



Общероссийский математический портал

А. С. Малков, Г. Г. Малинецкий, Д. С. Чернавский, О математическом моделировании исторических процессов: аграрные общества, *ИТuBC*, 2005, выпуск 2, 51–60

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.90

12 февраля 2025 г., 00:54:28



О математическом моделировании исторических процессов: аграрные общества¹

А.С. Малков, Г.Г. Малинецкий, Д.С. Чернавский

Аннотация. Статья посвящена вопросам математического моделирования аграрных обществ. Предлагается общая схема взаимодействия различных элементов аграрных обществ, делается обзор связей и возможных подходов к формализации и моделированию. Приводятся динамические модели отдельных процессов.

Введение

Использование математических методов для анализа социальных систем в настоящее время уже прочно вошло в исследовательскую практику, прежде всего в области экономики. Однако, несмотря на то, что еще со времен Ньютона и Галилея философы и ученые рассуждают о необходимости применения точных методов для описания общества, математическая теория социальных систем все еще не может нащупать прочную основу. Проблема многокомпонентности и многофакторности социальной динамики серьезно затрудняет выделение базовых взаимосвязей, а недоступность эксперимента и уникальность отдельных явлений требуют качественно новых методов для изучения социальных систем.

Одним из возможных подходов к пониманию сущности динамики общества является обращение в прошлое, к историческим истокам современности. Такой подход, с одной стороны, позволяет иметь дело с более простыми системами – предыдущими стадиями сегодняшнего общества, с другой – дает эмпирическую базу для анализа и поиска закономерностей. Данная идея была взята на вооружение

многими известными историками и экономистами. К ним можно отнести Фернана Броделя [1], деятельного представителя школы «Анналов», стремившейся превратить историю в социальную науку и считавшей, что историки должны не просто стремиться к пересказу отдельных событий, но к их анализу и выявлению законов; Нобелевского лауреата 1971 года по экономике Саймона Кузнецца [2], уделявшего пристальное внимание проблемам экономического роста на столетнем масштабе и применению точных математических и статистических методов; Нобелевских лауреатов 1993 года Роберта Фогеля [3] и Дугласа Норта [4], основателей «клиометрии» - количественной истории и многих других исследователей. В России наиболее значимые работы в этой области принадлежат академику Н.Н.Моисееву [5], члену-корреспонденту РАН Ю.Н. Павловскому [6], профессору Л.И. Бородкину [7]. Особую научную программу по созданию исторической механики выдвинули в 1993 году С.П. Капица, С.П. Курдюмов и Г.Г. Малинецкий [8].

Одной из сложностей подхода к истории как к закономерному процессу является специфика ее восприятия. Исследователи имеют дело с историческими документами, которые, прежде

¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №04-01-00510) и РГНФ (проект №05-03-03188)

всего, относятся к описанию отдельных событий и деяний выдающихся личностей, тогда как интегральные процессы и тенденции в документах явно не выражаются и требуют большого труда для выявления. Это приводит к тому, что сама история как процесс часто воспринимается исключительно как череда непредсказуемых случайностей и событий, свершений отдельных людей, возвеличивающих или приводящих в упадок огромные государства. Такое интуитивное восприятие истории значительно затрудняет подход к ней как к закономерному процессу. Близкой проблемой является и другое, связанное с нашим восприятием явление: если описание физических процессов на макроуровне для нас вполне доступно и интуитивно понятно, так как в нашей повседневной жизни мы сталкиваемся именно с макроскопическими физическими объектами, а не с микромиром, то для социальных систем ситуация обратная – мы сами находимся на микроуровне и наша повседневная практика настойчиво указывает нам на неустойчивость, непредсказуемость траекторий отдельных индивидуумов, тогда как макроуровень остается для нас недоступным и непонятным. Тем не менее, наличие четких исторических закономерностей все более осознается исследователями.

К числу подобных достижений относятся работы по выявлению и моделированию демографических циклов в аграрных обществах. С.А.Нефедову [9] удалось выделить более 50 циклов в истории древнего и средневекового востока. Он сумел показать, что циклы для аграрных обществ являются универсальным механизмом, имеют вполне определенные амплитудно-частотные характеристики и сопровождаются вполне четкими и закономерными событиями, которые хотя и реализуются несколько по-разному в каждом конкретном случае для каждого конкретного государства, но имеют единую универсальную сущность. Не менее фундаментальными работами являются труды П.В.Турчина [10], открыто выступающего за создание исторической динамики и предлагающего базовые модели различных исторических процессов.

Действительно, при взгляде на более простые, нежели нынешние, аграрные общества,

гораздо четче прорисовываются основные черты возможной социальной теории. Аграрные общества доминировали в мировой истории с начала нашей эры практически до XX века. Они были гораздо более замкнутыми и устойчивыми, их динамика была гораздо более закономерна, нежели современные бурные и по сути переходные процессы. Такие общества, с одной стороны, менее сложны, чем нынешнее общество, а с другой – достаточно хорошо документированы, чтобы говорить о поиске законов их развития с опорой на модели и статистические данные.

Общая схема моделирования аграрных обществ

Анализ структуры аграрных обществ позволяет выделить следующую схему их функционирования и взаимодействия (Рис.1):

Считается, что население аграрных обществ состоит из *элиты*, выполняющей административные и военные функции, и *народа* – подавляющей части населения, занимающейся, прежде всего, аграрным производством. В представленной схеме учитывается наличие кочевых обществ, обеспечивающих транзитную торговлю между крупными аграрными государствами. Наиболее важными социальными слоями этих обществ являются купцы и военно-административная элита, облагающая налогами транзит товаров. Основную массу товаров международной торговли составляют товары престижа (предметы роскоши), спрос на которые поддерживается элитами аграрных государств. Ввиду самодостаточности натурального аграрного хозяйства международная торговля ресурсами может не приниматься во внимание, тогда как торговля предметами престижа играет важнейшую роль, прежде всего, для государств, осуществляющих эту торговлю.

Для описания и взаимодействия аграрных государств имеют важное значение следующие факторы, отраженные на Рис.1:

1. *Демография*. Важную роль для описания аграрных обществ играет демографическая динамика как народа, так и элиты. Перенаселение часто приводит к голоду, крупным социальным кризисам, войнам, эпидемиям и т.п. В этой связи важно уметь

8. *Производство товаров престижа.* Производство товаров престижа занимается достаточно узкая часть населения, состоящая из высококвалифицированных ремесленников. Эта часть получает относительно большой ресурс, однако полностью зависит от спроса на свою продукцию. Ввиду высокой стоимости товаров престижа, а также их относительно малого веса, можно говорить об относительно малых издержках на их перевозку. Это значит, что рынок товаров престижа охватывает большие пространства, и элиты других, даже сильно удаленных государств, участвуют в потреблении товаров, производимых в разных точках географической сети.

9. *Транспортировка товаров.* Транспортировка товаров осуществляется купцами и существенно образом зависит от транспортных условий местности. На условия транспортировки влияют инфраструктура, поддерживаемая местной элитой, и налагаемые ею налоги.

Вертикальные связи внутри аграрных обществ

Внутренние связи внутри аграрных обществ можно описать следующей схемой (Рис.2).

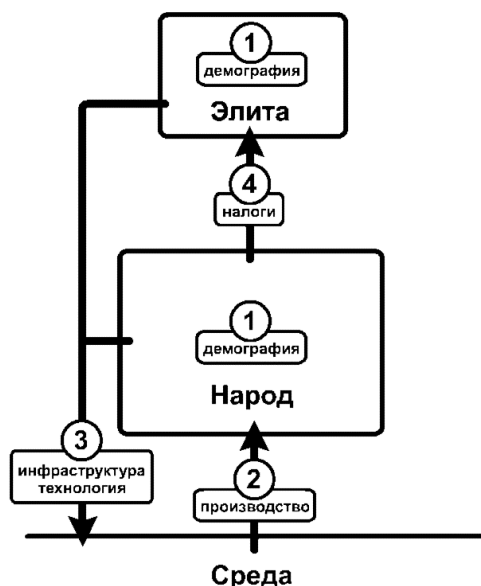


Рис.2. Вертикальные связи

С.А.Нефедов [9] и П.В.Турчин [10] показали, что демографические процессы являются крайне важными для описания динамики аг-

рарных обществ. В условиях ресурсных ограничений рост населения ведет к сокращению доходов на душу населения и, как следствие, к голоду, войнам, эпидемиям и прочим катаклизмам, резко снижающим численность населения, что снимает проблему перенаселения и вновь ведет к повторению цикла. Для описания циклической динамики Турчин предлагает следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= aN \left(1 - \frac{N}{R(W)} \right) - \delta N W \\ \frac{dS}{dt} &= \xi N \left(1 - \frac{N}{R(W)} \right) - \zeta N \\ \frac{dW}{dt} &= \alpha_N N^2 - \beta W - \beta_S S \\ R(W) &= R_{\max} - cW, \end{aligned} \quad (1)$$

в которой рассматривается динамика населения N , накоплений государства S и социополитической нестабильности W (измеряемая как превышение смертности из-за внутренних вооруженных конфликтов), где $a, \delta, \xi, \zeta, \alpha_N, \beta, \beta_S, c$ — коэффициенты. На переменные накладывается требование их неотрицательности. Накопления государства складываются из налогов, пропорциональных ресурсному излишку (который, в свою очередь, пропорционален приросту населения), и расходов, пропорциональных численности населения. Военная активность в данной модели растет с ростом квадрата населения, затухает экспоненциально, а также подавляется государством, если оно имеет достаточно ресурса S . Производство ресурса R в случае военных действий сокращается, усугубляя кризис.

В целом модель демонстрирует циклическую динамику, а ее апробация на исторических материалах по Англии периода 1450-1800, Ханьского Китая (206 д.н.э – 220 н.э) и Танского Китая (600 – 1000 н.э.) позволяют судить об адекватном описании механизма демографических циклов.

Горизонтальные связи и пространственная динамика

Нами была предпринята попытка продолжить исследования в области динамики аграрных обществ и включить в рассмотрение по-

мимо вертикальных связей также и горизонтальные – этнические, военные и торговые.

Этнические и военные связи изображены на Рис.3.

Проведенный анализ позволяет объединить этнические, языковые и религиозные процессы в один класс процессов, связанных с распространением и конкуренцией различных альтернатив. В случае, если M этносов занимают территорию, и предполагая, что производство соответствует насыщению $\rho(x,y)$ и результаты труда делятся пропорционально численности этноса, имеем:

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} = N_i \left(b_0 - d_0 - d_1 \frac{\sum_j^M N_j}{\rho(x,y)} \right) - \sum_{j \neq i}^M d_{ij} N_i N_j + \sum_j^M \theta_{ij}(N_i, N_j) + \vartheta_i(N_i) - \text{div} J_i^M \quad (2)$$

Здесь первый член уравнения соответствует демографической динамике вида Ферхюльста-Вольтерра [11, 12]: b_0 - базовая рождаемость, d_0 – базовая смертность, d_1 – коэффициент при члене, учитывающем повышение смертности при снижении доходов на душу населения, $\rho(x,y)$ - урожайность территории. Второй член уравнения учитывает повышенную смертность из-за межэтнических конфликтов, третий – наличие смешанных браков и последующую самоидентификацию детей от данных браков, четвертый – прямое влияние государства на численность и пятый – миграцию. Значение $\theta_{ij}(N_i, N_j)$ равно разности количества детей от смешанных браков между этносами i, j , которые самоидентифицируют себя с этносом i и этносом j . В качестве модели ассимиляции можно принять, что вероятность той или иной самоидентификации пропорциональна численностям этносов N_i, N_j , а количество смешанных браков пропорционально произведению $N_i N_j$:

$$\theta_{ij}(N_i, N_j) = \phi_{i,j} \frac{N_i^2 N_j}{N_i + N_j}, \text{ где } \phi_{i,j} - \text{константа.}$$

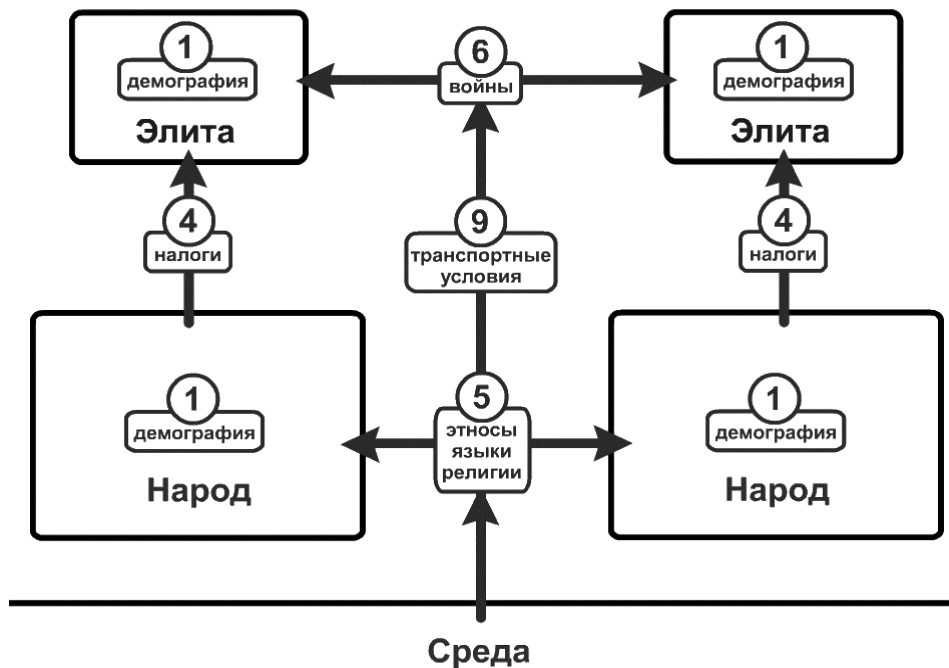


Рис.3 Горизонтальные этнические и военные связи

Прямое влияние государства ϑ_i на численность может иметь разный характер и приводить к насильственной ассимиляции, дискриминации или даже геноциду. В модели (2) при $\vartheta_i = 0$, $\mathbf{J}_i^M = 0$ либо $d_{ij} > 0$ при $t \rightarrow \infty$ происходит формирование однородного населения, самоидентифицирующего себя с одним этносом.

Отдельный случай представляет явление торговой диаспоры. Если в модели (2) фактически имела место конкуренция в нише с ограниченным ресурсом $\rho(x,y)$, то в случае различных социальных функций ниши различны и доход на душу населения определяется по-разному:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_1}{\partial t} &= N_1 \left(b_0 - d_0 - d_1 \frac{N_1}{\rho(x,y)(1-\varphi)} \right) - \\ &- d_{12} N_1 N_2 + \theta_{12}(N_i, N_j) + \vartheta_1(N_1) - \text{div} J_1^M \\ \frac{\partial N_2}{\partial t} &= N_2 \left(b_0 - d_0 - d_1 \frac{N_2}{\rho(x,y)\varphi} \right) - \\ &- d_{21} N_1 N_2 - \theta_{12}(N_i, N_j) + \vartheta_2(N_2) - \text{div} J_2^M \end{aligned}$$

где φ – доля продукта, производимого крестьянами (этнос 1), которая в результате экономических взаимодействий попадает к торговцам (этнос 2). В данном случае фактически отсутствует ресурсная конкуренция и при относительно низких d_{21} может существовать стационарное решение с ненулевым N_2 . Ситуация может значительно упрочниться, если существуют дополнительные моральные запреты, такие как

ограничение смешанных браков, касты или низкий престиж занятия торговлей у титульного этноса.

Для языков и религий уравнения фактически аналогичны.

Пространственное моделирование системы (2) для этнической динамики в Европе дает следующие качественные результаты (Рис.4). В качестве начальных условий задавалось точечное распределение пятисот этнических групп со случайными начальными координатами. Коэффициенты модели считались близкими для всех групп с 5%-ным случайным разбросом. Потоковый член был взят диффузионным: $\mathbf{J}_i^M = -k(x,y) \text{grad} N_i$, $k(x,y)$ – коэффициент транспортной проводимости.

Сначала формируется мозаика мелких, но однородных кластеров, которые затем расширяются, поглощают друг друга, пока наконец не формируются крупные кластеры с достаточно медленно движущимися границами. Безусловно модель не претендует на точное описание этнической динамики, фактически она учитывает только один фактор – географический, никак не включая экономические и политические взаимодействия. Тем не менее, при своей простоте она способна объяснить некоторые эффекты, в частности, образование крупных государств на территориях Испании, Франции, России и др., разделение Италии и Великобритании на север и юг по этническому признаку, наличие множества мелких этносов на Балка-

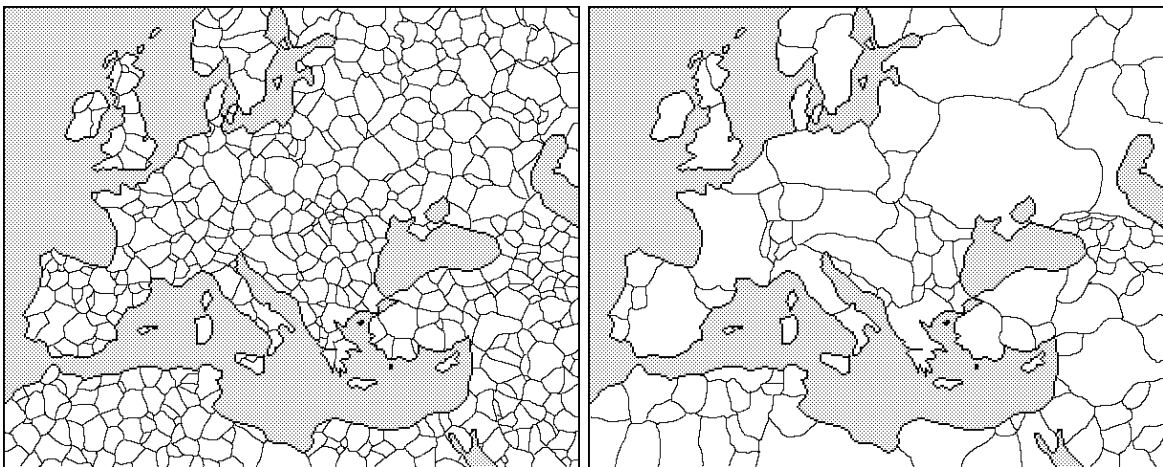


Рис.4. Типичная динамика модели (2)

нах и Кавказе. Фактически модель может выделить случаи, когда динамика предопределяется пространственными горизонтальными связями, и когда причину динамики следует искать во внутренних, более сложных взаимодействиях, подталкивая к новым исследованиям.

Одним из важных обстоятельств, не учтенных в модели (2), являются экономические процессы. Они также имеют как вертикальную, так и горизонтальную составляющие (Рис.5).

В рамках данной работы для нас наиболее важны горизонтальные связи, поэтому мы можем считать заданными уровень спроса и предложения товаров престижа, которые составляют основу торговли между аграрными государствами.

Что касается пространственной компоненты, то для ее описания предлагается использовать следующую модель.

Будем рассматривать географическую область, на которой задано распределение производства и потребление товара. Уравнение непрерывности для товара имеет вид: $\frac{\partial T}{\partial t} = -\text{div} \mathbf{J}^T + q(x, y)$, где T – плотность товара, $q(x, y)$ – разность спроса и предложения в точке. В свою очередь, из соображений зависимости предложения рабочей силы торговцев от

доходов, которые они получают при транспортировке, можно предположить, что поток товара направлен по градиенту цены и пропорционален ему: $\mathbf{J}^T = k \cdot \text{grad} p$. Коэффициент k назовем коэффициентом товаропроводности, методика оценки которого предлагается ниже.

Динамика цены в каждой точке определяется разностью спроса и предложения, равно как и динамика запасов товара в точке (с точностью до знака), что дает возможность записать:

$\zeta \frac{\partial p}{\partial t} = D - S = -\frac{\partial T}{\partial t}$, где ζ – коэффициент, в дальнейшем сводимый к единице нормировкой p . Объединение всех указанных выше уравнений дает общее уравнение для цены:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} &= \text{div}(k(x, y) \text{grad} p) - q(x, y) \\ t > 0 \quad (x, y) \in U \\ k \frac{\partial p}{\partial n} \Big|_{(x, y) \in \partial U} &= -J_n^T(x, y, t) \\ p(x, y, t) \Big|_{t=0} &= p_0(x, y) \end{aligned} \quad (3)$$

В силу линейности уравнения цена p задается с точностью до аддитивной константы и, вообще говоря, может становиться отрицательной

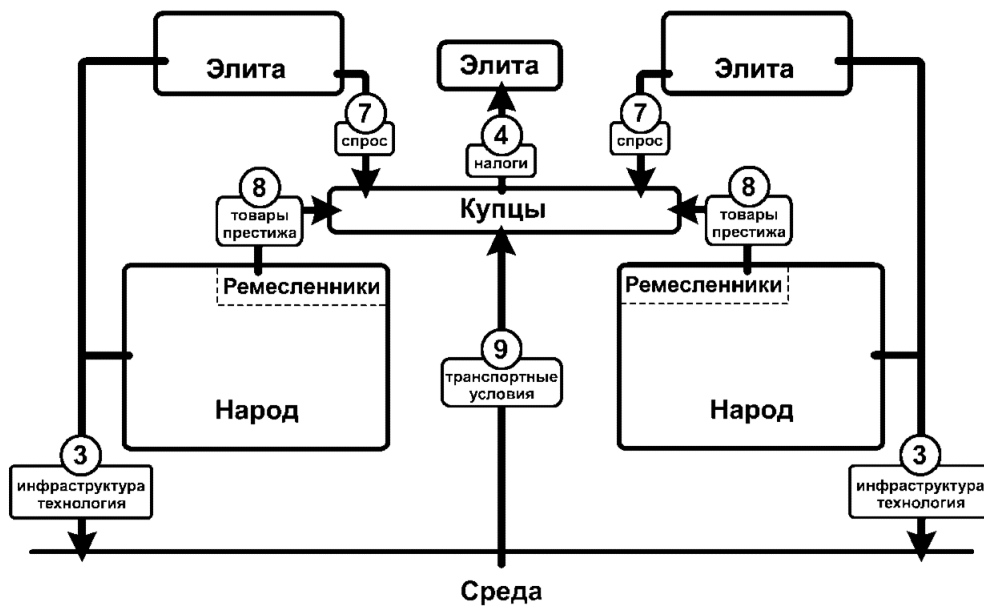


Рис.5. Экономические взаимодействия между аграрными обществами

– для торговли важна не цена сама по себе, а разность цен.

Полученное уравнение описывает пространственную динамику цен и товаропотоков в области U с заданными втекающими товаропотоками J_n^T на кусочно-гладкой границе ∂U . На эту динамику существенно влияет коэффициент товаропроводности k , для которого на основе энергетических соображений выводится следующая оценка:

$$k = \chi S_T v_m^2 = \chi S_T \left(\frac{\gamma}{1 + \gamma} \frac{\sqrt{2w}}{g \left(\mu \sqrt{1 + \nabla H^2} + |\nabla H| \right)} \right)^2, \text{ где}$$

$$v_m(x, y) = \frac{\gamma}{1 + \gamma} \frac{\sqrt{2w}}{g \left(\mu \sqrt{1 + \nabla H^2} + |\nabla H| \right)} - \text{ско-}$$

рость движения единичной массы груза по территории. Здесь γ и w – грузоподъемность и мощность транспортного средства, H – высота точки над уровнем моря, μ – коэффициент транспортного трения, g – ускорение свободного падения, S_T – коэффициент предложения труда перевозчиков (см. выше), χ – степень безопасности территории, определяемая как наиболее вероятная доля дохода, которая останется у торговца.

Коэффициент транспортного трения μ напрямую связан со свойствами территории и скоростью движения транспорта. Оценка коэффициента μ проводится эмпирически. Можно предположить, что данный коэффициент постоянен внутри природных зон, в этом случае скорость движения транспорта по территории

$$\text{будет выражаться как } v(x, y) = \frac{C}{\mu + |\nabla H|},$$

где C – некоторая константа. Для эмпирической оценки μ необходимо решить обратную задачу. Зная реальные времена перемещения из одного пункта в другой, а также решая задачу поиска кратчайшего пути при разных μ , можно подобрать такое значение μ , при котором будет наблюдаться наибольшая корреляция между реальными и рассчитанными временами.

Была проведена оценка коэффициентов μ на историческом материале путешествия Марко Поло (XIII век). При всей относительности и спорности этих данных тем не менее удается выделить зависимости, особенно четкие для некоторых природных зон. Данные оценки были использованы при дальнейшем моделировании динамики товаропотоков Великого Шелкового Пути. Полагалось существование точечного источника товара в Китае и точечного потребления – в Европе. Коэффициенты товаропроводности вычислялись с использованием предложенной методики и полагались одинаковыми для различных эпох за исключением коэффициентов $\chi(x, y)$, которые в данном случае определялись пространственным расположением крупных империй: империи поддерживают инфраструктуру и обеспечивают защиту торговцев, повышая товаропроводность. Внутри империй коэффициент $\chi(x, y)$ умножался на постоянный множитель $\chi_E > 1$. Таким образом, для разных эпох, с точки зрения модели, отличия состояли только в различных пространственных конфигурациях империй, внутри которых товаропроводность повышается. Результаты приведены на Рис.6.

С приходом нового времени Европейские галеоны проникли в моря Азии и фактически повысили проводимость морской торговли, что привело к окончательной гибели Шелкового пути (Рис.7).

Заключение

Десять лет назад С.П. Курдюмов, С.П. Капица и один из авторов этой статьи выдвинули идею построения теоретической истории. Целью такой исследовательской программы должно было стать развитие социоестественного подхода к компьютерному моделированию исторических процессов. При этом история должна была превратиться в прикладную науку, которая может быть основой для стратегического прогноза. В отличие от обычной "описательной" истории теоретическая история имеет сослагательное наклонение и именно оно позволяет более эффективно принимать стратегические решения и делает будущее более прогнозируемым и безопасным.

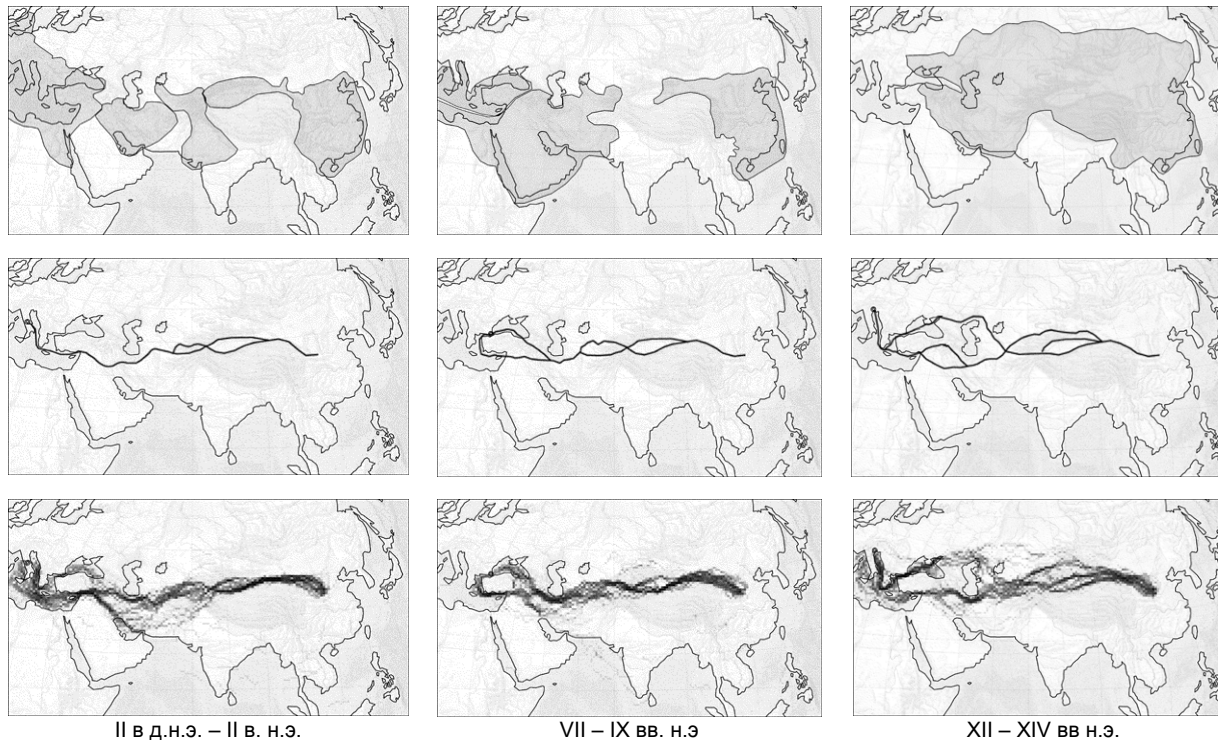


Рис.6. Динамика Великого шелкового пути в различные эпохи: крупные империи, реальные исторические данные и результаты моделирования

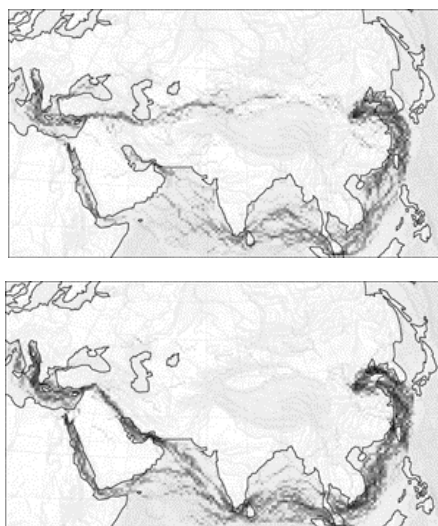


Рис.7 Гибель Шелкового пути из-за альтернативной морской торговли

Тогда для построения теоретической истории не хватало нескольких важных элементов. Во-первых, набора простых базовых математических моделей. Во-вторых, тех простых мо-

дельных ситуаций, в которых эти модели применимы. В-третьих, методики верификации и использования конкретных исторических данных для нахождения параметров модели. На наш взгляд, исследование аграрных обществ, представленное в настоящей статье, привлечение в эту область исследований информационных технологий, характерных для геоинформационных систем, радикально меняет ситуацию. На пути построения теоретической истории удастся сделать несколько важных шагов. Можно ожидать, что в этом направлении усилия будут прилагаться и в дальнейшем.

Литература

1. Бродель Ф. Материальная цивилизация, экономика и капитализм, XV-XVIII вв., в 3 томах, М: Прогресс, 1986
2. Kuznets, S. National Product since 1869. New York: Nation Bureau of Economic Research, 1946.
3. Fogel R.W., Engerman S.L. The Economic of Slavery // The Reinterpretation of American Economic History. New York, 1971.
4. North D.C. The Economic Growth of the United States, 1790-1860. Englewood Cliffs; Prentice Hall, 1961;

5. *Моисеев Н.Н.* Математика ставит эксперимент. – М.: Наука, 1979.
6. *Гусейнова А.С., Устинов В.А., Павловский Ю.Н.* Опыт имитационного моделирования исторического процесса. – М.: Наука, 1984.
7. *Андреев А.Ю., Бородкин Л.И., Коновалова А.В., Левандовский М.И.* Методы синергетики в изучении динамики курсов акций на Петербургской бирже в 1900-х гг. // *Круг идей: Историческая информатика в информационном обществе.* М., 2001. С.68-109.
8. *Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г.* Синергетика и прогнозы будущего. – М.: Наука, 1997
9. *Нефедов С. А.,* Теория демографических циклов и социальная эволюция древних и средневековых обществ востока. // *Восток*, 2003, № 3. С. 5-22.
10. *Turchin, P.,* Historical Dynamics: Why States Rise and Fall, Princeton University Press, Princeton, NJ, 2003.
11. *Verhulst, P. F.* Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement – *Compt. Rend. Acad. Sci. Paris*. 10, 113-121, 1838
12. *Вольтерра В.,* Математическая теория борьбы за существование, М.Наука, 1976

Малинецкий Георгий Геннадьевич – заместитель директора Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, д.ф.-м.н., проф., руководитель специализации "Нелинейные процессы" Московского физико-технического института, профессор Российской академии государственной службы при Президенте РФ. Область научных интересов – прогноз, синергетика, междисциплинарные исследования, нелинейная динамика.

Чернавский Дмитрий Сергеевич – заведующий сектором Физического института им П.Л. Лебедева, профессор Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова. Специалист в области математического моделирования, экономических, биологических, физических процессов. Одним из ключевых результатов, полученных в последние годы, является построение динамической теории информации.

Малков Артемий Сергеевич – аспирант Института прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН. Окончил Московский физико-технический институт в 2002 году. Область интересов – математическое моделирование исторических процессов. Лауреат гранта РАН "Лучшие аспиранты РАН 2005 года".