

Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

A. N. Sporykhin, D. V. Gotsev, L. G. Plotnikov, Stress of heavy-wall tubing cylindrical pipes taking into account the gravity for materials with difficult rheology, *Izv. Saratov Univ. Math. Mech. Inform.*, 2011, Volume 11, Issue 3, 110–115

DOI: 10.18500/1816-9791-2011-11-3-1-110-115

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.173

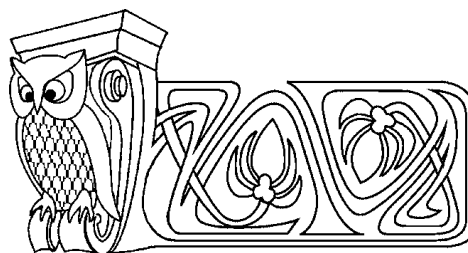
February 11, 2025, 14:29:32





УДК 539.374

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТОЛСТОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТРУБ С УЧЕТОМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ДЛЯ МАТЕРИАЛОВ СО СЛОЖНОЙ РЕОЛОГИЕЙ



А. Н. Спорыхин, Д. В. Гоцев¹, Л. Г. Плотников

Воронежский государственный университет,
кафедра теоретической и прикладной механики;

¹Военный авиационный инженерный университет, Воронеж,
кафедра математики

E-mail: pmmdeans@main.vsu.ru, rbgotsev@mail.ru,
lavra_net@mail.ru

В рамках метода малого параметра исследуется поле напряжений весомой цилиндрической трубы при моделировании материала несжимаемой упруговязкопластической средой. Дается оценка влияния на величину пластической зоны физико-механических параметров конструкции.

Ключевые слова: плоская деформация, тензор напряжений, упругость, пластичность, упругопластическая граница, упруговязкопластичность.

Stress of Heavy-Wall Tubing Cylindrical Pipes Taking into Account the Gravity for Materials with Difficult Rheology

A. N. Sporykhin, D. V. Gotsev¹, L. G. Plotnikov

Voronezh State University,

Chair of Applied Mathematics, Computer Sciences and Mechanics;

¹Military aviation engineering university, Voronezh,
Chair of Mathematics

E-mail: pmmdeans@main.vsu.ru, rbgotsev@mail.ru,
lavra_net@mail.ru

Within a method of small parameter the field of stresses of heavy tubing cylindrical pipes is investigated at modelling of a material by the incompressible elastic-is viscous-plastic environment. The estimation of influence on size of a plastic zone physicomachanical design parametres is given.

Key words: plane deformation, tensor of deformation, elasticity, plasticity, elastoplastic line, elastic-is viscous-plasticity.

Известно, что одним из основных факторов, влияющих на распределение поля напряжений в толстостенных конструкциях, является их собственный вес. Поэтому учет силы тяжести при расчете напряженно-деформированного состояния толстостенных сооружений является актуальной задачей. Анализ влияния собственного веса в первом приближении на напряженное состояние толстостенных цилиндрических труб для материалов, обладающих упругопластическими свойствами приведен в работе [1]. В настоящей работе ищется напряженное состояние цилиндрической трубы, находящейся под действием собственного веса при моделировании материала трубы несжимаемой упруговязкопластической средой [2].

В этом случае функция нагружения имеет вид

$$F = \left(S_i^j - c_i^{jp} - \eta \dot{\epsilon}_i^{jp} \right) \left(S_j^i - c_j^{ip} - \eta \dot{\epsilon}_j^{ip} \right) \quad (1)$$

где c — коэффициент упрочнения; k — предел текучести, η — коэффициент вязкости; $S_i^j = \sigma_i^j - \sigma \delta_i^j$ — девиатор тензора напряжений; $\sigma = \sigma_k^k/3$; δ_i^j — символ Кронекера; ϵ_i^j — компоненты тензора деформаций; $\dot{\epsilon}_i^j$ — компоненты тензора скоростей деформаций. Индексы i, j принимают значения от 1 до 3, верхние индексы p или e обозначают величины, относящиеся к пластической или упругой областям соответственно.

Рассмотрим толстостенную трубу с внутренним радиусом a и внешним — b (рис. 1). На внутреннем контуре трубы приложена равномерно распределенная нагрузка интенсивностью P_0 , моделирующая собой давление жидкости или газа, на внешнем контуре — нагрузка интенсивностью P .

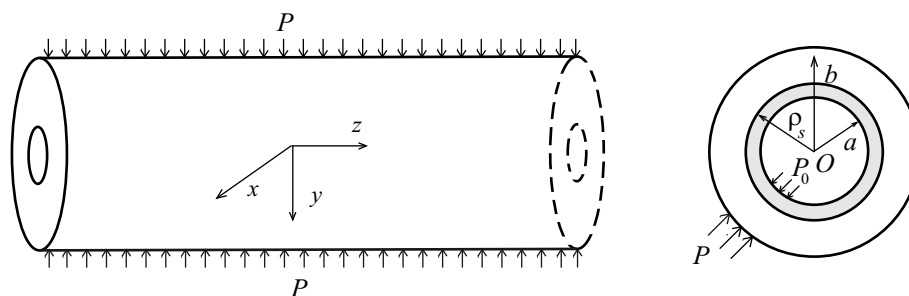


Рис. 1



При нахождении напряженного состояния и радиуса раздела зон упругого и пластического деформирования учитывается влияние силы тяжести. Задача решается в рамках плоскодеформированного состояния.

Уравнения равновесия в декартовой системе координат имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = \gamma, \quad (2)$$

где γ — объемная сила.

Частное решение системы уравнений (2) согласно [1] выберем в виде

$$\sigma_x = qy, \quad \sigma_y = \gamma y, \quad \tau_{xy} = 0, \quad (3)$$

где $\gamma, q = \text{const}$.

В полярной системе координат (ρ, θ) уравнения равновесия (2) представимы в форме

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = \gamma \sin \theta, \quad \frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{\rho\theta}}{\rho} = \gamma \cos \theta, \quad (4)$$

частное решение (3) — в форме

$$\sigma_\rho = \frac{q + 3\gamma}{4} \rho \sin \theta + \frac{q - \gamma}{4} \rho \sin 3\theta, \quad \sigma_\theta = \frac{3q + \gamma}{4} \rho \sin \theta - \frac{q - \gamma}{4} \rho \sin 3\theta, \quad (5)$$

$$\tau_{\rho\theta} = \frac{\gamma - q}{4} \rho (\cos \theta - \cos 3\theta),$$

условие пластичности (1) — в форме

$$\left(\frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{2} - c\varepsilon_\rho^p - \eta \dot{\varepsilon}_\rho^p \right)^2 + \left(\tau_{\rho\theta} - c\varepsilon_{\rho\theta}^p - \eta \dot{\varepsilon}_{\rho\theta}^p \right) = 4k^2. \quad (6)$$

Исследуем случай, когда пластическая зона полностью охватывает внутренний контур трубы. При определении напряженного состояния все функции представляются в виде рядов по степеням малого параметра δ , характеризующего отклонение от исходного невозмущенного состояния (от состояния без учета силы тяжести), то есть решение системы (4), (6) ищем в виде [3]:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(0)} + \delta \sigma_{ij}^{(1)} + \delta^2 \sigma_{ij}^{(2)} + \dots, \quad \rho_s = \rho_s^{(0)} + \delta \rho_s^{(1)} + \delta^2 \rho_s^{(2)} + \dots, \quad (7)$$

где ρ_s — радиус раздела зон упругого и пластического деформирования.

Влияние силы тяжести учтем в первом приближении, положив

$$q = \delta c_1, \quad \gamma = \delta c_2, \quad c_1, c_2 = \text{const}. \quad (8)$$

В качестве нулевого приближения выберем решение задачи о нахождении напряженно-деформированного состояния толстостенной цилиндрической трубы находящейся под действием сжимающих нагрузок P_0 и P , без учета силы тяжести, которое согласно [2] имеет вид

– в пластической зоне при $(\alpha \leq \rho \leq 1)$

$$\sigma_\rho^p = -P_0 + \frac{4x\mu}{2\mu + c} \left[\frac{c + 2\mu e^{-\xi t}}{4\mu} \left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\rho^2} \right) + (1 - e^{-\xi t}) \ln \frac{\rho}{\alpha} \right],$$

$$\sigma_\theta^p = -P_0 + \frac{4x\mu}{2\mu + c} \left[\frac{c + 2\mu e^{-\xi t}}{4\mu} \left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\rho^2} \right) + (1 - e^{-\xi t}) (1 + \ln \frac{\rho}{\alpha}) \right], \quad (9)$$

$$\tau_{\rho\theta}^p = 0,$$

где $x = \text{sign}(P_0 - P)$, $\xi = \frac{2\mu + c}{\eta}$.

– в упругой зоне при $(1 \leq \rho \leq \beta)$

$$\sigma_\rho^e = -P + \frac{x}{\beta^2} \left(1 - \frac{\beta^2}{\rho^2} \right), \quad \sigma_\theta^e = -P + \frac{x}{\beta^2} \left(1 + \frac{\beta^2}{\rho^2} \right), \quad \tau_{\rho\theta} = 0. \quad (10)$$

Пластические деформации определяются соотношением

$$\varepsilon_{\theta}^p = -\varepsilon_{\rho}^p = \frac{x(1 - e^{-\xi t})}{2\mu + c} \left(\frac{1}{\rho^2} - 1 \right). \quad (11)$$

На упругопластической границе выполняется следующее соотношение для внешних усилий:

$$\left(\frac{1}{\beta^2} + 1 + |P_0 - P| \right) (2\mu + c) - 2\mu + 4\mu \ln \alpha (1 - e^{-\xi t}) - \frac{(2\mu e^{-\xi t} + c)}{\alpha^2} = 0. \quad (12)$$

В (9)–(12) и далее все величины, имеющие размерность напряжения, будем считать безразмерными, отнесенными к величине предела текучести k , все линейные размеры будем считать отнесенными к радиусу пластической зоны в исходном нулевом приближении ρ_s^0 , т. е. $\alpha = \frac{a}{\rho_s^0}$, $\rho = \frac{\rho}{\rho_s^0}$ и $\beta = \frac{b}{\rho_s^0}$.

Согласно (4), (6)–(8) для определения первой итерации первого приближения имеет место система уравнений

$$\frac{\partial \sigma_{\rho(1)}^{(1)}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\rho\theta(1)}^{(1)}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_{\rho(1)}^{(1)} - \sigma_{\theta(1)}^{(1)}}{\rho} = \gamma \sin \theta, \quad \frac{\partial \tau_{\rho\theta(1)}^{(1)}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{\theta(1)}^{(1)}}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{\rho\theta(1)}^{(1)}}{\rho} = \gamma \cos \theta, \quad (13)$$

$$\sigma_{\rho(1)}^{p(1)} - \sigma_{\theta(1)}^{p(1)} = 2c\varepsilon_{\rho}^{p(0)} + 2\eta\varepsilon_{\rho}^{p(0)}. \quad (14)$$

В (13), (14) и далее нижний индекс в скобках указывает номер итерации, верхний — номер приближения.

Уравнениям равновесия (13) удовлетворим, полагая

$$\begin{aligned} \sigma_{\rho(1)}^{(1)} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial \theta^2} + \frac{q + 3\gamma}{4} \rho \sin \theta + \frac{q - \gamma}{4} \rho \sin 3\theta, \\ \sigma_{\theta(1)}^{(1)} &= \frac{\partial^2 \Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial \rho^2} + \frac{3q + \gamma}{4} \rho \sin \theta - \frac{q - \gamma}{4} \rho \sin 3\theta, \\ \tau_{\rho\theta(1)}^{(1)} &= -\frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial \theta} \right) + \frac{\gamma - q}{4} \rho (\cos \theta - \cos 3\theta), \end{aligned} \quad (15)$$

где $\Psi_{(1)}^{(1)}$ — функция напряжений Эри, удовлетворяющая уравнению

$$\frac{\partial^2 \Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial \rho^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial \theta^2} = \sigma_{\rho(1)}^{p(1)} - \sigma_{\theta(1)}^{p(1)}. \quad (16)$$

Уравнение (16) с учетом (11) и (14) примет вид

$$\frac{\partial^2 \Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial \rho^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial \theta^2} = m_1 \left(\frac{1}{\rho^2} - 1 \right) + \frac{c_2 - c_1}{2} \rho (\sin \theta - \sin 3\theta), \quad (17)$$

где $m_1 = \frac{2c}{2\mu + c} (1 - e^{-\xi t})$.

Учитывая решение уравнения (17) определим первую итерацию первого приближения для напряжений в пластической области в форме

$$\begin{aligned} \sigma_{\rho(1)}^{p(1)} &= \frac{m_1}{2} \left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\rho^2} - 2 \ln \frac{\rho}{\alpha} \right) + c_2 \rho \sin \theta + \frac{C_{11}}{\rho} \sin \theta + \\ &+ \frac{1}{\rho} \left((-8C_{31} + \sqrt{8}C_{32}) \cos(\sqrt{8} \ln \rho) + (-\sqrt{8}C_{31} - 8C_{32}) \sin(\sqrt{8} \ln \rho) \right) \sin 3\theta, \\ \sigma_{\theta(1)}^{p(1)} &= \frac{m_1}{2} \left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\rho^2} - 2 - 2 \ln \frac{\rho}{\alpha} \right) + c_2 \rho \sin \theta + \frac{C_{11}}{\rho} \sin \theta + \\ &+ \frac{1}{\rho} \left((-8C_{31} + \sqrt{8}C_{32}) \cos(\sqrt{8} \ln \rho) + (-\sqrt{8}C_{31} - 8C_{32}) \sin(\sqrt{8} \ln \rho) \right) \sin 3\theta, \\ \tau_{\rho\theta(1)}^{p(1)} &= -\frac{C_{11}}{\rho} \cos \theta - \frac{1}{\rho} \left(3\sqrt{8} (C_{32} \cos(\sqrt{8} \ln \rho) - C_{31} \sin(\sqrt{8} \ln \rho)) \right), \end{aligned} \quad (18)$$

где C_{11} , C_{31} , C_{32} — неизвестные константы интегрирования.



Предположим, что на контуре отверстия при $\rho = \alpha$ все самоуравновешивающиеся составляющие напряжения обращаются в ноль. Тогда из (18) получим систему для определения коэффициентов C_{31} и C_{32} :

$$\begin{cases} C_{31}a_{11} + C_{32}a_{12} = 0, \\ C_{31}a_{21} + C_{32}a_{22} = 0, \end{cases} \quad (19)$$

где $a_{11} = -8 \cos(\sqrt{8} \ln \rho) - \sqrt{8} \sin(\sqrt{8} \ln \rho)$, $a_{12} = \sqrt{8} \cos(\sqrt{8} \ln \rho) - 8 \sin(\sqrt{8} \ln \rho)$, $a_{21} = 3\sqrt{8} \sin(\sqrt{8} \ln \rho)$, $a_{22} = -3\sqrt{8} \cos(\sqrt{8} \ln \rho)$.

Откуда находим

$$C_{31} = C_{32} = 0. \quad (20)$$

Составляющие напряжений (18) при $\sin \theta$ и $\cos \theta$ являются несамуравновешивающимися и одновременно не могут обращаться в ноль на контуре отверстия.

Предположим, что

$$\sigma_{\rho(1)}^{p(1)} \Big|_{\rho=\alpha} = 0. \quad (21)$$

Тогда из (20) с учетом (18) получим

$$C_{11} = -c_2 \alpha^2. \quad (22)$$

Если же предположить, что

$$\tau_{\rho\theta(1)}^{p(1)} \Big|_{\rho=\alpha} = 0, \quad (23)$$

то

$$C_{11} = 0. \quad (24)$$

Из условия непрерывности компонент напряжения на упругопластической границе при $\rho = 1$ с учетом (18) имеем

$$\sigma_{\rho(1)}^{e(1)} = b_1'' \sin \theta + a_0'', \quad \tau_{\rho\theta(1)}^{e(1)} = a_1''' \cos \theta, \quad (25)$$

где $b_1'' = c_2 + C_{11}$, $a_0'' = \frac{m_1}{2} \left(\frac{1}{\alpha^2} - 1 + 2 \ln \alpha \right)$, $a_1''' = -C_{11}$,

Граничные условия на внешней стороне трубы при $\rho = \beta$, согласно [1] запишем в виде

$$\sigma_{\rho}^{e(1)} = b_1 \sin \theta, \quad \tau_{\rho\theta}^{e(1)} = a_1' \cos \theta, \quad (26)$$

где b_1 и a_1' — const.

С учетом граничных условий (25), (26) согласно [3] компоненты напряжений в упругой зоне при $1 \leq \rho \leq \beta$ имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_{\rho(1)}^{e(1)} &= \left[\frac{\rho}{\beta} b_1 + \frac{(3m+1)\beta}{4m(\beta^2+1)} (b_1 + a_1') \left(\frac{1+\beta^2}{\rho} - \frac{\beta^2}{\rho^3} - \rho \right) + \frac{1}{\beta^4-1} (b_1 - b_1'' \beta) \times \right. \\ &\quad \left. \times \left(\frac{\rho}{\beta} - \frac{\beta^3}{\rho^3} \right) \right] \sin \theta + \frac{1}{\beta^2-1} \left(-a_0'' + a_0'' \frac{\beta^2}{\rho^2} \right) + \frac{c_1 + 3c_2}{4} \rho \sin \theta + \frac{c_1 - c_2}{4} \rho \sin 3\theta, \\ \sigma_{\theta(1)}^{e(1)} &= \left[3 \frac{\rho}{\beta} b_1 + \frac{(3m+1)\beta}{(\beta^2+1)} (b_1 + a_1') \left(-\frac{m-1}{3m+1} \frac{1+\beta^2}{\rho} + \frac{\beta^2}{\rho^3} - 3\rho \right) + \frac{1}{\beta^4-1} (b_1 - b_1'' \beta) \times \right. \\ &\quad \left. \times \left(3 \frac{\rho}{\beta} + \frac{\beta^3}{\rho^3} \right) \right] \sin \theta + \frac{1}{\beta^2-1} \left(-a_0'' - a_0'' \frac{\beta^2}{\rho^2} \right) + \frac{3c_1 + c_2}{4} \rho \sin \theta - \frac{c_1 - c_2}{4} \rho \sin 3\theta, \\ \tau_{\rho\theta(1)}^{e(1)} &= - \left[\frac{\rho}{\beta} b_1 + \frac{(3m+1)\beta}{4m(\beta^2+1)} (b_1 + a_1') \left(-\frac{m-1}{3m+1} \frac{1+\beta^2}{\rho} - \frac{\beta^2}{\rho^3} - \rho \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\beta^4-1} (b_1 - b_1'' \beta) \left(\frac{\rho}{\beta} - \frac{\beta^3}{\rho^3} \right) \right] \cos \theta + \frac{c_2 - c_1}{4} \rho (\cos \theta - \cos 3\theta), \end{aligned} \quad (27)$$

где $m = \mu^{-1}$, причем

$$(b_1 + a_1') \beta - (b_1'' + a_1''') \alpha = 0. \quad (28)$$



Из условий сопряжения компонент тензора напряжений [3] следует, что на невозмущенной упругопластической границе имеет место равенство

$$\left[\sigma_{ij(1)} + \frac{d\sigma_{ij}^{(0)}}{d\rho_{s(1)}} \right] = 0. \quad (29)$$

Откуда, учитывая (9), (10), получим:

$$\rho_{s(1)}^{(1)} = - \left[\sigma_{\theta(1)}^{(1)} \right] \left[\frac{d\sigma_{\theta}^{(0)}}{d\rho} \right]^{-1} = - \frac{2\mu + c}{8\mu(1 - e^{-\xi t})} \left[\sigma_{\theta(1)}^{(1)} \right]. \quad (30)$$

Соотношение для нахождения радиуса упругопластической границы $\rho_{s(1)}^{(1)}$ в первой итерации первого приближения согласно (30) при учете (18), (19) (22), (27) и (28) определим в виде

$$\rho_{s(1)}^{(1)} = M_0 + M_1 \sin \theta + M_3 \sin 3\theta, \quad (31)$$

где

$$\begin{aligned} M_0 &= - \frac{2\mu + c}{8\mu(1 - e^{-\xi t})} \left[\frac{1}{\beta^2 - 1} (-a'' - a''\beta^2) - \frac{m_1}{2} \left(\frac{1}{\alpha^2} - 1 + 2 \ln \alpha \right) \right], \\ M_1 &= - \frac{2\mu + c}{8\mu(1 - e^{-\xi t})} \left[3 \frac{b_1}{\beta} + \frac{(3m + 1)\beta}{4m(\beta^2 + 1)} (b_1 + a'_1) \left(- \frac{m - 1}{3m + 1} (1 + \beta^2) + \beta^2 - 3 \right) + \frac{1}{\beta^4 - 1} (b_1 - b''_1\beta) \left(\frac{3}{\beta} + \beta^3 \right) \right], \\ M_3 &= - \frac{2\mu + c}{8\mu(1 - e^{-\xi t})} \left[\frac{c_2 - c_1}{4} \right]. \end{aligned} \quad (32)$$

Таким образом, поле напряжений в толстостенной цилиндрической трубе, находящейся под действием сжимающих нагрузок при учете силы тяжести определено в нулевом и первом приближениях (первая итерация) при $\alpha \leq \rho \leq 1$ соотношениями (9), (18), (19), (22) (или (24)), а при $1 \leq \rho \leq \beta$ — соотношениями (10), (27), (28). Радиус раздела зон упругого и пластического деформирования находится по формулам (12), (31).

Результаты численного эксперимента представлены на рис. 2, а-г. На этих рисунках показана зависимость радиуса упругопластической границы ρ_s от угла θ в толстостенной трубе, с учетом силы тяжести. При этом значение безразмерных характеристик принимались следующими: внутреннее давление на контуре $q_0 = 0.9$ и внешнее давление на контуре $q = 0.2$; малый параметр $\delta = 0.17$; модуль сдвига $\mu = 1$; радиус отверстия $a = 0.6$; внешний радиус трубы $b = 0.9$.

На рис. 2, а замкнутая кривая 1 соответствует контуру отверстия. Замкнутые кривые 2-4 характеризуют положение упругопластической границы ρ_s в моменты времени $t = 0.001$, $t = 0.0015$, $t = 1$ соответственно. При этом коэффициент упрочнения $c = 0.2$; коэффициент вязкости — $\eta = 0.001$.

На рис. 2, б замкнутая кривая 1 соответствует контуру отверстия. Замкнутые кривые 2-4 характеризуют положение упругопластической границы ρ_s при значениях упрочнения $c = 0.3$, $c = 0.2$, $c = 0.1$ соответственно. При этом коэффициент вязкости $\eta = 0.001$.

На рис. 2, в замкнутая кривая 1 соответствует контуру отверстия. Замкнутые кривые 2-4 характеризуют положение упругопластической границы ρ_s при значениях коэффициентов вязкости $\eta = 0.002$, $\eta = 0.0015$ и $\eta = 0.001$ соответственно. При этом коэффициент упрочнения $c = 0.2$.

На рис. 2, г замкнутая кривая 1 соответствует контуру отверстия. Замкнутые кривые 2-4 характеризуют положение упругопластической границы ρ_s при значениях $c_1 = 0.5$, $c_2 = 15$; $c_1 = 0.2$, $c_2 = 5$ и $c_1 = 0$, $c_2 = 0$ соответственно. Случай $c_1 = 0$, $c_2 = 0$ соответствует положению упругопластической границы без учета силы тяжести. При этом коэффициент упрочнения $c = 0.2$, коэффициент вязкости $\eta = 0.001$.

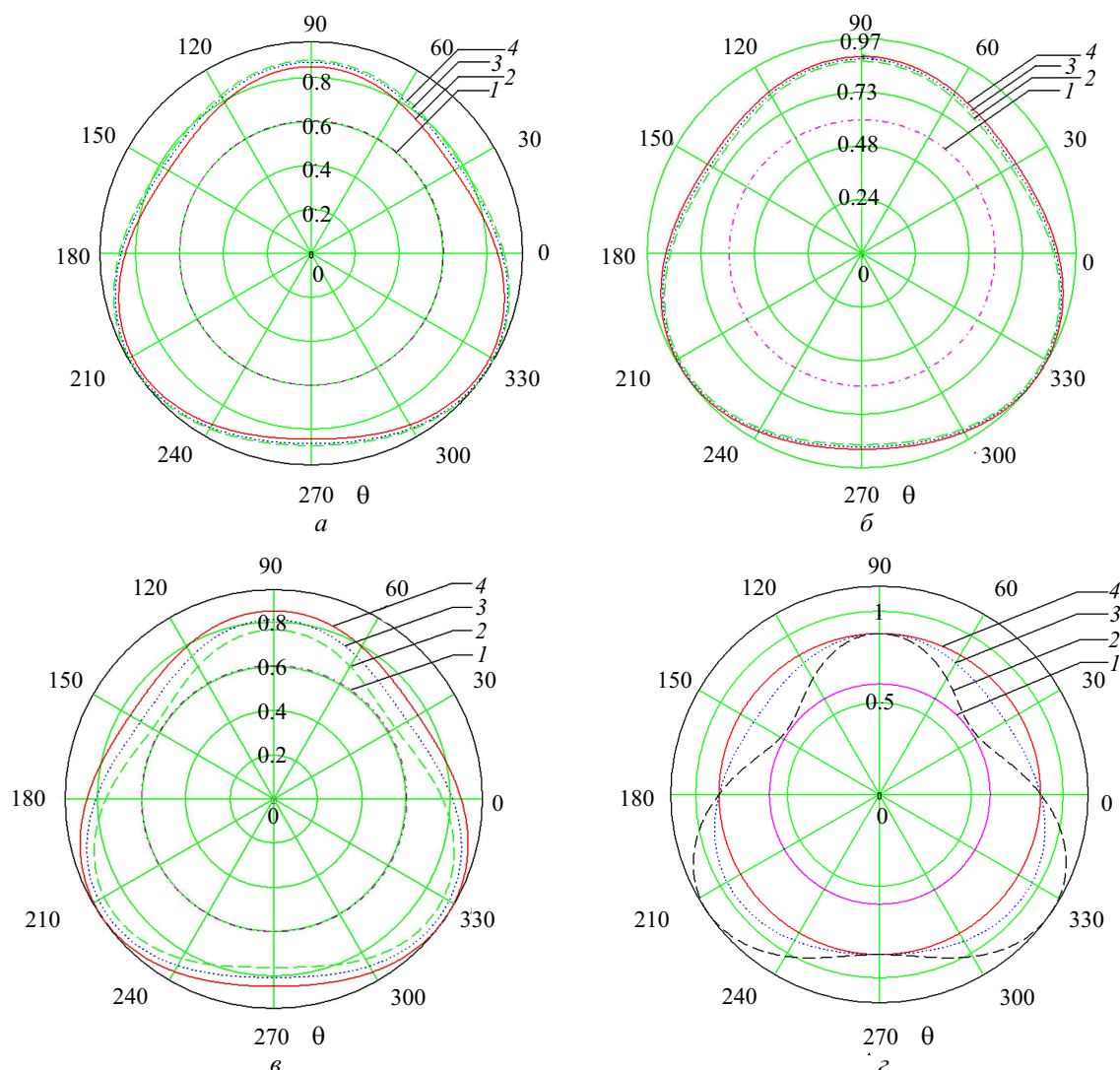


Рис. 2

Из анализа результатов численного эксперимента следует, что учет силы тяжести влияет на форму и размер упругопластической зоны (см. рис. 2, а–г), при этом отмечены следующие закономерности:

- с ростом времени упругопластическая граница увеличивается до определенного значения, которое соответствует упрочняющейся упругопластической среде (рис. 2, а) (имеет место ограниченная ползучесть);

- при увеличении коэффициента упрочнения с пластическая область сужается;

- с ростом коэффициента вязкости η пластическая зона уменьшается, в этом смысле можно говорить о стабилизирующей роли вязкости.

Таким образом, получено первое приближение (в одной итерации), поставленной задачи о напряженном состоянии толстостенных труб из упруговязкопластического материала, при учёте силы тяжести. Очевидно, что полагая в приведенных выше соотношениях $c = 0$, $\eta = 0$ и $t \rightarrow \infty$, приходим к результатам работы С.В. Матвеева [1], соответствующим идеально пластическому материалу. Если положить $c_1 = 0$ и $c_2 = 0$, то приходим к известным решениям А.Н. Спорыхина [2].

Библиографический список

1. Матвеев С. В. Упругопластическое состояние среды, ослабленной горизонтальной цилиндрической полостью, с учетом силы тяжести // Вестн. Самар. гос. ун-та. Естественнауч. сер. 2007. № 2(52). С. 107–114.
2. Спорыхин А. Н., Шашкин А. И. Устойчивость равновесия пространственных тел и задачи механики горных пород. М.: Физматлит, 2004. 232 с.
3. Ивлев Д. Д., Еришов Л. В. Метод возмущений в теории упругопластического тела. М.: Наука, 1978. 208 с.