Крауклис П.В.

ПРОДОЛЬНЫЕ И ПОПЕРЕЧНЫЕ ВОЛНЫ В СКВАЖИНЕ

Задача о распространении волн в скважине является основной для акустического каротажа, который в последнее время стал одним из важных методов исследования скважин и околоскважинного пространства. Дальнейшее развитие этого метода сдерживается недостаточной теоретической изученностью волновых процессов, происходящих в скважине, и прежде всего слабой информацией о динамике продольных и поперечных волн, скользящих вдоль скважины. В известной работе Био [I], посвященной волнам в скважине, головные волны не рассматривались вообще, а в теоретической работе Самерса [2] при выводе выражений для головной волны допущены ошибки. Кроме того, в ней отсутствуют явные выражения для спектров головных волн, знание которых является необходимым для конструирования и выбора оптимальных режимов работы каротажной аппаратуры. В настоящей работе выводятся аналитические выражения для передаточных функций скважины по отношению к продольным и поперечным волнам. Под передаточной функцией понимается спектр импульсной переходной функции, представляющей реакцию системы на воздействие типа дельта-функции времени.

В безграничной среде $(-\infty < z < \infty, r > r_0)$ находится скважина $(-\infty < z < \infty,\ r \leq r_0)$, заполненная жидкостью. Скорость продольных и поперечных волн в среде обозначим через a_2 и b_2, скорость звука в жидкости через a_1, плотности в средах соответственно через ρ_2 и ρ_1. В точке $z=0$, $r=0$ на оси скважины находится источник типа мгновенной силы $\delta(t)$. Поле, возбуждаемое источником, с точностью до постоянного множителя имеет потенциал смещений, равный

$$\varphi^{(0)} = \delta \int_0^\infty k \cos kz\, dk \int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} H_0^{(2)}\left(-ikr\sqrt{1+\delta^2\eta^2}\right) e^{k\eta b_2 t}\, d\eta\,, \qquad (I)$$

где $\delta = \frac{b_2}{a_1}$, а ветвь радикала фиксирована условием: $\operatorname{Re}\sqrt{1+\delta^2\eta^2} > 0$ при $\eta > 0$, $H_0^{(2)}(x)$ – функция Ханкеля второго рода нулевого порядка. Уравнения движения для потенциалов φ и Ψ продольных и поперечных волн, образовавшихся в результате многократных отражений в скважине, представляются в виде:

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2\varphi_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi_i}{\partial r} + \frac{\partial^2\varphi_i}{\partial z^2} - \frac{1}{a_i^2}\frac{\partial^2\varphi_i}{\partial t^2} = 0 \qquad (i=1,2),\\ \frac{\partial^2\Psi_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\Psi_2}{\partial r} + \frac{\partial^2\Psi_2}{\partial r^2} - \frac{\Psi_2}{r^2} - \frac{1}{b_i^2}\frac{\partial^2\Psi_2}{\partial t^2} = 0.\end{gathered} \qquad (2)$$

Граничные условия на стенках скважины заключаются в равенстве радиальных напряжений t_{rr} и смещений u_r и в отсутствии тангенциальных напряжений t_{rz}:

$$u_{r1}=u_{r2},\quad t_{rr1}=t_{rr2},\quad t_{rz2}=0. \tag{3}$$

Напряжения и смещения связаны с потенциалами известными соотношениями:

$$u_r=\frac{\partial\varphi}{\partial r}-\frac{\partial\Psi}{\partial z},\qquad u_z=\frac{\partial\varphi}{\partial z}+\frac{\partial\Psi}{\partial z}+\frac{\Psi}{r},$$

$$t_{rr}=\frac{\lambda}{a}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}+2\mu\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}-2\mu\frac{\partial^2\Psi}{\partial z\partial r},\quad t_{rz}=2\mu\frac{\partial^2\varphi}{\partial z\partial r}+\rho\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}-2\mu\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}. \tag{4}$$

в которых λ и μ упругие модули среды.

Решения для продольного и поперечного потенциалов можно представить в виде двухкратных интегралов

$$\varphi_1=\int_0^\infty k\cos kz\,dk\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\delta A J_0(-ikr\alpha_1)e^{k\eta b_2 t}d\eta,$$

$$\varphi_2=\int_0^\infty k\cos kz\,dk\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\delta B H_0^{(2)}(-ikr\alpha_2)e^{k\eta b_2 t}d\eta, \tag{5}$$

$$\Psi_2=\int_0^\infty k\sin kz\,dk\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\delta C H_1^{(1)}(-ikr\beta_2)e^{k\eta b_2 t},$$

где $\alpha_1=\sqrt{1+\delta^2\eta^2}$, $\alpha_2=\sqrt{1+\gamma^2\eta^2}$, $\beta_2=\sqrt{1+\eta^2}$, $\gamma=\frac{b_2}{a_2}$, $\delta=\frac{b_2}{a_1}$.

Нетрудно убедиться, что правые части равенств (5) удовлетворяют уравнениям (2) и условиям излучения. Коэффициенты A, B и C определяются из граничных условий (3) и оказываются равными

$$A=-\frac{\rho_{12}\frac{v^4}{b_2^4}\alpha_2 H_0^{(2)}(x)+\alpha_1 H_1^{(2)}(x)\left\{-\left(2-\frac{v^2}{b_2^2}\right)^2\frac{H_0^{(2)}(y)}{H_1^{(2)}(y)}+4\alpha_2\beta_2\frac{H_0^{(2)}(z)}{H_1^{(2)}(z)}-\frac{2i\alpha_2 v^2}{kr_0 b_2^2}\right\}}{\rho_{12}\frac{v^4}{b_2^4}\alpha_2 J_0(x)+\alpha_1 J_1(x)\left\{-\left(2-\frac{v^2}{b_2^2}\right)^2\frac{H_0^{(2)}(y)}{H_1^{(2)}(y)}+4\alpha_2\beta_2\frac{H_0^{(2)}(z)}{H_1^{(2)}(z)}-\frac{2i\alpha_2 v^2}{kr_0 b_2^2}\right\}},$$

$$B=\frac{-i\left(2-\frac{v^2}{b_2^2}\right)\rho_{12}\frac{v^2}{b_2^2}\frac{2}{\pi x}\alpha_1\cdot\frac{1}{H_1^{(2)}(y)}}{\rho_{12}\frac{v^4}{b_2^4}\alpha_2 J_0(x)+\alpha_1 J_1(x)\left\{-\left(2-\frac{v^2}{b_2^2}\right)^2\frac{H_0^{(2)}(y)}{H_1^{(2)}(y)}+4\alpha_2\beta_2\frac{H_0^{(2)}(z)}{H_1^{(2)}(z)}-\frac{2i\alpha_2 v^2}{kr_0 b_2^2}\right\}}, \tag{6}$$

$$C=\frac{2\alpha_1\alpha_2\rho_{12}\frac{v^2}{b_2^2}\cdot\frac{2}{\pi x}\cdot\frac{1}{H_1^{(2)}(z)}}{\rho_{12}\frac{v^4}{b_2^4}\alpha_2 J_0(x)+\alpha_1 J_1(x)\left\{-\left(2\frac{v^2}{b_2^2}\right)^2\frac{H_0^{(2)}(y)}{H_1^{(2)}(y)}+4\alpha_2\beta_2\frac{H_0^{(2)}(z)}{H_1^{(2)}(z)}-\frac{2i\alpha_2 v^2}{kr_0 b_2^2}\right\}}.$$

Для удобства записи в (6) введены следующие обозначения:
$x=ikr_0\alpha$, $y=-ikr_0\alpha_2$, $z=-ikr_0\beta_2$, $v=-i\eta b_2$, $\rho_{12}=\frac{\rho_1}{\rho_2}$.

Приравнивая знаменатель в выражениях (6) нулю, получаем дисперсионное уравнение задачи, характеризующее зависимость фазовых

скоростей v собственных колебаний системы от частоты:

$$\Delta = \rho_{12}\frac{v^4}{b_2^4}\alpha_2 J_0(x)+\alpha_1 J_1(x)\left\{-\left(2-\frac{v^2}{b_2^2}\right)^2\frac{H_0^{(2)}(y)}{H_1^{(2)}(y)}+4\alpha_2\beta_2\frac{H_0^{(2)}(z)}{H_1^{(2)}(z)}-\frac{2i\alpha_2 v^2}{kr_0 b_2^2}\right\}=0. \quad (7)$$

Многие особенности решения задачи связаны с поведением корней трансцендентного уравнения (7) на комплексной плоскости η в зависимости от значений параметра kr_0. Приведем несколько кратких сведений о характере этой зависимости. Уравнение (7) в общем случае имеет кроме комплексных корней в левой полуплоскости $\mathrm{Re}\,\eta<0$ чисто мнимые корни, положение которых на мнимой оси зависит от значения kr_0. При $kr_0\to\infty$ корни стремятся к точкам $\pm i\sigma^{-1}$, кроме двух корней, стремящихся к значениям, являющимся вещественными корнями уравнения Стоунли для плоской границы жидкость-твердое тело:

$$\alpha_2\rho_{12}\frac{v^4}{b_2^4}+\alpha_1\left\{\left(2-\frac{v^2}{b_2^2}\right)^2-4\alpha_2\beta_2\right\}=0. \quad (8)$$

Для случая высокоскоростного разреза, когда выполняется неравенство $a_1<b_2$, значение скорости v незатухающих колебаний, отвечающих последним корням, несколько меньше скорости волн в жидкости. С уменьшением kr_0 скорость v монотонно уменьшается и при $kr_0\to 0$ приближается к скорости, определяемой выражением

$$v=\left(1+\frac{\rho_1 a_1^2}{\rho_2 b_2^2}\right)^{-1/2}a_1 . \quad (9)$$

Такие колебания носят название волн Лэмба, или гидроволн, и на сейсмограммах характеризуются низкочастотной интенсивной записью. Для высокоскоростного разреза волны Лэмба подробно описаны в работе Био [I]. В случае среднескоростного $\left(\sqrt{1-\frac{\rho_1}{\rho_2}}\,a_1<b_2<a_1\right)$ и низкоскоростного $\left(b_2<\sqrt{1-\frac{\rho_1}{\rho_2}}\,a_1\right)$ разрезов характер поведения гидроволн существенно меняется, в частности, при выполнении последнего неравенства они становятся затухающими и фазовая скорость волн с уменьшением kr_0 увеличивается в противоположность случаю высокоскоростного разреза. Корни, находящиеся при $kr_0=\infty$ в точке $i\sigma^{-1}$ (в силу симметрии расположения корней относительно вещественной оси в дальнейшем будем рассматривать только верхнюю полуплоскость), с уменьшением kr_0 поднимаются по мнимой оси к точке i и затем сходят с нее в левую полуплоскость. Значения kr_0, при которых корни оказываются в точке i, определяются из решения уравнения

$$\rho_{12}\sqrt{1-\gamma^2}\,J_0\left(kr_0\sqrt{\sigma^2-1}\right)+\sqrt{\sigma^2-1}\,J_1\left(kr_0\sqrt{\sigma^2-1}\right)\left(-\frac{K_0\left(kr_0\sqrt{1-\gamma^2}\right)}{K_1\left(kr_0\sqrt{1-\gamma^2}\right)}+\frac{2\sqrt{1-\gamma^2}}{kr_0}\right)=0, \quad (10)$$

в котором через $K_0(x)$ и $K_1(x)$ обозначены функции Макдональда. С поведением этих корней на комплексной плоскости связана дисперсия

фазовых скоростей водных волн, многократно отразившихся от стенок скважины.

Перейдем к рассмотрению основной задачи о продольных и поперечных волнах, распространяющихся вдоль скважины. Для этого деформируем контур интегрирования во внутренних интегралах (5) вдоль разрезов, проведенных из точек $\pm i$, $\pm i\gamma^{-1}$ в левую полуплоскость параллельно отрицательной части вещественной оси. Вследствие комплексной сопряженности подинтегральных функций в точках симметричных относительно вещественной оси можно рассматривать лишь верхнюю полуплоскость, а в окончательных формулах брать удвоенную вещественную часть. Кроме того, при вычислении интегралов будем пользоваться тем обстоятельством, что величина kb_2t, стоящая в (5) в показателе экспоненты, является большим параметром, если под t понимать время прохождения между приемником и излучателем. В самом деле, для станции акустического каротажа ЛАК расстояние l от излучателя до приемника свыше I м, частота излучателя 36 кгц, тогда для пород со скоростью $\alpha_2 = 5000 \frac{м}{сек}$ имеем $kb_2t = \frac{2\pi\gamma l}{\lambda} \cong 20$, для станции АСКУ расстояние l свыше 6 м, частота порядка 5 кгц и $kb_2t \approx 15$. Для других отечественных станций АК порядок величин kb_2t тоже примерно такой же [3].

Продольная волна, скользящая вдоль стенки скважины, определится интегралом по разрезу, проведенному из точки $i\gamma^{-1}$. С учетом выше приведенного замечания о значениях параметра kb_2t при интегрировании по разрезу достаточно ограничиться небольшим участком интегрирования, что позволяет воспользоваться разложением функций в ряды и ограничиться первыми членами разложения. Рассмотрим поле в скважине и представим функцию A у первого выражения в (5) в виде:

$$A = \frac{A_1 H_1^{(2)}(y)\alpha_2 + B_1 H_0^{(2)}(y)}{A_2 H_1^{(2)}(y)\alpha_2 + B_2 H_0^{(2)}(y)}, \qquad (II)$$

где обозначено:

$$A_1 = \rho_{12}\frac{v^4}{b_2^4} H_0^{(2)}(x) + \alpha_1 H_1^{(2)}(x)\left[4\beta_2 \frac{H_0^{(2)}(z)}{H_1^{(2)}(z)} - \frac{2iv^2}{kr_0 b_2^2}\right],$$

$$A_2 = \rho_{12}\frac{v^4}{b_2^4} J_0(x) + \alpha_1 J_1(x)\left[4\beta_2 \frac{H_0^{(2)}(z)}{H_1^{(2)}(z)} - \frac{2iv^2}{kr_0 b_2^2}\right], \qquad (I2)$$

$$B_1 = -\left(2 - \frac{v^2}{b_2^2}\right)^2 \alpha_1 H_1^{(2)}(x); \quad B_2 = -\left(2 - \frac{v^2}{b_2^2}\right)^2 \alpha_1 J_1(x).$$

Обозначим значение радикала α_2 на верхнем берегу разреза через σ_1 ($\sqrt{1+\gamma^2\eta^2} \approx \sqrt{2\gamma}\, e^{3/4\pi i}\sqrt{\sigma} \equiv \sigma_1$, где $\sigma = i\gamma^{-1} - \eta$) и найдем разность функций на верхнем и нижнем берегах разреза:

$$F(\sigma,\sigma_1)\equiv A(\sigma_1)-A(-\sigma_1)=\frac{8}{\pi^2(kr_0)^2}\,\frac{\rho_{12}\gamma^{-3}(1-2\gamma^2)^2}{(A_2\sigma_1H_1^{(2)}(y)+B_2H_0^{(2)}(y))(A_2\sigma_1H_1^{(1)}(y)+B_2H_0^{(1)}(y))}. \qquad (13)$$

При выводе (13) были использованы соотношения обхода для функций Ханкеля

$$H_0^{(2)}(e^{-i\pi}\sigma_1)=-H_0^{(1)}(\sigma_1),\ H_1^{(2)}(e^{-i\pi}\sigma_1)=H_1^{(1)}(\sigma_1) \qquad (14)$$

и известное соотношение для цилиндрических функций

$$\sigma_1\{H_1^{(2)}(y)H_0^{(1)}(y)-H_0^{(2)}(y)H_1^{(1)}(y)\}=-\frac{4}{\pi kr_0}\ . \qquad (15)$$

Окончательно интеграл по разрезу станет равным:

$$I=-\int_0^\infty F(\sigma,\sigma)J_0(kr\sqrt{\sigma^2/\gamma^2-1})\,e^{ika_2t-kb_2t\sigma}d\sigma.$$

Будем в дальнейшем интересоваться полем на оси скважины ($r=0$) и запишем окончательное выражение для передаточной функции, обозначив ее через $S_p(k)$ (заметим, что k связан с частотой колебаний соотношением $k=\omega a_2^{-1}$, так что приводимый ниже интеграл является с точностью до постоянного множителя спектром продольной волны)

$$S_p(k)=k\rho_{12}(1-2\gamma^2)^2\int_0^\infty\frac{e^{-kb_2t\sigma}\,d\sigma}{(-2A_2^*+\pi kr_0B_2^*K_1)(2A_2^*+\pi kr_0B_2^*K_2)}, \qquad (16)$$

где

$$A_2^*=\rho_{12}J_0\left(kr_0\sqrt{\frac{a_2^2}{a_1^2}-1}\right)-2\sqrt{\frac{a_2^2}{a_1^2}-1}\,J_1\left(kr_0\sqrt{\frac{a_2^2}{a_1^2}-1}\right)\gamma^3\left\{2\sqrt{1-\gamma^2}\,H_0^{(2)}\left(\frac{kr_0\sqrt{1-\gamma^2}}{\gamma}\right)-\frac{1}{kr_0\gamma}\right\},$$

$$B_2^*=-i(1-2\gamma^2)^2\sqrt{\frac{a_2^2}{a_1^2}-1}\,J_1\left(kr_0\sqrt{\frac{a_2^2}{a_1^2}-1}\right),$$

$$K_1=1{,}5-\frac{2i}{\pi}\left[\ln\frac{\sqrt{2\gamma}\,kr_0}{2}+\frac{1}{2}\ln\sigma+\psi\right], \qquad (17)$$

$$K_2=0{,}5+\frac{2i}{\pi}\left[\ln\frac{\sqrt{2\gamma}\,kr_0}{2}+\frac{1}{2}\ln\sigma+\psi\right],$$

ψ – постоянная Эйлера, равная: ψ = 0,577... В общем случае интеграл (17) приходится находить численно, однако, при некоторых значениях kr_0 его удается вычислить непосредственно. Такие случаи представляют самостоятельный интерес.

Пусть $kr_0 \ll 1$ (это неравенство выполняется до частот порядка 2–3 кгц, что включает как сейсмический диапазон частот, так и часть диапазона звукового каротажа). В этом случае можно приближенно наложить $B_2^*=0$ и $A_2^*=\rho_{12}+\sigma^2-\gamma^2$ и получить простое выражение для передаточной функции продольной волны

$$S_p = -\frac{\rho_{12}(1-2\gamma^2)^2}{4(\rho_{12}+\sigma^2-\gamma^2)^2 b_2 t} \quad . \tag{18}$$

Из выражения (18) следует, что амплитуда скользящей продольной волны убывает с ростом расстояния z по закону z^{-1}. Заметим, что в случае высоких частот, когда длина волны много меньше радиуса r закон убывания $z^{-3/2}$ [4]. С ростом частоты, когда неравенство $kr_0 \ll 1$ перестает выполняться, передаточная функция начинает расти и при значении $kr_0\sqrt{\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2-1} = x_1$, где $x_1 = 3.83$ есть первый корень функции Бесселя $J_1(x)$, оказывается равной

$$S_p(x_1) = -\frac{(1-2\gamma^2)^2}{4\rho_{12} J_0^2(x) b_2 t} \quad . \tag{19}$$

Для наиболее часто встречающихся параметров сред значения $S_p(x)$ оказываются на два порядка выше, чем S_p. Из формул (18)-(19) следует, что с ростом γ спектральная функция убывает, то есть при прочих равных условиях амплитуды в плотных породах менее интенсивны, чем в рыхлых. При увеличении частоты от значения, соответствующего x_1, амплитуда спектра снова убывает и характер ее изменения оказывается не монотонным с максимумами в корнях первой функции Бесселя. Численные расчеты показывают, что и при средних частотах убывание происходит по закону z^{-1}.

Найдем теперь спектр поперечной скользящей волны. Для этого представим функцию A в виде:

$$A = \frac{C_1 \beta_2 H_0^{(2)}(z) + \mathcal{D}_1 H_1^{(2)}(z)}{C_2 \beta_2 H_0^{(2)}(z) + \mathcal{D}_2 H_1^{(2)}(z)} \quad , \tag{20}$$

где

$$C_1 = 4\alpha_1\alpha_2 H_1^{(2)}(x) \ , \quad C_2 = 4\alpha_1\alpha_2 J_1(x) \ ,$$

$$\mathcal{D}_1 = \rho_{12}\frac{v^4}{b_2^4}\alpha_2 H_0^{(2)}(x) + \alpha_1 H_1^{(2)}(x)\left\{-\left(2-\frac{v^2}{b_2^2}\right)^2 \frac{H_0^{(2)}(y)}{H_1^{(2)}(y)} - \frac{2i\alpha_2 v^2}{kr_0 b_2^2}\right\} ,$$

$$\mathcal{D}_2 = \rho_{12}\frac{v^4}{b_2^4}\alpha_2 J_0(x) + \alpha_1 J_1(x)\left\{-\left(2-\frac{v^2}{b_2^2}\right)^2 \frac{H_0^{(1)}(y)}{H_1^{(1)}(y)} - \frac{2i\alpha_2 v^2}{kr_0 b_2^2}\right\} .$$

Затем используем соотношения обхода (14) и определим разность функций A на верхнем и нижнем берегах разреза, обозначив через σ_2 значения корня на верхнем берегу:

$$F(\sigma_2) \equiv A(\sigma_2) - A(-\sigma_2) = \frac{-32\alpha_2^2 \rho_{12}}{(\pi k r_0)^2 \left(C_2 H_0^{(2)}(z)\sigma_2 + \mathcal{D}_2 H_1^{(2)}(z)\right)\left(C_2 H_0^{(1)}(z)\sigma_2 + \mathcal{D}_2 H_1^{(1)}(z)\right)} . \tag{21}$$

Окончательно интеграл по разрезу оказывается равным

$$I = -\int_0^\infty F(\sigma, \sigma_2) J_0\left(kr\sqrt{\sigma^2-1}\right) e^{ikb_2 t - kb_2 t\sigma} \, d\sigma . \tag{22}$$

Для передаточной функции поперечной волны в точке $r=0$ получается окончательное выражение в виде

$$S_s = -k\int_0^\infty F(\sigma,\sigma_2)e^{-kb_2 t\sigma}d\sigma . \qquad (23)$$

Интеграл (23) асимптотически вычисляется и оказывается равным

$$S_s = \frac{-16k\rho_{12}(1-\gamma^2)i}{(kb_2t)^2\left\{\rho_{12}\sqrt{1-\gamma^2}J_0(kr_0\sqrt{\sigma^2-1})+\sqrt{\sigma^2-1}J_1(kr_0\sqrt{\sigma^2-1})\left[-\frac{K_0(kr_0\sqrt{1-\gamma^2})}{K_1(kr_0\sqrt{1-\gamma^2})}+\frac{2\sqrt{1-\gamma^2}}{kr_0}\right]\right\}} . \qquad (24)$$

Из (24) следует, что поперечная волна убывает с расстоянием по квадратичному закону и характеризуется более низкочастотным спектром по сравнению с продольной волной. Заметим, что выражение (24) теряет смысл в окрестности частот, удовлетворяющих уравнению (I0). Подинтегральная функция в (23) имеет в этом случае интегрируемую особенность. Для вычисления спектра в этом случае приходится численно интегрировать (23). Для малых частот, удовлетворяющих неравенству $kr_0 \ll 1$, передаточная функция определяется равенством

$$S_s = -\frac{16k\rho_{12}i}{(\rho_{12}+\sigma^2-1)^2}\,\frac{1}{(kb_2t)^2} . \qquad (25)$$

Для отношения модулей спектров поперечной и продольной волн в низкочастотной области имеет место соотношение

$$\frac{|S_s|}{|S_p|} = \frac{64(\rho_{12}+\sigma^2-\gamma^2)^2\gamma}{k(\rho_{12}+\sigma^2-1)^2 z(1-2\gamma^2)^2} , \qquad (26)$$

из которого следует, что с расстоянием z отношение амплитуд уменьшается, а с ростом γ увеличивается.

Литература

I. Biot M.A. Propagation of elastic waves in a cylindrical bore containing a fluid. J.Appl.Phys., I952, v.23, №9, p.997-I005.

2. Somers E.V. Propagation of acoustic waves in a liquidfilled cylindrical hole surrounded by an elastic solid. J.Appl.Phys., I953, v.24, № 5, p.5I5-52I.

3. Дубров Е.Ф., Булатова Ж.М., Волкова Е.А. Акустический каротаж. Л., I970, 264 с.

4. Крауклис П.В. Головная волна от осесимметричного точечного источника в скважине. В кн. Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. Л., I973, т.I3, с.40-43.