|p, u, v, h)(s, x) =$$
$$= \begin{cases} \tau(\theta|u, v, h)(z), u = u(x), x = x(s), \\ z = z(s, p) = (1 - \varepsilon(p)) \cdot s;\ p = p(x). \end{cases} \tag{1.7}$$

Из полученного результата следует, что на выбранном интервале времени $(0, \theta]$, $\theta \in \Theta$ при заданном наборе альтернатив $(u, p) \in U \times P$ и $(v, h) \in$

$\in V\times H$ вместо предполагаемого по формуле (1.2) дохода $d(u|\theta,\ h) = c(u|h)\cdot\theta$ можно рассчитывать в среднем лишь на величину

$$d(u,\ p|\theta,\ v,\ h)(s,\ x) = c(u|h)\cdot\tau(\theta|p,\ u,\ v,\ h)(s,\ x),\quad (1.8)$$

где $\tau(\theta|p,\ u,\ v,\ h)(s,\ x) < \theta$. Подобный доход мы условились называть «ожидаемым».

Согласно предложению 1.1 функция полезности на альтернативах из множества $Y = U\times P$ имеет смысл прибыли, определяемой разностью между ожидаемым доходом и расходами на применение выбранных альтернатив. Ожидаемый доход определен выражением (1.8). Остается уточнить структуру соответствующих расходов и способ их задания. Для этого будем исходить снова же из условий методологии [1]. Согласно им воздействие восстановления работоспособности $p \in P$ выбирается в зависимости от ситуации $x \in X$. С учетом этого в общем случае естественно полагать, что затраты на применение воздействия $p \in P$ также зависят от ситуации $x \in X$. Будем описывать их некоторой функцией $r(x,\ p) > 0$. Однако согласно условиям той же методологии [1] альтернативы безопасности $v \in V$ и структурные альтернативы $h \in H$ выбираются независимо от состояний и ситуаций. Поэтому и затраты на их применение не обязаны зависеть от переменных состояния и ситуации. С учетом этого затраты на применение альтернатив безопасности $v \in V$ будем описывать некоторой функцией $\rho(v) > 0$, а на применение структурных альтернатив $h \in H$ функцией $\Delta(h) > 0$.

Выполненные построения определяют функцию полезности разностью вида:

$$w^{(\theta,\ v,\ h)}((u,\ p)|s,\ x) = d(u,\ p|\theta,\ v,\ h)(s,\ x) - r(x,\ p) - \rho(v) - \Delta(h).\quad (1.9)$$

Однако заметим, что такая разность рассматривается при условии отсутствия отказа (т. е. $s \ne 1$).

Если же имеет место отказ (т. е. $s = 1$), то он сопровождается *ущербом*, часто имеющим катастрофический характер. Будем описывать его средней величиной $\chi > 0$ и рассматривать в качестве дополнительной статьи расходов при условии отказа. С учетом этого функция полезности на альтернативах $(u,\ p) \in U\times P = Y$ окончательно определяется условиями вида:

$$w^{(\theta,\ v,\ h)}((u,\ p)|s,\ x) = \begin{cases} d(u,p|\theta,\ v,\ h)(s,x) - r(x,p) - \rho(v) - \Delta(h),\ s \ne 1, \\ d(u,p|\theta,\ v,\ h)(s,x) - r(x,p) - \rho(v) - \Delta(h) - \chi,\ s = 1. \end{cases}\quad (1.10)$$

С учетом обозначений $y = (u,\ p) \in U\times P = Y$ и $g = (\theta,\ v,\ h) \in \Theta\times V\times H = G$ полученную функцию будем записывать в виде $w^g(y|s,\ x)$ либо, в общем случае, $w^g(Y\times S\times X)$, $g \in G$.

Таким образом, выполненные построения определяют явный вид функции $w^g(y|s,\ x)$, имеющей смысл «прибыли», которая порождает предпочтения на альтернативах $y \in Y$ в соответствии с условиями (1.1). При этом по построению такая функция определена «до» реального процесса управления. Тем самым она носит априорный характер. Тогда согласно предложению 1.1 она является *функцией полезности* на множестве Y управляющих альтернатив.

Полученный результат окончательно сформулируем следующим утверждением.

Утверждение 1.1. *Функция* $w^g(Y\times S\times X)$ *вида* (1.10) *является априорной функцией полезности на множестве Y управляющих альтернатив. При этом она зависит от состояний и ситуаций* $(s,\ x) \in S\times X$, *как от условий, и от набора альтернатив* $g = (\theta,\ v,\ h) \in G$, *как от параметров.*♦

Замечание 1.1. Поскольку функция полезности $w^g(Y\times S\times X)$ является априорной, то, вообще говоря, она не может служить в роли критерия качества управляющих решений в реальном процессе управления. Но она является носителем априорной информации, на основании которой можно строить критерии качества управляющих решений нужной структуры.♦

2. МОДЕЛЬ ПОЛЕЗНОСТИ СТРУКТУРНЫХ АЛЬТЕРНАТИВ

Согласно утверждению 1.1 функция полезности $w^g(Y\times S\times X)$ определена на множестве Y управляющих альтернатив и зависит от общесистемных альтернатив $g = (\theta,\ v,\ h) \in \Theta\times V\times H = G$, как от параметров. Но при этом она не является функцией полезности на множестве альтернатив G. Тем не менее, с ее помощью можно построить функцию полезности по части альтернатив $\Gamma = H\times\Theta \subset G$, где H — множество *структурных* альтернатив, а Θ — множество допустимых значений *шага принятия решений*, который является *структурным параметром*. Там, где не требуется различать содержание альтернатив, пару $\gamma = (h,\ \theta) \in H\times\Theta$ будем называть структурной альтернативой. При этом функцию полезности будем обозначать $w^{(\gamma,\ v)}(Y\times S\times X)$.

С учетом этих обозначений положим, что заданы некоторые вероятностная мера на множестве состояний $s \in S$ и правило диагностики δ: $S \to X$. Тогда функция полезности $w^{(\gamma,v)}(Y\times S\times X)$ может быть преобразована к виду $w^{(\gamma,v)}(Y\times X)$, при котором она не зависит от переменной состояния $s \in S$ (см. утверждение 2.1 в работе [1]). Пусть также задано некоторое правило управляющих решений, определенное однозначным отображением π: $X\to Y$. В этих предположениях функцию полезности обозначим $w^{(\gamma, v)}(\pi(X)|\delta)$. Напомним, что структурная альтернатива $\gamma \in \Gamma$ выбирается независимо от ситуации $x \in X$. Тогда для описания качества структурной альтернативы $\gamma \in \Gamma$ функцию $w^{(\gamma, v)}(\pi(X)|\delta)$ можно преобразовать к виду, при котором она не зависит от переменной ситуации $x \in X$. Очевидным образом для этого достаточно преобразовать ее в сумму вида

$$\mu(\gamma|\pi, \delta, v) = \sum_{x \in X} (\pi(x)|\delta), \quad \gamma \in \Gamma. \qquad (2.1)$$

При фиксированных π, δ и $v \in V$ такая функция позволяет уже вполне однозначно упорядочить структурные альтернативы $\gamma \in \Gamma$ по предпочтительности в соответствии с условием:

$$\mu(\gamma'|\pi, \delta, v) - \mu(\gamma|\pi, \delta, v)\begin{cases} >0 \Rightarrow \gamma' > \gamma, \\ =0 \Rightarrow \gamma' \approx \gamma. \end{cases}$$

Тогда в соответствии с постулатом полезности функция $\mu(\gamma|\pi, \delta, v)$ вида (2.1) может служить в качестве функции полезности на множестве структурных альтернатив Γ. Этим установлена справедливость следующего утверждения.

Утверждение 2.1. *При заданных отображениях* δ: $S \to X$ *и* π: $X \to Y$ *функция* $\mu(\gamma|\pi, \delta, v)$ *вида* (2.1) *является функцией полезности на множестве* Γ *структурных альтернатив.*♦

Замечание 2.1. Суммарный эффект полезности $\mu(\gamma|\pi, \delta, v)$ вида (2.1) зависит от правил управления π и диагностики δ, которые подлежат выбору. Поэтому функция $\mu(\gamma|\pi, \delta, v)$ может быть определена лишь в реальном процессе управления. Но тем самым она не является *априорной*. Однако это не отменяет возможности ее применения в роли критерия качества структурных альтернатив в реальном процессе управления.♦

3. МОДЕЛИ ПОЛЕЗНОСТИ АЛЬТЕРНАТИВ ДИАГНОСТИКИ И БЕЗОПАСНОСТИ

Методология управления, развитая в работе [1], предусматривает оценку угроз утраты работоспособности в силу процессов деградации. Подобные оценки называются *ситуациями*. Их множество X конечно и они нуждаются в «диагностике» в зависимости от наблюдаемого состояния $s \in S$. При этом альтернативами диагностики являются сами ситуации. Поэтому требуется критерий, который играл бы роль априорной функции полезности, упорядочивающей альтернативы по предпочтительности при их выборе в зависимости от наблюдаемого состояния $s \in S$. Требуемый критерий определяется следующими соображениями.

Методология [1] предусматривает задание ограничений $[Y_x \subset Y]$ на допустимость управляющих альтернатив в зависимости от ситуаций $x \in X$ и ограничений $[X_s \subset X]$ на допустимость альтернатив диагностики в зависимости от состояний $s \in S$. Пусть задана функция полезности $w^g(Y \times S \times X)$ вида (1.10). Наконец, пусть фиксировано состояние $s \in S$. В этих условиях очевидным наилучшим выбором альтернатив диагностики и управления является пара (x_s, y_s):

$$w^g(y_s|s, x_s) = \max_{y \in Y_x} \max_{x \in X_s} w^g(y|s, x). \qquad (3.1)$$

Однако на самом деле здесь состояние $s \in S$ является случайным и вероятностная мера на множестве состояний не задана. Эти условия порождают неопределенность условий выбора ситуаций и управляющих альтернатив. В силу этого пара альтернатив (x_s, y_s), выбранная из условия (3.1), в реальном процессе управления совсем не обязательно является «наилучшим выбором». Тем не менее, по построению априори она «потенциально наилучшая».

Предположим, что в этих условиях при заданном состоянии $s \in S$ выбрана некоторая пара $(x, y) \neq (x_s, y_s)$. Определим тогда функцию вида:

$$r^g(x|s, y) = |w^g(y|s, x) - \max_{y \in Y_x} \max_{x \in X_s} w^g(y|s, x)| =$$
$$= |w^g(y|s, x) - w^g(y_s|s, x_s)|, \quad s \in S, \quad x \in X. \qquad (3.2)$$

Из априорных соображений ясно, что такая функция может описывать лишь «сожаления» по поводу выбора решения, отличного от потенциально наилучшего. Отсюда следует, что при выборе альтернатив диагностики в любом случае естественно стремиться к минимизации подобного сожаления. С учетом этого функцию $r^g(x|s, y)$ вида (3.2) естественно рассматривать в качестве риска потерь полезности, определяющего априорные предпочтения на альтернативах диагностики в соответствии с условием:

$$r^g(x'|s, y) - r^g(x|s, y) \begin{cases} <0 \Rightarrow x' > x, \\ =0 \Rightarrow x \approx x. \end{cases}$$

Тем самым такая функция является априорной функций полезности на множестве альтернатив диагностики с той лишь особенностью, что она имеет смысл *риска потерь полезности*.

По определению функция полезности $w^{(\gamma, v)}(Y \times S \times X)$ вида (1.10) зависит от альтернатив безопасности $v \in V$, как от параметра. В этих условиях возможны два варианта построения количественного критерия предпочтительности альтернатив безопасности. Один вариант можно основывать на включении альтернативы безопасности в состав параметров функции полезности и оценивать ее качество совместно со структурными альтернативами с использованием суммарного эффекта полезности вида (2.1). Второй вариант имеет место в тех условиях, когда требования безопасности являются *доминирующими*. В таком случае возникает необходимость введения специального критерия качества альтернатив безопасности. В роли такого критерия может служить вероятность возникновения «кризисной» ситуации, включающей отказ. Такая вероятность зависит от выбора, в том числе альтернативы безопасности. Тогда альтернативу безопасности естественно выбирать из условия минимизации вероятности кризисной ситуации в каждый момент принятия решений $t = 1, 2, ...$ Для получения нужной вероятности требуется строить модель стохастической динамики ситуаций. Такая модель построена в работе [7]. Ограничения на объем публикации не позволяют изложить ее более подробно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе [1] развита методология формализации и решения проблемы управления эффективностью и безопасностью деградирующих систем, которая предусматривает задание функции полезности в качестве одного из основных носителей априорной информации об условиях принятия решений. В методологии [1] функция полезности используется в неявном виде. В настоящей работе требуемая функция полезности построена в явном виде. Кроме того, в работе [2] построена модель динамики деградации, определяющая переходную функцию управляемого процесса также в явном виде. Вместе эти функции задают базу априорной информации, необходимую для практического решения задачи в соответствии с методологией [1].

Как было отмечено во Введении, существуют различные аксиоматические теории полезности, ориентированные на задачи принятия решений в условиях неопределенности, порождающих риск исхода [3—6 и др.]. Необходимым инструментом решения таких задач являются функция полезности и субъективные вероятности, которые служат средством выражения уверенности в наступлении некоторого исхода. В методологии же [1] неопределенность порождается случайностью состояний, имеющих объективную динамическую природу. В этих условиях необходима иная концепция полезности, отражающая специфику условий методологии [1]. Такая концепция развивается в настоящей работе. Она исходит из предположения, что функция полезности имеет экономический смысл «прибыли», определяемой разностью между ожидаемым доходом от использования объекта и расходами на практическое применение выбранных альтернатив. При этом такая функция полезности строится «до» реального процесса управления, т. е. она является *априорной*. Тем не менее, полученная функция полезности позволяет строить критерии качества управляющих решений в реальном процессе управления, отвечающие всем аспектам рассматриваемой в работе [1] проблемы, в том числе критерий качества структурных альтернатив, критерий риска для выбора альтернатив диагностики ситуаций работоспособности, а также критерий риска «кризиса» для выбора альтернатив безопасности.

Полученная в настоящей работе функция полезности открывают достаточно богатые возможности решения проблем, содержание которых далеко выходит за рамки сформулированной в работе [1] задачи. Действительно, если структура фиксирована, то система является деградирующей. В таком случае работает методология [1], которая предусматривает возможность изменения структуры системы и ее выбора. При этом структурная альтернатива допускает широкую интерпретацию. С другой стороны, функция полезности предусматривает задание интенсивности дохода $c(u|h)$, зависящей от структурной альтернативы $h \in H$. Очевидно, что интенсивность дохода $c(u|h)$ можно интерпретировать как производительность системы в шкале доходов при заданной структуре $h \in H$. С учетом такой интерпретации методология [1] открывает возможность решения не только задач управления производственной деятельностью систем с фиксированной либо перенастраиваемой структурой, но также и задач управления развитием, удовлетворяющего требованиям эффективности и устойчивости.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Матросов В.М., Баранов В.В.* Проблема превентивной безопасности. Модель и методы принятия решений // Проблемы управления. — 2006. — № 5. — С. 2—11.
2. *Баранов В.В., Матросов В.М.* Модель динамики в задачах управления деградирующими системами // Там же. — 2007. — № 4. — С. 2—7.
3. *Savage L.J.* The foundations of statistics. — N.-Y.: Dover, 1972.
4. *Нейман Дж., Моргенштерн О.* Теория игр и экономическое поведение. — М.: Наука, 1970.
5. *Фишберн П.* Теория полезности для принятия решений. — М.: Наука, 1978.
6. *Пфанцагль И.* Теория измерений. — М.: Мир, 1976.
7. *Баранов В. В.* Процессы принятия решений, мотивированных интересами. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.

e-mail: 901-510-49-44@skylink.ru

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Ю. Рутковским. ❑