



Общероссийский математический портал

А. А. Заусаев, Исследование влияния смещения начальных данных на результаты расчета эволюции орбит короткопериодических комет, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2007, выпуск 1(), 168–170

DOI: 10.14498/vsgtu509

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.168

22 марта 2025 г., 14:50:47



Небесная механика и астрометрия

УДК 523.642

А. А. Заусаев

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СМЕЩЕНИЯ НАЧАЛЬНЫХ ДАННЫХ НА РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ЭВОЛЮЦИИ ОРБИТ КОРОТКОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ

Рассматриваются проблемы устойчивости решения и вопросы влияния погрешностей начальных данных на результаты расчетов эволюции орбит короткопериодических комет на интервалах времени порядка 100 лет

При математическом моделировании эволюции орбит короткопериодических комет требуется проводить анализ адекватности модели по критериям устойчивости как применяемого численного метода, так и задачи Коши. При моделировании движения комет, имеющих очень тесные сближения с Юпитером, следует иметь в виду, что задача Коши при расчете данных объектов может являться неустойчивой. Это связано с тем, что в отдельных случаях при сближениях с Юпитером происходит существенное изменение орбитальных элементов, поэтому численному интегрированию уравнений движения указанных объектов необходимо уделять особое внимание.

В данной работе используется модифицированная математическая модель движения больших планет, Луны, Солнца, короткопериодических комет с учетом гравитационных и релятивистских эффектов, а также разработанная нами модификация высокоточного метода решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений на основе алгоритма Эверхарта с высоким порядком аппроксимирующих формул [1–3].

При решении уравнений движения короткопериодических комет в качестве начальных данных чаще принимаются элементы орбит этих объектов: T — начальный момент времени; M — средняя аномалия (измеряется в градусах); параметры, характеризующие форму орбиты: q — перигелийное расстояние (в астрономических единицах), e — эксцентриситет; параметры, определяющие положение орбиты в пространстве: ω — аргумент перигелия (в градусах), Ω — долгота восходящего узла (в градусах), i — наклонение (в градусах). Каждый из вышеуказанных элементов задан с определенной степенью точности.

Одной из основных задач при решении дифференциальных уравнений движения является задача оценки полной погрешности полученных результатов. Внесение погрешности начального смещения в исходные данные позволяет найти ответ на две основные проблемы: 1) исследование устойчивости решения; 2) проведение исследования влияния погрешностей начальных данных на результаты расчетов при численном интегрировании на интервалах времени порядка 100 лет.

Для проведения численного эксперимента нами были взяты короткопериодические кометы с номерами с 1 по 10 (по международной нумерации) вследствие того, что большинство данных комет имеют наибольшую историю наблюдений и элементы их орбит определены с высокой степенью точности.

На предварительном этапе нами было проведено исследование для каждого из 10 тестовых объектов с целью определения элемента орбиты, наиболее сильно влияющего на итоговый результат при незначительном изменении его начального значения. Для этого поочередно вносились возмущения в каждый из элементов орбит в последнем учитываемом разряде. Данный численный эксперимент показал, что наибольшее влияние на изменение итоговых результатов оказывают возмущения эксцентриситета.

Внося смещение в начальное значение эксцентриситета для каждой из 10 комет на величину $+0,0000004$, проведено совместное численное интегрирование уравнений движения больших планет, Луны, Солнца и комет в барицентрической системе координат от момента последнего прохождения кометы через перигелий до ближайшего к 1900 году момента, на который известны элементы орбит. Результаты данного численного эксперимента приведены в таблице.

В первой строке таблицы приводятся начальные данные [4] (без смещения эксцентриситета); во второй строке даны результаты численного интегрирования назад на основе несмещенных начальных данных; третья строка — абсолютная величина разности элементов орбит, вычисленных на основе начальных данных с возмущенным и невозмущенным эксцентриситетом;

четвертая строка — элементы орбит комет на конечный момент интегрирования из каталога Марсдена [4]; пятая строка — абсолютная величина разности элементов орбит, вычисленных на основе невозмущенных начальных данных с данными каталога Марсдена.

**Элементы орбит 10 короткопериодических комет, их отклонения
на интервалах времени порядка 100 лет**

	<i>T</i>	<i>M</i>	<i>q</i>	<i>e</i>	<i>P</i>	ω	Ω	<i>i</i>
1 P/Halley								
<i>Начальные данные</i>	1986 Фев 9,4589		0,587104	0,967277	76,000	111,8657	58,8601	162,2422
Результаты (несмещ.)	1910 Апр 20,1785	359,99681	0,587208	0,967300	76,097	111,7366	58,5622	162,2188
Отклонение (смещ.)		0,00657	0,000002	0,000000	0,000	0,0001	0,0001	0,0000
<i>Каталог Марсдена</i>			0,587208	0,967302	76,100	111,7371	58,5629	162,2186
<i>Сравнен. (кат. Марсд.)</i>			0,00319	0,000000	0,000002	0,003	0,0005	0,0007
2 P/Encke								
<i>Начальные данные</i>	1997 Май 23,5967		0,331395	0,850014	3,280	186,2720	334,7215	11,9296
Результаты (несмещ.)	1901 Сент 15,9651	358,51475	0,341175	0,846149	3,302	183,9926	336,1892	12,9074
Отклонение (смещ.)		0,01564	0,000005	0,000002	0,000	0,0001	0,0000	0,0000
<i>Каталог Марсдена</i>			0,341678	0,846014	3,310	183,9715	336,2015	12,9049
<i>Сравнен. (кат. Марсд.)</i>			1,48525	0,000503	0,000135	0,008	0,0211	0,0123
3 D/Biela								
<i>Начальные данные</i>	1852 Сент 24,2212		0,860625	0,755879	6,620	223,1912	248,0043	12,5500
Результаты (несмещ.)	1772 Февр 17,675	0,25075	0,990190	0,725997	6,870	213,1848	261,0114	17,1777
Отклонение (смещ.)		0,02554	0,000024	0,000004	0,000	0,0014	0,0011	0,0015
<i>Каталог Марсдена</i>			0,990380	0,725880	6,870	213,3400	260,9420	17,0540
<i>Сравнен. (кат. Марсд.)</i>			0,25075	0,000190	0,000117	0,000	0,1552	0,0694
4 P/Faye								
<i>Начальные данные</i>	1999 Май 6,1135		1,656998	0,568258	7,520	204,9748	199,339	9,0488
Результаты (несмещ.)	1896 Март 19,5194	0,07581	1,736977	0,548956	7,557	201,2342	211,2348	11,3187
Отклонение (смещ.)		0,00117	0,000003	0,000001	0,000	0,0001	0,0002	0,0000
<i>Каталог Марсдена</i>			1,736934	0,548973	7,560	201,2488	211,2414	11,3160
<i>Сравнен. (кат. Марсд.)</i>			0,07581	0,000043	0,000017	0,003	0,0146	0,0066
5 D/Brosen								
<i>Начальные данные</i>	1879 Март 31,0341		0,589847	0,809796	5,460	14,9468	102,9676	29,3821
Результаты (несмещ.)	1846 Февр 25,8685	359,25867	0,650448	0,792917	5,567	13,7978	104,8189	30,9220
Отклонение (смещ.)		0,00619	0,000002	0,000001	0,000	0,0000	0,0001	0,0001
<i>Каталог Марсдена</i>			0,650123	0,793070	5,570	13,8141	104,8124	30,9143
<i>Сравнен. (кат. Марсд.)</i>			0,74133	0,000325	0,000153	0,003	0,0163	0,0065
6 P/D'Arrest								
<i>Начальные данные</i>	2002 Февр 3,5918		1,352768	0,612809	6,530	178,1117	138,9440	19,4973
Результаты (несмещ.)	1897 Май 23,8350	0,22585	1,325294	0,627051	6,699	172,9123	147,8109	15,6556
Отклонение (смещ.)		0,00581	0,000018	0,000002	0,000	0,0030	0,0013	0,0007
<i>Каталог Марсдена</i>			1,325977	0,626601	6,690	173,0235	147,7967	15,6986
<i>Сравнен. (кат. Марсд.)</i>			0,22585	0,000683	0,000450	0,009	0,1112	0,0142
7 P/Pons-Winnecke								
<i>Начальные данные</i>	1996 Янв 2,453		1,255892	0,634424	6,370	172,3127	93,4281	22,3015
Результаты (несмещ.)	1898 Март 20,8686	359,95473	0,923727	0,714833	5,830	173,4121	102,2361	16,9966
Отклонение (смещ.)		0,00971	0,000010	0,000002	0,000	0,0020	0,0004	0,0007
<i>Каталог Марсдена</i>			0,923817	0,714814	5,830	173,4072	102,2358	16,9910
<i>Сравнен. (кат. Марсд.)</i>			0,04527	0,000090	0,000019	0,000	0,0049	0,0003
8 P/Tuttle								
<i>Начальные данные</i>	1994 Июнь 25,2907		0,997732	0,824089	13,500	206,7030	270,5485	54,6923
Результаты (несмещ.)	1899 Май 4,5531	0,13777	1,014296	0,822220	13,628	206,6423	271,2442	54,4872
Отклонение (смещ.)		0,00724	0,000023	0,000002	0,000	0,0007	0,0000	0,0001
<i>Каталог Марсдена</i>			1,013808	0,822255	13,600	206,6276	271,2447	54,4891
<i>Сравнен. (кат. Марсд.)</i>			0,13777	0,000488	0,000035	0,028	0,0147	0,0005

Таблица (продолжение)

	T	M	q	e	P	ω	Ω	i
9 P/Tempel 1								
<i>Начальные данные</i>	2000 Янв 2,6165		1,500047	0,518953	5,510	178,9110	68,9665	10,5413
Результаты (несмещ.)	1879 Май 7.6034	359,96885	1,772285	0,462245	5,983	159,6127	80,3329	9,7746
Отклонение (смещ.)		0,01280	0,000877	0,000246	0,000	0,0153	0,0134	0,0029
<i>Каталог Марсдена</i>			1,771126	0,462546	5,980	159,5782	80,3642	9,7675
<i>Сравнен. (кат. Марсд.)</i>			0,03115	0,001159	0,000302	0,003	0,0345	0,0313
10 P/Tempel 2								
<i>Начальные данные</i>	1999 Сент 8,4206		1,481680	0,522817	5,470	195,0229	118,2114	11,9766
Результаты (несмещ.)	1899 Июль 29.0363	0,03579	1,388565	0,542102	5,281	185,6533	122,3261	12,6407
Отклонение (смещ.)		0,01351	0,000018	0,000005	0,000	0,0002	0,0000	0,0000
<i>Каталог Марсдена</i>			1,388620	0,542082	5,280	185,6557	122,3254	12,6403
<i>Сравнен. (кат. Марсд.)</i>		0,03579	0,000055	0,000020	0,001	0,0024	0,0007	0,0004

Из анализа отклонений в элементах орбит, вычисленных на основе возмущенных и невозмущенных начальных данных, можно сделать вывод, что, по-видимому, за наибольшие отклонения у ряда комет ответственны тесные сближения с Юпитером и малые наклонения орбиты к плоскости эклиптики.

Как видно из таблицы, наибольшее различие результатов, полученных при вычислении на основе невозмущенных начальных данных с данными каталога Марсдена, наблюдается в средней аномалии. Следует отметить, что наблюдается прямая зависимость отличий в средней аномалии с периодом обращения кометы и величиной перигелийного расстояния. Так, у кометы 2 P/Епске, обладающей наименьшим периодом из всех короткопериодических комет (3,28 лет), отклонение в средней аномалии достигает 1,48525 градуса. Это, в первую очередь, связано с тем, что данная комета имеет частые сближения с Солнцем, поэтому при исследовании ее движения наряду с гравитационными и релятивистскими силами, необходимо учитывать негравитационные эффекты (изменение массы, реактивные силы и пр.). Расхождения по другим элементам орбит не являются существенными. Кроме того, полученные невязки можно объяснить применением различных систем элементов и масс больших планет, используемых нами и рядом исследователей, на основе которых создавался каталог Марсдена.

Таким образом, на основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы. Возмущения в начальных данных элементов орбит комет не приводят к существенным отклонениям в результатах, что говорит о том, что задача устойчива к погрешностям малых смещений начальных данных. Однако изменение эксцентриситета на величину, выходящую за пределы точности начальных данных, влечет за собой изменения в элементах орбит, достигающих 55 секунд (у кометы 9 P/Tempel 1), что говорит о необходимости улучшения методов наблюдений и получения начальных данных с большей точностью, чем они имеются в настоящее время.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Заусаев А. А.* Разработка каталога короткопериодических комет на интервале времени 1900—2100 годы // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки, 2005. Вып. 34. С.40–46.
2. *Заусаев А. Ф., Заусаев А. А., Ольхин А. Г.* Оценка точности метода Эверхарта при решении уравнений движения больших планет на интервале времени 10 000 лет // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки, 2004. Вып. 30. С. 108–113.
3. *Everhart E.* Implicit single methods for integrating orbits // Celestial mechanics, 1974. No. 10. P. 35–55.
4. *Marsden B., Williams G. V.* Catalogue of Cometary Orbits 1999. 13th ed. Central Bureau for Astronomical Telegrams and Minor Planet Center, 1999.

Работа выполнена при финансовой поддержке Федерального агентства по образованию (проект РНП.2.1.1.1689).

Поступила 11.09.2006 г.