

# Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

N. P. Isakova, S. A. Medin, Subsonic Flow in the Channel of a Diagonal MHD Generator, *TVT*, 1980, Volume 18, Issue 6, 1279–1287

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.88

February 9, 2025, 15:23:57



УДК 621.313.12:538.4

## ДОЗВУКОВОЕ ТЕЧЕНИЕ В КАНАЛЕ МГД-ГЕНЕРАТОРА ДИАГОНАЛЬНОГО ТИПА

*Исакова Н. П., Медин С. А.*

Численно исследуются локальные и интегральные характеристики плоского дозвукового течения в канале МГД-генератора с диагональным соединением электродов. Показано, что степень неоднородности распределения параметров зависит от режима электрического нагружения канала, причем наибольшее отклонение от однородного течения наблюдается на режимах холостого хода и короткого замыкания. Проведено сравнение с каналом фарадеевского типа по основным интегральным характеристикам. Результаты двумерного анализа сопоставляются с данными, полученными на основе одномерной модели течения.

Одним из этапов общего анализа пространственной картины распределения электродинамических параметров и параметров потока в канале МГД-генератора являются исследования, проводимые в рамках двумерной модели течения. Определенные достижения в этом направлении были получены при рассмотрении течения в невязком ядре потока при использовании численных методов решения системы МГД-уравнений. Проведенные исследования [1-4] позволили установить особенности взаимодействия электродинамических и газодинамических полей, а также определить влияние пространственных эффектов на выходные (интегральные) характеристики МГД-каналов фарадеевского типа со сплошными и идеально секционированными электродами как для сверхзвуковых, так и дозвуковых режимов течения.

В последнее время особую актуальность имеют разработки каналов с диагональным соединением электродов, что связано со значительными конструктивными преимуществами таких каналов по сравнению с каналами фарадеевского типа. Численное решение краевой задачи, описывающей распределение электродинамических параметров в канале диагонального типа, было получено в [5, 6]. При этом предполагалось, что параметры потока фиксированы и не зависят от режима работы канала. В данной работе приводятся результаты по численному исследованию характеристик диагонального канала с учетом взаимного влияния электромагнитных полей и параметров течения. Исследования выполнены для дозвуковых режимов течения на основе решения полной системы уравнений магнитной гидродинамики. Для сравнительной оценки характеристик дозвуковых каналов с различными схемами соединения электродов в работе используются некоторые данные из [4].

1. Рассматривается плоский канал постоянной высоты  $h$ , по которому движется анизотропно-проводящий идеальный газ в заданном внешнем магнитном поле  $\mathbf{B} = \{0, 0, B(x)\}$ . Влияние индуцированных магнитных полей считается пренебрежимо малым. Вязкость и теплопроводность не учитываются. При этих условиях течение газа описывается системой уравнений

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}u) = -\frac{\partial p}{\partial x} + (\mathbf{j} \times \mathbf{B})_x, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}v) = -\frac{\partial p}{\partial y} + (\mathbf{j} \times \mathbf{B})_y, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho(\varepsilon + V^2/2)}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\rho \mathbf{V}\left(i + \frac{V^2}{2}\right)\right) = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}, \quad (4)$$

$$\varepsilon = \varepsilon(p, \rho), \quad i = i(p, \rho) = \varepsilon(p, \rho) + p/\rho. \quad (5)$$

Здесь  $\varepsilon$  и  $i$  — внутренняя энергия и энтальпия единицы массы. Распределения плотности тока  $\mathbf{j}$  и напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  находятся в результате решения электродинамических уравнений

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0, \quad (6)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad (7)$$

$$\mathbf{j} + \mathbf{j} \times \beta = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}), \quad (8)$$

$$\sigma = \sigma(p, T), \quad \beta = \beta(p, T) \mathbf{B}/B. \quad (9)$$

Распределение магнитной индукции имеет вид, представленный на рис. 1. На участке  $AB$  индукция постоянна и равна  $B_0$ , вне этого участка спадает по закону  $\exp(-2\xi/h)$ , где  $\xi$  — расстояние от точек  $A$  и  $B$ . На

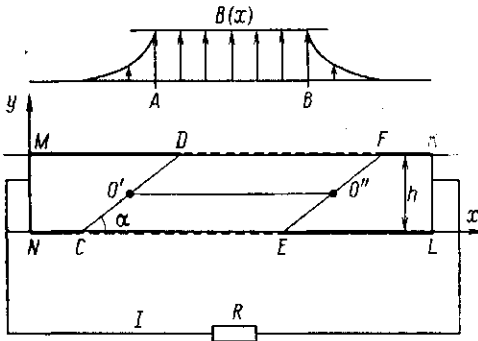


Рис. 1. Расчетная схема МГД-канала диагонального типа

рис. 1 изображена схема канала, на которой участки стенок  $MD$ ,  $NC$ ,  $FK$ ,  $EL$  являются сплошными электродами, попарно соединенными накоротко, а участки  $DF$  и  $CE$  представляют собой короткозамкнутые под углом  $\alpha$  идеально секционированные электроды. Длина секционированной части канала отвечает расстоянию между точками  $O'$  и  $O''$  на средней линии канала, в которых величина магнитной индукции составляет  $0,4B_0$ . Угол коммутации  $\alpha$ , постоянный по всей длине участка  $O'O''$ , может быть изменен, причем его изменение соответствует повороту прямых  $CD$  и  $EF$  вокруг точек  $O'$  и  $O''$ . При этом длины сплошных электродов меняются, а длина секционированной части остается постоянной.

Граничные условия для электродинамической части задачи (уравнения (6)–(8)) записываются для функции тока  $\psi$  и потенциала  $\varphi$  в виде

$$\psi = \text{const}, \quad y \in NM, KL,$$

$$\varphi = \text{const}, \quad x \in MD, NC, FK, EL,$$

(10)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial x}(x, 0) &= \frac{\partial \psi}{\partial x}(x+h \operatorname{ctg} \alpha, h) \\ \varphi(x, 0) &= \varphi(x+h \operatorname{ctg} \alpha, h) \end{aligned} \right\} x \in CE.$$

В соответствии с граничными условиями (10) энергосъем осуществляется с концевых пар сплошных электродов. Степень электрического нагружения канала определяется полным током  $I$ , протекающим во внешней нагрузке

$$I = \int_{CNMD} j_y dx = \int_{NC} j_y(x, 0) dx - \int_{MD} j_y(x, h) dx.$$

Так же, как в [4], в данной работе исследуются дозвуковые режимы течения с заданными полдой энтальпией  $i_{01}$  на входе в канал и давлением  $p_2$  на выходе. Расход газа  $m$  остается постоянным для всех режимов электрического нагружения канала и равным  $m_0$ .

Границы канала  $NM$  и  $LK$  выбраны так, что на них выполняются условия:  $V \cong 0$ ,  $j \cong 0$ . Поэтому границы расчетной области, на которой можно сформулировать чисто газодинамические условия для решения системы (1)–(4), совмещены с границами прямоугольника  $NMKL$ . В противном случае следовало бы рассматривать течение и на участках канала, примыкающих слева к  $NM$  и справа к  $LK$ .

Указанные условия записываются в виде

$$\left. \begin{aligned} i_0 = i(p, \rho) + u^2/2 = i_{01} \\ S(p, \rho) = S_1 \\ v = 0 \end{aligned} \right\} y \in NM,$$

$$v = 0, \quad x \in MK, NL, \quad p = p_2, \quad y \in LK.$$

Здесь  $S(p, \rho)$  – любая функция энтропии. В данном случае в качестве такой функции используется отношение  $p/\rho^\kappa$ , где  $\kappa$  – показатель адиабаты;  $i_{01}$ ,  $S_1$  – заданные константы, определяющие полную энтальпию и энтропию набегающего потока, причем  $S_1$  меняется при изменении режима электрического нагружения и подбирается с тем условием, что расход  $m$  должен быть равен заданному  $m_0$ .

При интегрировании системы уравнений (1)–(9) использовались безразмерные величины. В качестве масштабов измерения были выбраны: для линейных размеров  $h_* = h$ ; скорости  $u_* = \sqrt{(\kappa - 1)i_{01}/\kappa}$ ; плотности  $\rho_* = m_0/u_* h_*$ ; времени  $t_* = h_*/u_*$ ; давления  $p_* = \rho_* u_*^2$ ; энтальпии газа  $i_* = u_*^2$ ; температуры  $T_* = u_*^2/R_{уд}$  ( $R_{уд}$  – удельная газовая постоянная); плотности электрического тока  $j_* = \sigma_* u_* B_*$ ; электрического поля  $E_* = u_* B_*$ .  $B_*$  определялось максимальной величиной магнитной индукции, а  $\sigma_* = \sigma(p_*, T_*)$ .

Стационарное течение, отвечающее каждому режиму электрического нагружения, определялось как асимптотическое по времени  $t$  решение нестационарных уравнений (1)–(4), которое с помощью итераций включало соответствующее решение уравнений электродинамики (6)–(8).

Так же, как в [4], численное интегрирование системы (1)–(4) проводилось по схеме [7], а система уравнений (6)–(8) по схеме [8], модифицированной на случай расчета с граничными условиями (10) А. П. Лихачевым (ИВТАН).

2. Все основные параметры, определяющие течение в канале, задавались такими же, что и в [4]. Однако для удобства чтения напомним, что  $h = 1$  м;  $t_{01} = 6,6 \cdot 10^8$  Дж/кг;  $m_0 = 100$  кг/с;  $p_2 = 0,1$  МПа;  $\kappa = 1,15$ ;  $R_{уд} = 3,08 \cdot 10^2$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>·К;  $B_0 = 2$ Т; протяженность зоны постоянного магнитного поля составляла  $3h$ ; длина всего канала  $7h$ .

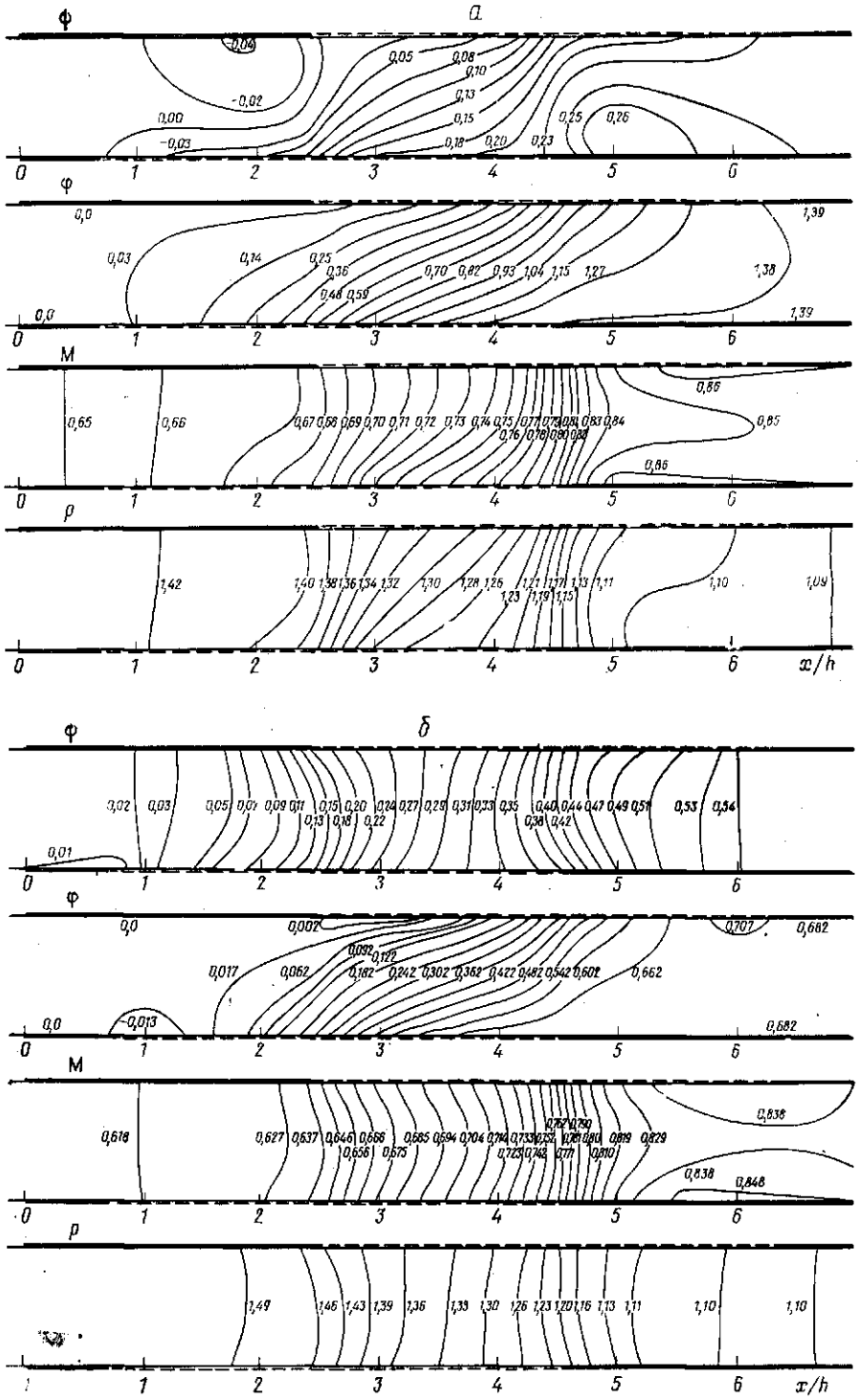
Кроме того, укажем, что расчет проводимости  $\sigma$  и параметра Холла проводился по формулам

$$\sigma = \lambda T^{0,75} p^{-0,5} \exp(-J/T), \quad \beta = \xi T^{-0,5} p^{-1} B,$$

где константы  $\lambda$ ,  $J$  и  $\xi$  подбирались на основании экспериментальных данных [9]. В данном случае  $\lambda = 1,68 \cdot 10^2$ ,  $J = 2,6 \cdot 10^4$ ,  $\xi = 0,123 \cdot 10^{-2}$ ; при этом размерность  $[\sigma] = \text{см} \cdot \text{м}^{-1}$ ,  $[p] = \text{МПа}$ ;  $[T] = \text{К}$ .

Анализ характеристик канала проводился во всей генераторной области изменения полного тока нагрузки  $I$  от режима  $I = I_{xx} = 0$  (режим холостого хода) до режима  $I = I_{кз}$  (режим короткого замыкания) для двух значений угла коммутации  $\alpha = 30$  и  $50^\circ$ .

Поскольку ниже результаты даны в безразмерном виде, укажем, что решениям системы (1)–(9), полученным для  $\alpha = 30$  и  $50^\circ$  при  $I = I_{кз}$ , отвечают реальные значения параметра МГД-взаимодействия, подсчитан-



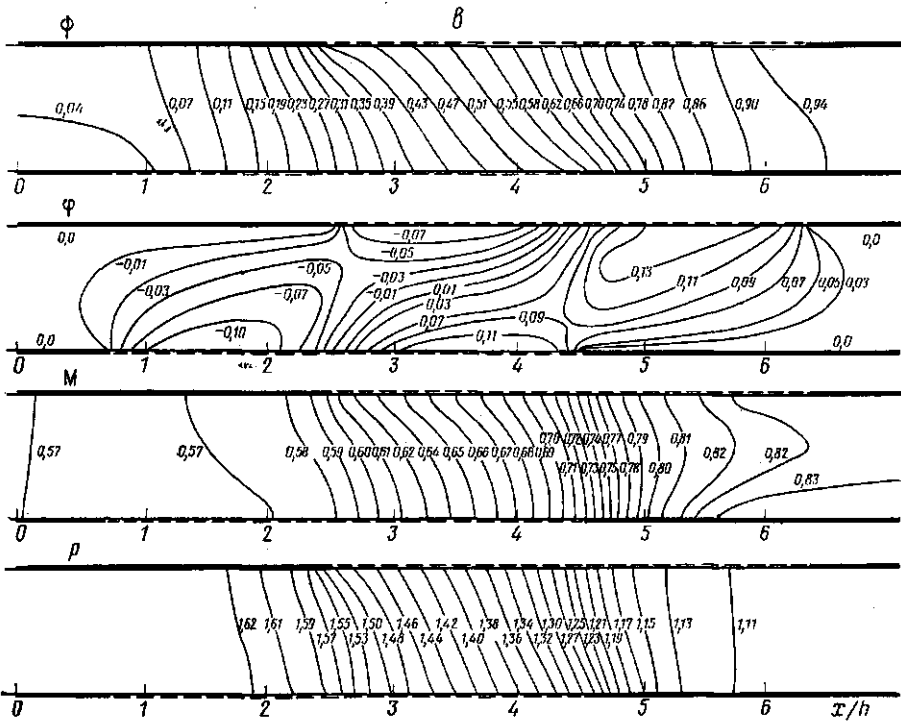


Рис. 2. Распределение безразмерных потенциала  $\phi$ , функции тока  $\psi$ , числа Маха  $M$  и давления  $p$  в диагональном канале при  $\alpha=30^\circ$ : а — холостой ход,  $I=0$ ; б — номинальный режим,  $I=0,2$ ; в — режим короткого замыкания,  $I=0,43$

ного по параметрам в средней части канала и его высоте  $h$ , равные 0,45 и 0,48 соответственно, а значения параметра Холла при этом равняются 1,0 и 0,9.

Решение задачи при  $\alpha=30^\circ$  представлено на рис. 2. Рис. 2, а отвечает режиму холостого хода ( $I_{\text{хх}}=0$ ); рис. 2, б — решению задачи, когда снимаемая мощность равна максимальному значению ( $I=I_{\text{ном}}=0,2$ ), рис. 2, в — режиму короткого замыкания ( $I_{\text{кз}}=0,43$ ).

Распределение линий уровня функции тока  $\psi$  и потенциала  $\phi$  демонстрирует существенное влияние краевых эффектов, связанных со спадающим характером магнитного поля, а также с конструктивными особенностями стенок, состоящих из сплошных и секционированных участков. Особенно наглядно эти эффекты проявляются на режимах холостого хода и короткого замыкания. При этом на различных режимах нагружения краевые эффекты оказывают качественно отличное влияние на распределения тока и потенциала. Так, краевой эффект сильнее всего сказывается на распределении тока в режиме холостого хода, когда значительная часть тока закорачивается на сплошных токосъемных электродах и только в середине канала небольшая часть тока протекает под углом коммутации секционированных электродов (рис. 2, а). Распределение потенциала является максимально неоднородным в режиме короткого замыкания, при котором изменение потенциала в продольном направлении имеет немонотонный характер (рис. 2, в). В то же время распределения  $\phi$  на холостом ходу и  $\psi$  на коротком замыкании имеют довольно регулярный характер, причем в первом случае наклон эквипотенциалей определяется на большей части канала диагональной коммутацией электродов, а во втором — наклон линий тока определяется преимущественно локальными величинами параметра Холла.

Наибольшей однородностью отличаются распределения  $\psi$  и  $\phi$  в режи-

мах, близких к съему максимальной мощности, в частности при  $I=0,2$  (рис. 2, б). При этом ток в канале протекает преимущественно в поперечном направлении.

Сравнение решений, полученных при  $\alpha=30, 50^\circ$ , показало, что увеличение угла коммутации  $\alpha$  (в данном случае при этом уменьшается смещение секционированного участка в область спадения магнитной индукции) приводит к сокращению зон неоднородного распределения тока и потенциала.

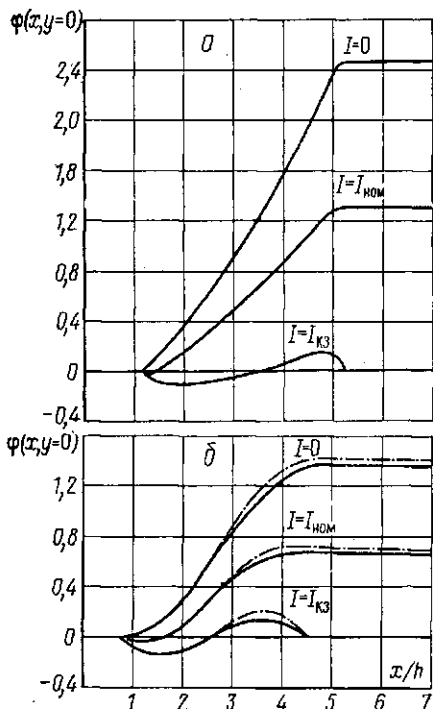


Рис. 3. Распределение безразмерного потенциала на катодной стенке: а —  $\alpha=50^\circ$ ; б —  $30^\circ$ . Штрихпунктирные кривые — одномерная модель течения

Из распределения газодинамических параметров рис. 2 видно, что при изменении режима нагружения канала от  $I_{хх}$  до  $I_{кз}$  происходит изменение структуры течения. При этом с увеличением  $I$  от  $I_{хх}$  до  $I_{ном}$  поперечные неоднородности уменьшаются и поток становится практически одномерным, затем при дальнейшем росте  $I$  от  $I_{ном}$  до  $I_{кз}$  поперечные градиенты параметров опять увеличиваются.

Указанное изменение картины течения связано с изменением ориентации вектора плотности тока  $\mathbf{j}$  и соответственно с изменением величины продольной составляющей тока  $j_x$ . Тем самым силовое воздействие на поток, определяющее поперечные градиенты параметров, при изменении нагрузки меняется, причем не только по величине, но и по знаку. Следствием этого является, например, возникновение положительного поперечного градиента давления при  $I < I_{ном}$  и отрицательного при  $I > I_{ном}$ .

Как показали расчеты, разность давлений на стенках канала является линейной функцией полного тока нагрузки  $I$ , проходящей через нуль вблизи  $I=I_{ном}$  и достигающей максимального абсолютного значения при  $I=I_{хх}$ . При этом в сечении  $x=3,5$  разность давлений достигает 5% для  $\alpha=50^\circ$  и 6% для  $\alpha=30^\circ$  от среднего давления, подсчитанного в том же сечении.

Дополнительные представления о характере изменения  $\phi$  вдоль канала дают кривые распределения потенциала на стенке, например катодной, изображенные на рис. 3 и отвечающие различным режимам нагружения канала. Из рис. 3 видно, что при больших токах нагрузки  $I$  концевые участки канала работают в режиме потребления мощности ( $\partial\phi/\partial x < 0$ ). Это обстоятельство обусловлено тем, что на участках с малой индукцией магнитного поля величины индуцируемой э.д.с. недостаточно для генерирования больших нагрузочных токов.

В соответствии с [5], где специально обсуждаются особенности стыковки сплошных и секционированных электродов в диагональных каналах, малые углы коммутации в окрестности стыка являются предпочтительными с точки зрения ограничения значений продольного электрического поля на стенке. Это, в частности, подтверждается тем, что распределение потенциала в области стыка для угла  $\alpha=30^\circ$  (рис. 3, б) более гладкое, чем при  $\alpha=50^\circ$  (рис. 3, а).

Реализация дозвукового течения с постоянным расходом через ограниченную область силового и теплового воздействий при заданном давлении на выходе возможна при соответствующем регулировании величин входных параметров, которые в общем случае зависят от интенсивности воздействий, т. е. от режима электрического нагружения канала. На рис. 4 представлены зависимости давления, числа Маха и температуры на входе

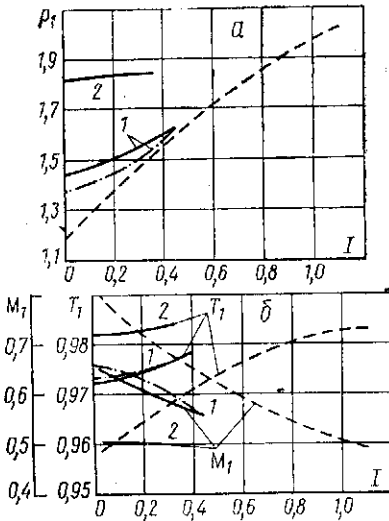


Рис. 4

Рис. 4. Зависимость безразмерных параметров на входе в канал: а — давления, б — температуры и числа Маха от безразмерного тока нагрузки  $I$ ; 1 —  $\alpha = 30^\circ$ , 2 —  $50^\circ$ . Штриховые кривые — зависимости для фарадеевского канала [4]; штрихпунктирные — одномерная модель течения

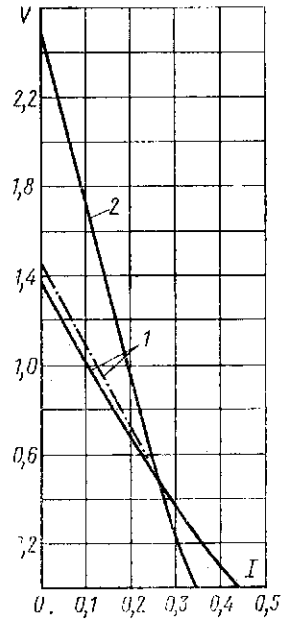


Рис. 5

Рис. 5. Безразмерные вольт-амперные характеристики диагонального канала. (Обозначения см. рис. 4)

в канал от полного тока  $I$ . Штриховыми линиями нанесены те же зависимости для фарадеевского канала, полученные в [4].

Как можно видеть из рис. 4, диапазон изменения входных параметров при изменении  $I$  от  $I_{xx}$  до  $I_{из}$  в случае диагонального канала существенно меньше, чем для фарадеевской схемы нагружения. Поэтому практическое регулирование работы диагонального канала на постоянство расхода потребует значительно меньшей корректировки параметров оборудования МГД-установки, чем при том же регулировании фарадеевского канала. При больших углах коммутации, как, например, в случае  $\alpha = 50^\circ$ , параметры потока на входе в канал практически не изменяются. Последнее связано с тем, что в этом случае ( $\beta \approx \text{ctg } \alpha$ ) действующие на газ продольная составляющая силы и Джоулева диссипация слабо меняются с нагрузкой.

Рассмотрим основные интегральные характеристики исследуемого канала. На рис. 5 представлена зависимость напряжения канала  $V$  от тока нагрузки  $I$  для двух углов коммутации  $\alpha$ . Обе изображенные кривые близки к линейным зависимостям, что отражает небольшую перестройку течения в широком диапазоне изменения нагрузки. Некоторое отклонение расчетных кривых от линейных наблюдается лишь при  $I > I_{ном}$ .



Зависимости удельной электрической мощности  $N$  и электрического к.п.д.  $\eta$  от полного тока  $I$  представлены на рис. 6, 7. На этих рисунках штриховыми линиями нанесены характеристики фарадеевского канала идеально секционированного канала, полученные в [4]. Видно, что канал с  $\alpha=50^\circ$  обладает преимуществом в отношении максимальных значений снимаемой мощности и на оптимальном режиме ( $I_{\text{ном}}=1,15$ ) весьма близок по максимальной мощности к фарадеевскому каналу, однако максимально достижимый к.п.д.-преобразования при  $\alpha=30^\circ$  значительно выше, чем при  $\alpha=50^\circ$ .

3. Для оценки влияния двумерного характера распределения параметров в канале генератора на выходные характеристики были выполнены

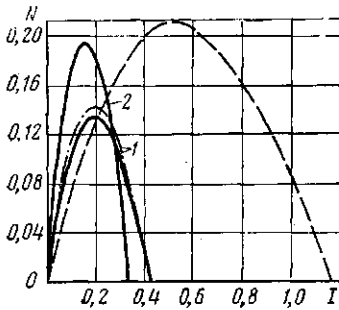


Рис. 6

Рис. 6. Безразмерные нагрузочные характеристики канала. (Обозначения см. рис. 4)

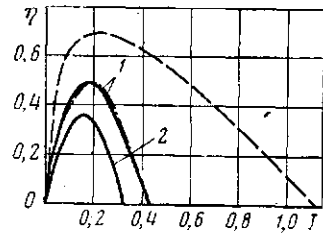


Рис. 7

Рис. 7. Зависимость электрического к.п.д. от безразмерного тока  $I$ . (Обозначения см. рис. 4)

расчеты этих характеристик на основе одномерной модели течения. Расчеты проводились по методике, описанной в [4], в которой единственным отличием от методики расчета по двумерной модели является предположение о зависимости газодинамических параметров только от продольной координаты  $x$ . При этом соответственно вертикальная составляющая скорости  $v=0$ . Электрические параметры определялись при решении точной двумерной задачи, а продольная сила и удельная электрическая мощность вычислялись как средние по высоте канала.

Полученные таким образом характеристики для канала с углом коммутации  $\alpha=30^\circ$  представлены на рис. 3–7 штрихпунктирными линиями.

Вольт-амперные характеристики двух рассматриваемых моделей течения (рис. 5) заметно отличаются при небольших нагрузках и совпадают при  $I > 0,25$ . Наибольшее расхождение вольт-амперных характеристик двумерного и одномерного течений наблюдается вблизи холостого хода. При коротком замыкании оба расчета дают практически одинаковые значения тока. В этом проявляется специфика электродинамики диагональных МГД-каналов, в которых поперечные неоднородности плазмы влияют не только на величину тока короткого замыкания, но и на напряжение холостого хода. В рассматриваемом случае, когда величина параметра Холла и угла коммутации электродов невелики, влияние неоднородностей на ток короткого замыкания мало (это подтверждает регулярная картина линий тока  $\psi$  на рис. 2, в) и заметно сказывается лишь на напряжении холостого хода. Для сравнения отметим, что в фарадеевском канале имеет место обратная ситуация: поперечные неоднородности не влияют на напряжение холостого хода и снижают величину тока короткого замыкания. Как было показано в [4], вольт-амперные характеристики фарадеевского канала, рассчитанные по одномерной и двумерной моделям, более всего расходятся вблизи короткого замыкания.

Как следует из рис. 4, переход к использованию в расчетах одномерной модели приводит к изменению величин параметров на входе, а следовательно, и изменению среднего уровня этих параметров в канале, отвечающего каждому режиму электрического нагружения канала. При этом уровень давления в канале получается ниже, чем в случае двумерного расчета, а уровень температур и скоростей выше. Указанное обстоятельство справедливо лишь для  $I < I_{кр}$ . На режимах, близких к  $I = I_{кр}$ , обе модели дают одинаковые результаты. Отмеченные особенности в распределенных газодинамических переменных также приводят к отличию напряжения холостого хода диагонального канала при гидравлическом расчете. При этом одномерный расчет дает завышение напряжения по сравнению с двумерным расчетом не только на холостом ходу, но и на других режимах при одинаковых токах нагрузки, как это можно видеть из рис. 3, 4.

Из рис. 6 видно, что по одномерной модели величина максимальной снимаемой мощности оказывается несколько завышенной, но ток нагрузки, отвечающий максимальной мощности  $I = 0,2$ , для обеих моделей совпадает. По электрическому к.п.д. (рис. 7) наблюдаемые отличия не существенны.

В целом можно утверждать, что в дозвуковых диагональных МГД-каналах поперечная неоднородность газодинамических переменных невелика и незначительно влияет на выходные характеристики генератора. Поэтому для инженерных расчетов невязкого течения с приемлемой точностью можно использовать одномерную модель течения.

Институт высоких температур  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
16 VIII 1979

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Губарев, Л. Н. Дегтярев, А. А. Самарский, А. О. Фаворский. V Intern. Conf. MHD Electr. Power Gener., Munich, 2, 1971.
2. В. М. Пономарев. ТВТ, 12, № 3, 1974.
3. А. П. Лихачев. Магнитная гидродинамика, № 3, 1978.
4. Н. П. Исакова, С. А. Медин. ТВТ, 16, № 2, 1978.
5. Г. П. Базаров, Э. Н. Куфа, С. А. Медин. ТВТ, 15, № 6, 1977.
6. В. А. Битюрин, Б. М. Бураханов, В. А. Желнин, В. А. Ковбасюк, С. А. Медин, И. М. Руткевич. VI Intern. Conf. MHD, Washington, 1, 1975.
7. С. К. Годунов, А. В. Забродин, М. Я. Иванов, А. Н. Крайко, Г. П. Прокопов. Численное решение многомерных задач газовой динамики. «Наука», 1976.
8. Н. Н. Яценко. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. «Наука», Новосибирск, 1967.
9. И. М. Гапонов, А. В. Недоспасов, Л. П. Побережский, Ю. Г. Чернов. ТВТ, 10, № 5, 1972.