

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Д. Виленский, Б. С. Петухов, Б. Е. Харин,  
Теплообмен и сопротивление в круглой трубе при  
ламинарном течении газа с переменными свой-  
ствами. I. Метод расчета, *ТВТ*, 1969, том 7, вы-  
пуск 5, 931–939

Использование Общероссийского математического портала Math-  
Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользователь-  
ским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.239.153.44

6 ноября 2024 г., 07:44:24



УДК 536.24.02:538.4:532.542.4

## ТЕПЛООБМЕН И СОПРОТИВЛЕНИЕ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ ПРИ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ ГАЗА С ПЕРЕМЕННЫМИ СВОЙСТВАМИ

### I. МЕТОД РАСЧЕТА

*В. Д. Виленский, В. С. Петухов, В. Е. Харин*

Численно решается система уравнения пограничного слоя, описывающая течение и теплообмен при движении в круглой трубе газа с переменными физическими свойствами. Задача решается для параболического и однородного профиля скорости на входе. Оценена точность полученных результатов в зависимости от шага в осевом направлении. На основании полученных решений проведена оценка применимости уравнений пограничного слоя для расчета гидродинамики и теплообмена внутри трубы. Указаны пределы применимости полученных результатов по числам  $Re_x$  и приведенным длинам. Даны примеры численного расчета для течения воздуха.

В последнее время сильно возрос интерес к вопросам гидродинамики и теплообмена при ламинарном движении газа в трубах. В значительной мере это связано с тенденцией к повышению уровня температур в теплообменных устройствах. В этом случае увеличение вязкости приводит к тому, что ламинарная форма движения часто реализуется на практике. При этом вследствие значительных перепадов температуры, существующих в потоках газа, оказывается невозможным использовать для расчета течения и теплообмена классические решения, основанные на допущении о постоянстве физических свойств газа.

Задача о течении и теплообмене в трубах при ламинарном движении газа с переменными свойствами изучалась в ряде работ [1—7]. Так, в [1—4] исследовались теплообмен и трение вдали от входа при полностью развитых профилях скорости и температуры.

В [5] рассчитаны теплообмен и сопротивление для воздуха при параболическом распределении скорости на входе и постоянных температуре стенки и плотности теплового потока на стенке. В [6] рассчитаны течение и теплообмен для гелия при однородном профиле скорости на входе и постоянной плотности теплового потока на стенке. В [7] изучались течение и теплообмен для сжимаемого газа (воздуха) в круглой трубе при заданной температуре стенки и при теплоизолированной стенке.

Как видно из приведенного краткого обзора, в настоящее время рассмотрены лишь немногие вопросы из широкого круга задач о ламинарном течении и теплообмене в трубах при переменных физических свойствах газа. В частности, почти не исследованы течение и теплообмен в гидродинамическом начальном участке, а также при переменных граничных условиях по длине. Расчеты течения и теплообмена для случаев  $T_c = \text{const}$  и  $q_c = \text{const}$  проведены в сравнительно узком диапазоне температурных напоров.

В связи с этим нами проведены систематические исследования ламинарных течений и теплообмена в трубах при переменных физических

свойствах газа. В настоящей работе излагается методика расчета и приводится пример расчета, в последующих будут сообщены результаты проведенных исследований.

**Основные уравнения.** Теплообмен и течение в круглой трубе жидкости или газа с переменными физическими свойствами при минимальных упрощающих допущениях можно описать в приближении пограничного слоя. Использование уравнений пограничного слоя для описания течения в трубах получило в последние годы широкое распространение.

В уравнениях энергии и движения в приближении пограничного слоя пренебрегают членами, выражающими молекулярный перенос тепла и количества движения в осевом направлении, и предполагают, что радиальный градиент давления мал по сравнению с осевым. Введение таких допущений не всегда оправдано, в особенности вблизи входа. Поэтому в каждом конкретном случае величина отброшенных членов должна быть оценена, и только после этого могут быть указаны пределы применимости полученных результатов.

Для осесимметричного течения жидкости или газа с переменными физическими свойствами в вертикальной круглой трубе уравнения пограничного слоя, записанные в безразмерной форме, имеют вид

$$\bar{\rho}\bar{u}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{x}} + \bar{\rho}\bar{v}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{r}} = \frac{d\bar{p}}{d\bar{x}} - \frac{1}{2}\frac{\text{Gr}_0}{\text{Re}_0}\text{Pr}_0\bar{\rho} + \frac{2\text{Pr}_0}{\bar{r}}\frac{\partial}{\partial\bar{r}}\left(\bar{r}\bar{\mu}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{r}}\right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\bar{u})}{\partial\bar{x}} + \frac{1}{\bar{r}}\frac{\partial}{\partial\bar{r}}(\bar{r}\bar{\rho}\bar{v}) = 0, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \bar{c}_p\bar{\rho}\bar{u}\frac{\partial\bar{T}}{\partial\bar{x}} + \bar{c}_p\bar{\rho}\bar{v}\frac{\partial\bar{T}}{\partial\bar{r}} &= \frac{2}{\bar{r}}\frac{\partial}{\partial\bar{r}}\left(\bar{r}\bar{\lambda}\frac{\partial\bar{T}}{\partial\bar{r}}\right) - \\ &- \text{Ek}_0\left[\bar{u}\frac{d\bar{p}}{d\bar{x}} - 2\text{Pr}_0\bar{\mu}\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{r}}\right)^2\right], \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\bar{u} = u/\bar{u}_0$ ,  $\bar{v} = v\text{Re}_0/\bar{u}_0$ ,  $\bar{p} = (p_0 - p)/\rho_0\bar{u}_0^2$ ,  $\bar{T} = T/T_0$ ,  $\bar{x} = x/r_0\text{Re}_0$ ,  $\bar{r} = r/r_0$ ,  $\bar{\rho} = \rho/\rho_0$ ,  $\bar{c}_p = c_p/c_{p0}$ ,  $\bar{\mu} = \mu/\mu_0$ ,  $\bar{\lambda} = \lambda/\lambda_0$ ,  $\text{Re}_0 = \text{Re}_0\text{Pr}_0$ ,

$$\text{Re}_0 = \frac{\bar{u}_0 d \rho_0}{\mu_0}, \quad \text{Pr}_0 = \frac{\mu_0 c_{p0}}{\lambda_0}, \quad \text{Gr}_0 = \frac{8g\rho_0^2 r_0^3}{\mu_0^2}, \quad \text{Ek}_0 = \frac{\bar{u}_0^2}{c_{p0} T_0}.$$

Зависимость физических свойств от температуры и давления считается известной.

Граничные условия полагаются следующими:

при  $\bar{x} = 0$ ,  $0 \leq \bar{r} \leq 1$

$$\bar{T} = 1, u_0 = 2(1 - \bar{r}^2) \text{ или } \bar{u}_0 = 1;$$

при  $\bar{x} > 0$  и  $\bar{r} = 1$

$$\bar{T}_c = f(\bar{x}) \text{ или } \partial\bar{T}/\partial\bar{r} = f(\bar{x}), \bar{u} = 0, \bar{v} = 0; \quad (4)$$

при  $\bar{x} > 0$  и  $\bar{r} = 0$

$$\partial\bar{T}/\partial\bar{r} = 0, \partial\bar{u}/\partial\bar{r} = 0, \bar{v} = 0.$$

К системе уравнений (1) — (3) следует добавить уравнение для определения продольного градиента давления. В случае течения в трубе оно может быть получено интегрированием уравнения (2) по радиусу с использованием граничных условий (4)

$$\int_0^1 \bar{\rho}\bar{u}\bar{r} d\bar{r} = \text{const.} \quad (5)$$

**Метод расчета.** Для численного решения уравнений пограничного слоя весьма эффективными оказались неявные разностные схемы, которые имеют значительные преимущества по сравнению с явными схемами.

Хотя явные разностные схемы более просты, применение их к решению задач подобного рода затруднительно из-за требований, налагаемых условиями устойчивости на максимально допустимую величину шага в осевом направлении. Неявные разностные схемы позволяют выбирать величину осевого шага только из соображений точности получаемого решения.

По-видимому, впервые неявные разностные схемы для решения уравнений пограничного слоя были использованы в работах [8—10] и наиболее подробно описаны в [10].

Для разностной аппроксимации системы уравнений (1) — (3), (5) с граничными условиями (4) на плоскости вводится основная прямоугольная сетка, состоящая из точек с координатами  $\tilde{x} = j\Delta x$  и  $\tilde{r} = i\Delta r$  ( $i, j = 0, 1, 2, \dots$ ), и вспомогательная сетка из точек с координатами

$$\tilde{x} = j\Delta x, \quad \tilde{r} = \left(i + \frac{1}{2}\right)\Delta r,$$

$$\tilde{x} = \left(j + \frac{1}{2}\right)\Delta x, \quad \tilde{r} = i\Delta r.$$

В целых точках основной сетки вычисляются значения функций, удовлетворяющих уравнениям (1), (3), в «полудельных» точках вспомогательной сетки вычисляются значения коэффициентов.

Дифференциальные уравнения (1), (3) аппроксимируются с помощью двухслойной неявной шеститочечной разностной схемы. Уравнение неразрывности (2) аппроксимируется по простейшей четырехточечной схеме. Значения  $\tilde{p}\tilde{v}$  относятся при этом к полудельным слоям по  $\tilde{x}$ ,

Граничные условия на оси трубы для уравнений (1), (3) аппроксимируются разностными соотношениями так, чтобы погрешность аппроксимации составляла  $O(\Delta x) + O(\Delta r^2)$  [11].

Граничные условия на стенке для уравнения движения и условия первого рода для уравнения энергии выражаются точно. Граничные условия второго рода аппроксимируются по трехточечной разностной формуле с погрешностью  $O(\Delta x) + O(\Delta r^2)$ .

Система разностных уравнений движения, энергии и неразрывности решается последовательно. Вначале методом прогонки [12] решается уравнение энергии. После того как найдено первое приближение распределения температуры по радиусу, ищется решение уравнения движения в виде [13]

$$\tilde{u}_i^{j+1} = w_i^{j+1} + z_i^{j+1} (d\tilde{p}/d\tilde{x})^{j+1}. \quad (6)$$

Величины  $w_i^{j+1}$  и  $z_i^{j+1}$  удовлетворяют уравнениям, получающимся из разностного уравнения движения после подстановки в него (6); при этом уравнение движения расщепляется на два и из уравнения для  $z^{j+1}$  исключается  $d\tilde{p}/d\tilde{x}$ . На стенке граничные условия для  $w$  и  $z$  нулевые. Условия на оси трубы можно получить, если подставить (6) в разностную аппроксимацию условия  $(\partial\tilde{u}/\partial\tilde{r})_{r=0} = 0$  и расщепить его на уравнения для  $w_0^{j+1}$  и  $z_0^{j+1}$ .

Система уравнений для  $w_i^{j+1}$  и  $z_i^{j+1}$  решается методом прогонки.

После того как найдены  $w_i^{j+1}$  и  $z_i^{j+1}$  градиент давления определяется из соотношения

$$\frac{d\tilde{p}}{d\tilde{x}} = \left( \text{const} - \int_0^1 \tilde{p}w\tilde{r} d\tilde{r} \right) / \int_0^1 \tilde{p}z\tilde{r} d\tilde{r}, \quad (7)$$

Таблица 1

$$T_c = 4, u_0 = 2(1 - r^2), x = 0,25 \cdot 10^{-4}$$

ε	u					T̄					Nu <sub>ж</sub>	q̄ <sub>c</sub>	ξRe <sub>ж</sub>	dρ̄/dx̄	n
	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4					
	0,01	0	0,096398	0,18513	0,26562	0,33736	4,0000	3,7858	3,5570	3,3143					
0,002	0	0,096186	0,18458	0,26463	0,33589	4,0000	3,7848	3,5551	3,3112	3,0561	31,996	49,699	301,50	313,50	8

Примечание. Значения скорости и температуры даны для точек у стенки, n — число итераций.

полученного из (5) и (6). Затем по (6) рассчитывается распределение осевой скорости по r. Наконец, из уравнения неразрывности (2) рассчитывается  $(\rho \tilde{v})_i$  в полуцелых точках сетки.

Для определения неизвестных на слое  $(j + 1)$  нужно знать коэффициенты, которые сами зависят от искомым величин. Это затруднение преодолевается с помощью итераций.

Результаты расчета теплоотдачи выражались в виде чисел Нуссельта:

$$Nu_{ж} = 2\tilde{q}_c / \tilde{\lambda}_{ж}(T_c - T_{ж}), \quad (8)$$

где

$$\tilde{q}_c = \tilde{\lambda}_c (\partial T / \partial r)_{r=1}. \quad (9)$$

Среднемассовая температура  $T_{ж}$  определялась по среднемассовой энтальпии

$$H_{ж} = \int_0^1 \rho \tilde{u} H \tilde{r} d\tilde{r} / \int_0^1 \rho \tilde{u} \tilde{r} d\tilde{r}. \quad (10)$$

Коэффициент сопротивления трения вычислялся по уравнению

$$\xi = 8\tau_{c\rho_{ж}} / (\overline{\rho u})^2, \quad (11)$$

или, переходя к безразмерным величинам,

$$\xi Re_{ж} = 16\tilde{\tau}_c \tilde{\rho}_{ж} / \overline{\rho u}_{ж}, \quad (12)$$

где

$$Re_{ж} = \overline{\rho u} \rho_{ж} / \mu_{ж}, \quad \tilde{\tau}_c = -\tilde{\mu}_c (\partial \tilde{u} / \partial \tilde{r})_{\tilde{r}=1}. \quad (13)$$

**Численные результаты и границы их применимости.** Численные расчеты были проведены для воздуха. Значения чисел  $Ek_0$ ,  $Gr_0/Re_0$  полагались равными нулю, т. е. сжимаемостью, вязкой диссипацией и свободной конвекцией пренебрегали. Воздух рассматривался как идеальный двухатомный газ, коэффициенты переноса и теплоемкость полагались независимыми от давления. Зависимость коэффициентов переноса от температуры аппроксимировалась степенными соотношениями с показателями степени, зависящими от температуры. Теплоемкость аппроксимировалась линейной функцией от температуры.

До проведения основных расчетов были проведены методические расчеты с целью определения необходимого числа итераций при решении системы уравнений (1) — (3), а также выбора шага и оценки точности получаемых решений.

Условие окончания итераций в каждом сечении задавалось по сходимости  $d\tilde{p}/d\tilde{x}$ . Такое условие определения конца итераций оправдано способом вычисления  $d\tilde{p}/d\tilde{x}$  и обеспечивает автоматическое увеличение числа итераций в области, где продольные градиенты температуры и скорости велики, или в тех сечениях, где происходит увеличение шага  $\Delta x_0$ . В наших расче-

тах полагалось

$$\{|d\tilde{p}^{(s)}/d\tilde{x} - d\tilde{p}^{(s-1)}/d\tilde{x}\} / |d\tilde{p}^{(s)}/d\tilde{x}| < \varepsilon = 0,01.$$

Для сравнения были проведены расчеты при  $\varepsilon = 0,002$ . Результаты расчетов, приведенные в табл. 1, показывают, что увеличение числа итераций с 4 до 8 изменяет профили скорости и температуры в третьем — четвертом знаках. Наиболее заметно изменяется  $\rho v$ , значения  $Nu_{ж}$ ,  $\tilde{T}_c$ ,  $\xi Re_{ж}$  изменяются незначительно. В наших расчетах число итераций в начальных сечениях менялось от 6—8 для больших тепловых нагрузок до

Таблица 2  
 $\tilde{q}_0 = 10$ ,  $\tilde{u}_0 = 2(1 - \tilde{r}^2)$ ,  $\tilde{x} = 0,001$

$\Delta x_0$	$1,25 \cdot 10^{-4}$	$0,625 \cdot 10^{-4}$	$0,3125 \cdot 10^{-4}$	$0,15625 \cdot 10^{-4}$
$Nu_{ж}$	18,552	18,449	18,422	18,460
$\tilde{T}_c$	2,0822	2,0880	2,0895	2,0873
$\xi Re_{ж}$	138,38	138,75	138,72	138,49
$d\tilde{p}/d\tilde{x}$	80,100	80,701	80,414	79,903
Число шагов	8	12	24	48

Примечание. В табл. 2 и 3 во всех вариантах, кроме первого, начальный шаг удваивался при  $x = 0,0005$ .

2—3 при малых. При  $\varepsilon = 0,01$  профили скорости  $\tilde{u}$  и температуры для последних итераций отличались в третьем — четвертом знаке, при  $\varepsilon = 0,002$  в пятом — шестом знаке. Число итераций быстро уменьшалось с ростом  $\tilde{x}$  и в области малых градиентов скорости и температуры снижалось до 1. Исключение составляли варианты с охлаждением при больших температурных перепадах.

Для выбора начального шага  $\Delta x_0$  были проведены расчеты при различных  $\Delta x_0$  и различных граничных условиях при  $\tilde{x} = 0$ .

Результаты расчета для параболического профиля на входе представлены в табл. 2; удовлетворительные результаты при  $\tilde{x} = 0,001$  дает начальный шаг  $\Delta x_0 = 0,625 \cdot 10^{-4}$ . Отклонение результатов расчета при этом шаге от результатов при минимальном шаге  $\Delta x_0 = 0,15625 \cdot 10^{-4}$  порядка 0,1%. Для вариантов с  $T_c = \text{const}$  отклонение результатов при тех же условиях порядка 1%. Для  $\tilde{x} = 0,002$  различие в результатах еще меньше даже при  $\Delta x_0 = 1,25 \cdot 10^{-4}$ .

Результаты расчета при однородном профиле скорости на входе более чувствительны к выбору начального шага. Однако и здесь влияние  $\Delta x_0$  на результаты расчета чисел  $Nu_{ж}$  и  $\xi Re_{ж}$  уменьшается с ростом  $\tilde{x}$ . Чтобы уменьшить влияние начального шага на результаты вблизи входа, в качестве исходного профиля скорости задавался профиль скорости из решения задачи Блазиуса. При этом профиль Блазиуса модифицировался, чтобы расход был таким же, как и при равномерном профиле скорости на входе. Степень отклонения профиля Блазиуса от равномерного подбиралась такой, чтобы результаты при  $\tilde{x} = 0,001$  мало отличались от решения при однородном профиле скорости на входе. Указанное задание исходного профиля скорости имеет ряд преимуществ: оно больше отвечает реальному распределению скорости на входе в трубу и позволяет проследить влияние исходного профиля скорости на теплоотдачу и сопротивление.

При граничных условиях первого рода по тем же причинам в качестве исходного выбирался профиль температуры из решения Польгаузена, который при  $Pr_0 \sim 1$  близок к профилю Блазиуса [14]. Такое задание исходного профиля температуры позволяло избежать разрывности тепловых граничных условий на начальном участке теплообмена.

Результаты методических расчетов при однородном профиле скорости на входе приведены в табл. 3; в этом случае удовлетворительные результаты для вариантов с  $T_c = \text{const}$  при  $\tilde{x} = 0,001$  дает начальный шаг  $\Delta x_0 = 0,3125 \cdot 10^{-4}$ . Отклонение результатов расчета при этом шаге от соответствующих результатов при минимальном шаге  $\Delta x_0 = 0,15625 \cdot 10^{-4}$  порядка 1%; в случае  $q_c = \text{const}$  эти отклонения меньше 1%. Для  $\tilde{x} = 0,002$  различие в результатах при шаге  $\Delta x_0 = 0,3125 \cdot 10^{-4}$  и при шаге  $\Delta x_0 = 0,15625 \cdot 10^{-4}$  значительно меньше и составляет 0,1–0,5%.

Таблица 3

$\tilde{T}_c = 7$ ,  $\tilde{u}_0$  — по Блазиусу,  $\tilde{T}_0$  — по Польгаузену,  $\tilde{x} = 0,001$ ,  $\tilde{T}_{0ж} = 1,0677$

$\Delta x_0$	$1,25 \cdot 10^{-4}$	$1,25 \cdot 10^{-4}$	$0,625 \cdot 10^{-4}$	$0,3125 \cdot 10^{-4}$	$0,15625 \cdot 10^{-4}$
$Nu_{ж}$	12,810	13,022	13,144	13,327	13,420
$\tilde{q}_c$	55,727	56,613	56,262	56,613	56,742
$\xi Re_{ж}$	341,81	344,83	357,79	362,00	365,64
$d\tilde{p}/d\tilde{x}$	463,64	475,23	475,07	459,32	453,47
Число шагов	8	6	12	24	48

Решение начиналось при  $\tilde{x} = 0$  с 80 узловых точек по радиусу трубы при заданном начальном шаге  $\Delta x_0$ . При проведении систематических расчетов конкретных задач в нескольких наперед заданных сечениях шаг удваивался, а число точек по радиусу уменьшалось вдвое, до 20 в конце счета.

Как указывалось выше, применение уравнений пограничного слоя к задаче о теплообмене и течении в трубе не всегда очевидно. Заключение о пределах применимости решений может быть сделано только после оценки допущений, которые приводят полную систему уравнений движения и энергии к уравнениям пограничного слоя. Это в первую очередь допущение о малости радиального градиента давления и затем пренебрежение молекулярным переносом тепла и количества движения в осевом направлении по сравнению с конвективным переносом. Оценку принятых допущений можно провести на основании решений, полученных из уравнений пограничного слоя.

Для радиального градиента давления из уравнений Навье-Стокса получается выражение

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{r}} = \frac{1}{Re_0^2} \left[ \tilde{\rho} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{\rho} \tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{r}} - \frac{4Pr_0}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left( \tilde{r} \tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{r}} \right) - 2Pr_0 \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left( \tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{r}} \right) \right]. \quad (14)$$

В этом выражении член  $\frac{2Pr_0}{Re_0^4} \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left( \tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{x}} \right)$  ввиду его малости опущен.

Относительные величины молекулярного переноса вдоль оси определяются соотношениями

$$\frac{2Pr_0}{Re_0^2} \left| \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left( \tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} \right) \right|_{\text{макс}} \cdot \left( \left| \tilde{\rho} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} \right|_{\text{макс}} \right)^{-1}, \quad (15)$$

$$\frac{2}{Re_0^2} \left| \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left( \tilde{\lambda} \frac{\partial T}{\partial \tilde{x}} \right) \right|_{\text{макс}} \cdot \left( \left| \tilde{c}_p \tilde{\rho} \tilde{u} \frac{\partial T}{\partial \tilde{x}} \right|_{\text{макс}} \right)^{-1}. \quad (16)$$

Для некоторых вариантов были проведены оценки величин, определяемых выражениями (14) — (16). Результаты представлены в табл. 4; как видно из таблицы, для  $\tilde{x} = 0,001$  при  $Re_0 = 700$  в вариантах с параболическим и однородным профилями скорости на входе все допущения, принятые в уравнениях пограничного слоя, хорошо выполняются. Относительная величина молекулярного переноса количества движения вдоль

оси  $x$  составляет примерно 1%, относительная величина молекулярного переноса тепла — 0,2%, а радиальный градиент давления пренебрежимо мал по сравнению с осевым.

Таблица 4

$$\tilde{x} = 0,001$$

	$\tilde{u}_0 = 2(1 - \tilde{r}^2)$		$\tilde{u}_0$ — по Блазиусу	
	$\tilde{T}_c = 6$	$\tilde{q}_c = 10$	$\tilde{T}_c = 7$	$\tilde{q}_c = 10$
$\frac{\partial \tilde{p} / \partial \tilde{r}}{\partial \tilde{p} / \partial \tilde{x}}$	15,6	17,5	8,4	10,4
	$\text{Pe}_0^3$	$\text{Pe}_0^3$	$\text{Pe}_0^3$	$\text{Pe}_0^3$
(15)	$0,430 \cdot 10^3$	$0,515 \cdot 10^4$	$0,500 \cdot 10^4$	$0,215 \cdot 10^4$
(16)	$0,525 \cdot 10^3$	$0,120 \cdot 10^4$	$0,900 \cdot 10^3$	$0,760 \cdot 10^3$
	$\text{Pe}_0^3$	$\text{Pe}_0^3$	$\text{Pe}_0^3$	$\text{Pe}_0^3$

Исходя из этих результатов можно определить минимальное значение числа Пекле  $\text{Re}_x$ , начиная с которого справедливы данные оценки.  $\text{Re}_x$  определяется из соотношения

$$\tilde{x} = 2\text{Re}_x / \text{Pe}_0^2.$$

Для  $\text{Re}_0 = 700$ ,  $\text{Re}_x = 250$ , при этом значения приведенной длины  $x/d$ , начиная с которой можно применять полученные результаты, изменяются в зависимости от  $\text{Re}_0$  от 0,125 при  $\text{Re}_0 = 2000$  до 2,5 при  $\text{Re}_0 = 100$ .

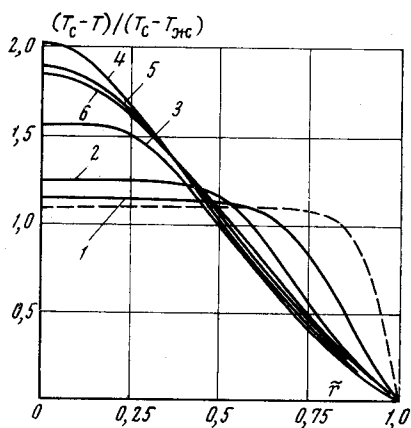


Рис. 1. Профили температуры (пунктир — постоянные свойства):

1 —  $\alpha - x = 0,001$ ; 2 — 0,004; 3 — 0,015; 4 — 0,050; 5 — 0,080; 6 — 0,1

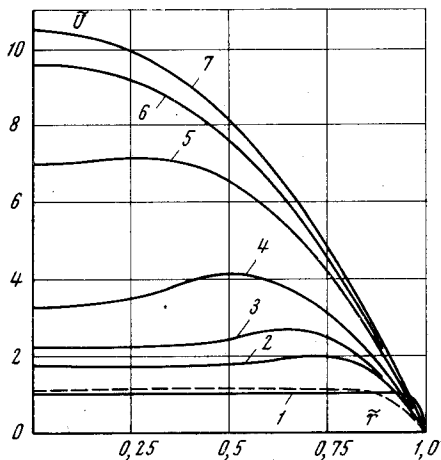


Рис. 2. Профили скорости (пунктир — постоянные свойства):

1 —  $\alpha - x = 0$ ; 2 — 0,004; 3 — 0,004; 4 — 0,015; 5 — 0,05; 6 — 0,08; 7 — 0,1

Следует отметить, что данные оценки справедливы только для двухатомных газов, свойства которых подобны свойствам воздуха. Для веществ с сильным и своеобразным изменением физических свойств в зависимости от температуры, например диссоциирующих газов, граница применимости уравнений пограничного слоя должна определяться заново.

**Пример расчета.** В качестве примера решения, полученного с использованием описанной методики, приводятся результаты расчета теплоотдачи и коэффициентов сопротивления для воздуха при нагревании.



В данном расчете  $T_c = 6$  ( $T_c = 1640^\circ \text{K}$ ), профиль скорости на входе однородный,  $Ek_0 = 0$ ,  $Gr_0 = 0$ .

На рис. 1 показаны профили температуры в различных сечениях. Для сравнения ( $\tilde{x} = 0,001$ ) дан профиль температуры при постоянных свойствах. Как видно из рисунка, градиент температуры у стенки в случае постоянных свойств значительно больше, чем при переменных свойствах.

На рис. 2, 3 показано развитие профилей скорости  $\tilde{u}$  и массовой скорости  $\tilde{\rho}\tilde{u}$  по длине трубы. Интересно отметить, что в случае переменных свойств профиль скорости имеет максимум вблизи стенки, и градиенты скорости при этом больше, чем в случае течения с постоянными свойствами. Такой характер изменения скорости вблизи входа можно объяснить изменением плотности газа по сечению трубы.

На рис. 4 представлены профили радиальной составляющей скорости

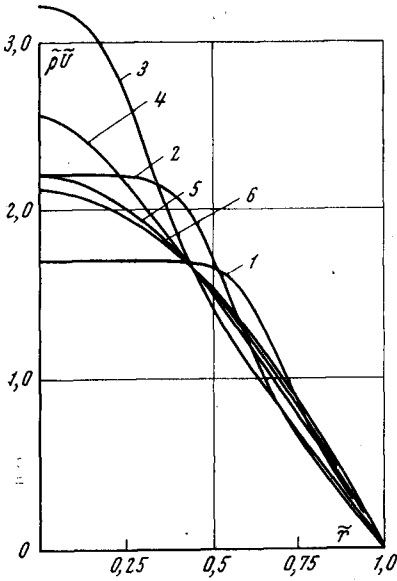


Рис. 3

Рис. 3. Профили массовой скорости. Обозначения см. рис. 1

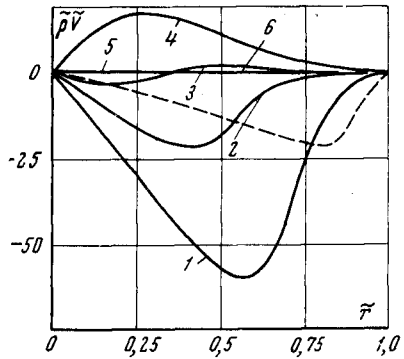


Рис. 4

Рис. 4. Профили радиальной составляющей скорости (пунктир — постоянные свойства). Обозначения см. рис. 1

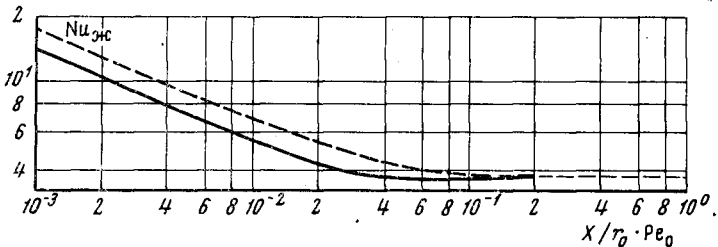


Рис. 5. Местные значения чисел Нуссельта (пунктир — постоянные свойства)

рости. Эта составляющая вблизи входа направлена от стенки. С ростом  $\tilde{x}$  она меняет направление и довольно быстро уменьшается. При  $\tilde{x} = 0,08$  она близка к нулю.

На рис. 5 показано изменение местных значений числа Нуссельта по длине трубы. Значения числа Нуссельта лежат ниже значений при постоянных свойствах, однако отклонение от решения для постоянных свойств невелико — около 25% и сохраняется почти неизменным на участке тепловой стабилизации. Снижение  $Nu_{ж}$  можно объяснить дополнительной (по сравнению со случаем постоянных свойств) перестройкой

профиля температуры за счет изменения свойств. На радиальную составляющую скорости, вызванную перестройкой однородного профиля, накладывается радиальный поток от стенки, возникающий из-за изменения плотности по  $r$ . При этом поле температуры у стенки выравнивается быстрее и градиенты температуры на стенке уменьшаются сильнее, чем перепад  $T_c - T_{ж}$ .

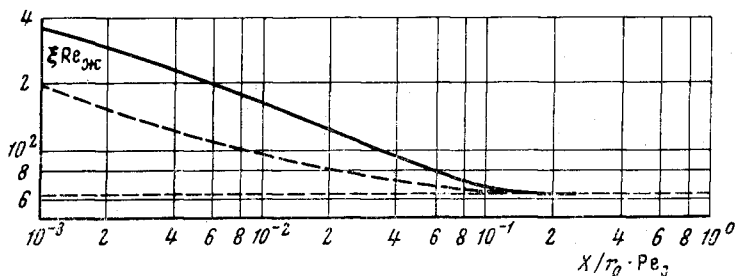


Рис. 6. Коэффициент сопротивления трения (пунктир — постоянные свойства)

На рис. 6 представлены данные для местных значений коэффициента сопротивления трения. Из рисунка видно, что влияние переменных свойств на коэффициент сопротивления трения значительно больше, чем на теплоотдачу. Отклонение от кривой при постоянных свойствах достигает 90%. Такое значительное отклонение объясняется тем, что изменение вязкости и изменение плотности у стенки приводят к значительному росту градиента скорости у стенки.

#### ОБОЗНАЧЕНИЯ

$x$  — осевая координата, ось  $x$  направлена вверх;  $r$  — радиальная координата;  $r_0$  — радиус трубы;  $d$  — диаметр трубы;  $u$  — осевая составляющая скорости;  $v$  — радиальная составляющая скорости;  $\bar{u}$  — средняя скорость;  $T$  — абсолютная температура;  $h$  — энтальпия;  $H = (h - h_0) / c_{p0} T_0$  — безразмерная энтальпия;  $p$  — давление;  $q_c$  — тепловой поток на стенке;  $\bar{q}_c = r_0 q_c / \lambda_0 T_0$  — безразмерный тепловой поток;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $\rho$  — плотность;  $\mu$  — коэффициент динамической вязкости;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $c_p$  — удельная теплоемкость;  $i$  — индекс, определяющий точку в радиальном направлении;  $j$  — индекс, определяющий точку в осевом направлении;  $0$  — индекс, соответствующий входу в трубу;  $c, ж$  — индексы, определяющие соответствующие величины при температуре стенки и среднемассовой температуре.

Институт высоких температур  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
23 IV 1969

#### ЛИТЕРАТУРА

1. R. G. Deissler. NASA. Techn. Note 2410, July, 1951.
2. Б. С. Петухов, В. Н. Попов. Теплофизика высоких температур, 1, № 2, 1963.
3. D. Bradley. Intern. J. Heat Mass Transfer, 8, № 4, 1965.
4. Давенпорт, Лепперт. Теплопередача, № 2, 36, 1965.
5. P. M. Wörse-Schmidt, G. Leppert. Intern. J. Heat Mass Transfer, 8, № 10, 1965; 9, № 11, 1966.
6. R. G. Deissler, A. F. Presler. Third Intern. Heat Transfer Conference, Chicago, papers 1—40, 1, 1966.
7. А. П. Быркин, И. М. Межиров. Изв. АН СССР, МЖТ, № 6, 1967.
8. D. C. F. Leigh. Proc. Cambridge Philos. Soc., 51, 320, 1955.
9. R. F. Kramer, H. M. Lieverstein. JAS, № 8, 1959.
10. И. Ю. Браиловская, Л. А. Чудов. Сб. ВЦ МГУ, 1962.
11. А. А. Самарский. Ж. вычисл. матем. и матем. физики, 2, № 1, 1962.
12. И. С. Березин, Н. П. Жидков. Методы вычислений, 2. Физматгиз, 1962.
13. Л. М. Симуни. Инж.-физ. ж., 10, № 1, 1966.
14. Л. Г. Лойцянский. Ламинарный пограничный слой. Физматгиз, 1962.