

УДК 519.22+519.6

ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПРОГРАММЫ ИЗ «APPLIED STATISTICS»

Г. В. Мартынов

ВВЕДЕНИЕ

С 1968 года журнал «Applied Statistics»* содержит раздел статистических алгоритмов. В каждом номере журнала этот раздел состоит из нескольких статей с программами для ЭВМ, дающими возможность использования на практике различных методов математической статистики. Всего по второй номер журнала за 1987 год включительно имеется 227 таких статей. Эти статьи имеют примерно одинаковую структуру. Они содержат следующие разделы: Описание и назначение; Используемые методы; Формальные параметры; Сообщения об ошибках; Используемые программы; Описание констант в программах, изменение которых может быть произведено в случае необходимости пользователем; Ограничения на параметры; Требования к разрядности используемой машины; Время вычислений; Точность вычислений; Сравнение с другими программами; Дополнительные замечания; Литература; Собственно подпрограмма или подпрограммы с комментариями. Некоторые второстепенные разделы иногда пропускаются. Правила оформления статей этой серии и программ в них содержатся в [224], [225], [226] и [185]. Они могут служить образцом и при составлении других аналогичных библиотек подпрограмм.

В то же самое время изучение рассматриваемых статей затрудняют два обстоятельства. Они не всегда содержат достаточно четкое описание назначения предлагаемых подпрограмм, а иногда такого описания нет и в работах, к которым отсылается читатель. Кроме того, часто используется различное написание идентификаторов переменных и массивов в подпрограммах и соответствующих им обозначений в формулах используемой теории. (Приведем пример удачного соответствия: x_1 и X_1).

* Journal of the Royal Statistical Society (series C). Applied Statistics, London.

Подпрограммам, содержащимся в рассматриваемых работах, помимо каких-либо имен по правилам используемого языка программирования соответствуют обозначения от AS 1 до AS 227 в порядке публикации в журнале, а в пределах одной статьи они нумеруются последовательно, как, например, в [119]: AS 125.1, AS 125.2. Большинство программ составлено на различных вариантах обычного фортрана. На языке алгол-60 написаны подпрограммы AS 1, AS 13, AS 14, AS 15, AS 16, AS 17, AS 18, AS 19, AS 23, AS 26, AS 27, AS 28, AS 29, AS 31, AS 35, AS 37, AS 38, AS 39, AS 48, AS 49, AS 56, AS 75, AS 78, AS 80, AS 81, AS 85, AS 86, AS 104, AS 153, AS 155, AS 203, AS 204, AS 227. Одна программа (AS 55) составлена на языке PL/1.

По мере публикации программ в журнале появлялись также замечания, дополнения и исправления ошибок, относящиеся к ним. В приложении 2 к обзору приведены в сокращенной форме соответствующие ссылки. Отметим также сборник [90], посвященный программам из Applied Statistics. Ссылки на статистические программы в других журналах читатель может найти и в списках литературы, содержащихся в обзоре работ.

§ 1. ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИИ

Программа AS 52 ([202], Вычисление степенных сумм отклонений от средних) последовательно вычисляет значения

$$a_n = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^r$$

при известных a_{n-1} , \bar{x}_{n-1} и новом наблюдении x_n , \bar{x}_n — выборочное среднее, r может принимать значения 1, 2, 3 и 4.

Программа AS 220 ([25], Оперативные характеристики оценок Джеймса—Стейна и Эфрона—Морриса) вычисляет математические ожидания и дисперсии указанных в заглавии оценок вектора математических ожиданий по наблюдениям вектора x с независимыми компонентами, имеющими распределения $N(\theta_i, \sigma^2)$ с возможно различными математическими ожиданиями θ_i при известной или неизвестной дисперсии σ^2 .

Программа AS 189 ([194], Оценивание по методу максимального правдоподобия параметров бета-биномиального распределения) по заданному множеству наблюдений X_1, \dots, X_m случайной величины с распределением из семейства, зависящего от параметров μ и θ и вероятностями

$$P(X_j = x) = C_{n_j}^x \frac{\prod_{r=0}^{x-1} (\mu + r\theta) \prod_{r=0}^{n_j-x-1} (1 - \mu + r\theta)}{\prod_{r=j}^{n_j-1} (1 + r\theta)},$$

где x_j — число успешных исходов в n_j испытаниях, соответствующих j -му наблюдению. Оценки μ и θ находятся итеративно.

Программа AS 68 ([227], Программа для оценивания параметров усеченного отрицательного биномиального распределения) по наблюдаемым частотам находит оценки максимального правдоподобия параметров k , $\tau = 1/(1+p)$ и вычисляет дисперсию оценки для отрицательного биномиального распределения, усеченного в нуле, с вероятностями $\tilde{P}_0 = 0$, $\tilde{P}_r = P_r / (1 - P_0)$, $r = 1, 2, \dots$, где

$$P_r = \frac{(k+r-1)!}{(k-1)!r!} \frac{p^r}{(1+p)^{k+r}}, \quad r = 0, 1, 2, \dots; \quad p, k > 0.$$

Программа AS 215 ([114], Оценивание по методу максимального правдоподобия параметров обобщенного распределения экстремальных значений) итеративно оценивает параметры ξ , α и k функции распределения

$$F(x) = \begin{cases} \exp[-\{1 - k(x - \xi)/\alpha\}^{1/k}], & k \neq 0, \\ \exp[-\exp\{-(x - \xi)/\alpha\}], & k = 0, \end{cases}$$

где $x < \xi + \alpha/k$ при $k > 0$ и $x > \xi + \alpha/k$ при $k < 0$.

Программа AS 209 ([184], Функция распределения асимметрии и эксцесса) вычисляет значения функций распределения выборочных коэффициентов асимметрии $\sqrt{b_1}$ и эксцесса b_2 по приближенным формулам. Достигается точность вычислений порядка 0,02.

Программа AS 203 ([1], Оценка максимального правдоподобия смеси распределений) для смесей

$$g = \sum_{j=1}^k \alpha_j f_j, \quad (1)$$

где f_j могут быть плотностями нормального, показательного распределения или пуассоновскими и биномиальными вероятностями, оцениваются коэффициенты α_j и математические ожидания для f_j , а в случае нормального распределения — и соответствующие дисперсии.

Программа AS 221 ([59], Оценка максимального правдоподобия смеси распределений) находит оценки параметров α_j в (1) в соответствии с EM-алгоритмом.

Программа AS 148 ([144], Метод складного ножа) исходя из правил нахождения оценки $\hat{\theta}$ некоторого параметра θ , вычисляемой

по выборке X_1, \dots, X_n или ее части программой, составляемой пользователем, вычисляет значение оценки «складного ножа» $\hat{\theta}_J$, определяемой как

$$\hat{\theta}_J = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{\theta}_{J,i},$$

где $\hat{\theta}_{J,i} = n\hat{\theta} - (n-1)\hat{\theta}_{(-i)}$, $\hat{\theta}_{(-i)}$ — оценка $\hat{\theta}$, вычисляемая по $X_1, \dots, X_{i-1}, X_{i+1}, \dots, X_n$. Такой метод позволяет уменьшить смещение оценки $\hat{\theta}$.

Программа AS 80 ([138], Сферические статистики) по взвешенным или невзвешенным наблюдениям в полярных координатах (θ_i, φ_i) , $i=1, \dots, k$, на сфере единичного радиуса Ω_3 вычисляет оценки максимального правдоподобия для среднего направления и параметра концентрации κ распределения Фишера на Ω_3 с функцией плотности

$$f(x) = \frac{1}{a(\kappa)} \exp\{\kappa \mu' x\},$$

$$a(\kappa) = (2\pi)^{3/2} I_{1/2}(\kappa) \kappa^{-1/2},$$

$\kappa > 0$, $x = (x_1, x_2, x_3) \in \Omega_3$, $\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3) \in \Omega_3$, $I_{1/2}$ — модифицированная функция Бесселя первого рода и порядка 1/2. Кроме того, вычисляются и некоторые вспомогательные характеристики.

Программа AS 81 ([139], Круговые статистики) по взвешенным наблюдениям $\theta_1, \dots, \theta_k$ на единичной окружности вычисляет оценки максимального правдоподобия для параметров положения и концентрации распределения Мизеса (см. AS 86 [141], раздел 13 настоящего обзора). Вычисляются также некоторые вспомогательные характеристики.

Программа AS 95 ([17], Оценка максимального правдоподобия параметров положения и масштаба по группированным данным) оценивает параметры μ и σ функции распределения $F((x-\mu)/\sigma)$, вычисляемой по программе пользователя.

Программа AS 216 ([208], Модели подгонки с линейной частью и дополнительными параметрами) предназначена для выполнения итераций от β к β^+ вида $A(\beta^+ - \beta) = -\partial \log L(\beta) / \partial \beta$, где L — функция правдоподобия, а A — положительно полуопределенная матрица, аппроксимирующая матрицу вторых производных функции правдоподобия.

Программа AS 180 ([101], Линейное оценивание стандартного отклонения по симметрично усеченной нормальной выборке) по выборке из нормального распределения объема n , усеченной симметрично сверху и снизу так, что остаются только k наблюдений x_1, \dots, x_k , вычисляется оценка

$$D = b_{k/n} \sum_{i=1}^k (2i - k - 1) x_i / (k(k-0,5)),$$

где $b_{k/n}$ — множитель, устраняющий смещение.

Программа AS 138 ([222], Оценка максимального правдоподобия для ограниченных и цензурированных нормальных данных) находит оценки математического ожидания и дисперсии нормального распределения в предположении, что наблюдения y_1, \dots, y_n заключены в границах $L_i \leq y_i \leq U_i$ и распределены по множествам четырех видов: $A = \{y_i | L_i = U_i \neq \infty\}$, $B = \{y_i | U_i > L_i = -\infty\}$, $C = \{y_i | L_i < U_i = \infty\}$, $D = \{y_i | L_i < U_i, L_i \neq -\infty, U_i \neq \infty\}$. Оценивание производится в соответствии с EM-алгоритмом.

Программа AS 16 ([210], Оценки максимального правдоподобия по группированным и цензурированным нормальным данным) предназначена для решения примерно такой же задачи, что и AS 138.

Программа AS 139 ([223], Оценки максимального правдоподобия в линейной модели для ограниченных и цензурированных нормальных данных) в отличие от AS 138 в качестве входных данных использует цензурированные наблюдения нормально распределенных случайных величин с возможно меняющимся значением математического ожидания

$$\mu_i = \sum_{j=1}^m x_{ij} \alpha_j, \quad j = 1, \dots, m,$$

но постоянной дисперсией. Для получения оценок α_j и дисперсии производятся итерации в соответствии с EM-алгоритмом.

Программа AS 125 ([119], Оценка максимального правдоподобия для цензурированных показательных данных о долговечности с ковариатами) итеративно вычисляет оценки параметров в следующей модели. Предполагается, что время до отказа изделия имеет показательное распределение с параметром λ , зависящим от ковариат $\mathbf{Z} = (Z_1, \dots, Z_M)'$ следующим образом:

$$\lambda = \lambda(\mathbf{Z}) = \exp(\alpha + \beta \mathbf{Z}), \quad \beta = (\beta_1, \dots, \beta_M).$$

Оцениваются параметры (α, β) , причем наблюдаются величины $(U_i, \alpha_i, \mathbf{Z}^{(i)})$, где U_i — время наблюдения, $\alpha_i = 1$, если имел место отказ, $\alpha_i = 0$, если наблюдения прервались до отказа изделия, и $\mathbf{Z}^{(i)}$ — значение вектора ковариат, связанных с i -м изделием.

Программа AS 99 ([110], Подгонка кривых Джонсона по методу моментов) производит аппроксимацию неизвестного распределения наблюдаемой случайной величины распределением случайной величины x , принадлежащей одному из трех параметрических семейств Джонсона, определяемых преобразованиями:

- 1) $z = \gamma + \delta \ln(x - \xi), \quad \xi < x;$
- 2) $z = \gamma + \delta \operatorname{sh}^{-1}((x - \xi)/\lambda);$
- 3) $z = \gamma + \delta \ln((x - \xi)/(\xi + \lambda - x)), \quad \xi < x < \xi + \lambda.$

Здесь z — случайная величина, имеющая стандартное нормальное распределение. Параметры γ , δ , λ и ξ оцениваются по первым четырем моментам, являющимся входными параметрами программы.

С этой программой связана программа AS 100 ([109], Преобразования нормального распределения к распределению из семейства Джонсона и обратно), производящая преобразование случайных величин, принадлежащих одной из трех систем Джонсона с заданными параметрами к стандартной нормальной случайной величине и наоборот.

Программа AS 210 ([7], Подгонка пятипараметрического семейства кривых S_B Джонсона по методу моментов) оценивает параметры γ , δ и α или только параметры γ и δ при $\alpha=0$ распределения случайной величины X такой, что преобразованная случайная величина $Z = \gamma + \delta \ln(Y^{1/\alpha}/(1-Y^{1/\alpha}))$, где $Y = (X - \xi)/\lambda$, $\xi < X < \xi + \lambda$, а величины ξ и λ известны, имеет стандартное нормальное распределение. В качестве исходных данных используются три первых момента X .

Программа AS 208 ([6], Подгонка многомерного логистического нормального распределения методом моментов) оценивает параметры распределения случайного вектора (X_1, X_2) такого, что вектор (U_1, U_2) , где $U_i = \ln(X_i/(1-X_1-X_2))$, $i=1, 2$, имеет двумерное нормальное распределение. Пять параметров этого распределения находятся по выборочным моментам первого и второго порядка.

Программа AS 192 ([57], Приближенные процентные точки на основе кривых Пирсона) находит приближенные процентные точки для эмпирических распределений или для распределений, точные вычисления с которыми затруднительны, путем их аппроксимации распределениями из семейства Пирсона по четырем первым моментам.

§ 2. ДОВЕРИТЕЛЬНЫЕ И ТОЛЕРАНТНЫЕ ИНТЕРВАЛЫ

Программа AS 214 ([33], Вычисление доверительных интервалов по методу Монте-Карло) использует в качестве входных параметров значение оценки, полученное по наблюдениям, и n результатов моделирования этой оценки в соответствии с бутстреп-методом (при замене реальной функции распределения эмпирической). По этим данным и определяется доверительный интервал.

Программа AS 101 ([155], Непараметрические доверительные интервалы) вычисляет непараметрическими методами доверительные интервалы для медианы по одной выборке, для разности медиан по двум выборкам, разности параметров сдвига и отношения параметров масштаба в двух выборках.

Доверительные интервалы находятся с использованием критериев Вилкоксона, знаков и критерия ранговых сумм.

Программа AS 124 ([158], Объем выборки для односторонних и строгих доверительных непараметрических толерантных пределов) находит объем выборки такой, что с вероятностью β вероятности полуинтервалов ниже минимального или выше максимального значения в выборке по одному или вместе были не меньше заданных.

Программа AS 92 ([31], Объем выборки для непараметрических толерантных интервалов) по n независимым одинаково распределенным наблюдениям определяет насколько велико должно быть значение n , чтобы с вероятностью, не меньшей β , интервал между наибольшим и наименьшим наблюдениями имел вероятность в соответствии с исходным распределением не меньшую, чем α .

§ 3. НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ

Программа AS 202 ([212], Непараметрическое оценивание функции интенсивности отказов) предназначена для выбора вектора $\theta = (\alpha, \beta, k)$ в ядерной оценке функции интенсивности отказов

$$\hat{\lambda}_T(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{n-i+1} \frac{1}{\alpha d_{ik}} K\left(\frac{y-y_{(j)}}{\beta d_{ik}}\right),$$

где $y_{(i)}$ — i -е наибольшее наблюдение, δ_i — индикатор цензурирования, K — ядро, d_{ik} — расстояние между $y_{(i)}$ и k -м ближайшим наблюдением.

Программа AS 176 ([193], Ядерная оценка плотности, использующая быстрое преобразование Фурье) по наблюдениям X_1, \dots, X_n некоторой случайной величины вычисляет таблицу оценки ее функции плотности

$$f_n(x) = n^{-1} h^{-1} \sum_{j=1}^n K\{h^{-1}(x - X_j)\}.$$

Ядро K выбирается гауссовым, ширина окна $h > 0$ определяется пользователем. Используется программа быстрого преобразования Фурье AS 97 [152].

Программа AS 119 ([123], Табулирование разреженного совместного распределения частот) может быть использована при подсчете частот попадания в классы многокомпонентных наблюдений в случае, когда ожидается разреженная таблица частот. Поэтому программа находит только ненулевые частоты, которые связывает с одним из наблюдений, попавших в соответствующие ячейки. Проводится также упорядочивание полученных частот.

Этой программе аналогична программа AS 131 ([124], Табулирование частот распределений для переменных со структурными кодами), которая заносит отдельные наблюдения и связанные с ними частоты в упорядоченные хешированные таблицы. Это позволяет уменьшить объем используемой памяти по сравнению с AS 119.

Более общий алгоритм (алгоритм Адельсона—Вельского и Ландиса) для решения такой задачи используется в программе AS 219 ([60], Сбалансированные по высоте деревья).

Программа AS 188 ([113], Оценивание порядка зависимости в последовательности) имеет следующее назначение. Пусть S — конечное множество k возможных состояний. Рассматриваются последовательности n элементов из S , образующие стационарный случайный процесс. Множество таких последовательностей обозначим S^n . Пусть P — вероятности событий из S^n . Средней неопределенностью в S^n называются величины $A_0=0$,

$$A_n = - \sum_{x \in S^n} P(x) \log_2 P(x), \quad n=1, 2, \dots$$

По оцененным значениям A_n и значениям условной неопределенности, определяемой через A_n , программа определяет порядок зависимости последовательности.

Программа AS 48 ([171], Функция неопределенности для бинарной последовательности) по последовательности бинарных данных вычисляет частоты всех подпоследовательностей с одинаковыми длинами m , меньшими заданной максимальной, и находит функцию неопределенности $U_m = I_m - I_{m-1}$, где

$$I_m = - \sum_{i \leq m} p_i \log_2 p_i \quad \text{при } m > 0,$$

$I_m = 0$ при $m = 0$, p_i — доля подпоследовательностей с длиной i .

Программа AS 49 ([172], Автокорреляционная функция для бинарных последовательностей) для последовательностей из двух символов вычисляет коэффициент корреляции

$$\varphi = (ad - bc) / \sqrt{efgh}.$$

Здесь a и d — числа пар с одинаковыми символами первого и второго рода соответственно, b и c — числа двух возможных пар различных символов, $e = a + b$, $f = c + d$, $g = a + c$, $h = b + d$. При этом, рассматриваются все пары с символами, отстоящими на m позиций.

§ 4. ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ

Программа AS 85 ([34], Критические значения критерия знаков) предназначена для вычисления точных нижних критических уровней критерия знаков при одном из заданных уров-

ней значимости 0,9; 0,95; 0,99; 0,995; 0,999, для объемов выборки $N \leq 2000$. Вычисления проводятся по одной из 10 приближенных формул вида

$$A_0 + A_1/N + A_2/\sqrt{N}$$

в зависимости от N и уровня значимости. Точность этих формул меньше, чем 0,5. Поэтому, после округления получается точное значение.

Программа AS 54 ([168], Частоты распределения статистики S Кендалла) вычисляет коэффициенты производящей функции

$$f(t) = \left[\prod_{i=1}^N (t^i - t^{-i}) \right] / \prod_{i=1}^L \prod_{j=1}^{m_i} (t^j - t^{-j}),$$

являющиеся вероятностями значений статистики Кендалла

$$S = \sum_{i < j} \delta(r_j - r_i) \delta(s_j - s_i).$$

Здесь $\delta(x) = 1$ при $x > 0$, $\delta(x) = 0$ при $x = 0$ и $\delta(x) = -1$ при $x < 0$, а r_1, \dots, r_N и s_1, \dots, s_N — две ранжировки N объектов, причем во второй ранжировке имеются L групп одинаковых значений с объемами m_i , $i = 1, \dots, L$.

Программа AS 71 ([20], Вероятности на верхнем хвосте статистики Кендалла тау) вычисляет вероятности значений, принимаемых статистикой S в случае отсутствия совпадений в ранжировках ($m_i = 1$ в программе AS 54).

Программа AS 89 ([21], Вероятности на верхнем хвосте распределения статистики Спирмена ро) вычисляет вероятность того, что статистика S при нулевой гипотезе превзойдет заданный уровень. S определяется так:

$$S = \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2,$$

где x_1, \dots, x_n и y_1, \dots, y_n — две ранжировки n объектов. Статистика ρ Спирмена выражается через S так: $\rho = 1 - 6S/(n^3 - n)$. При $n < 7$ вычисления проводятся точно, а при $n \geq 7$ используется разложение Эджворта.

Программа AS 157 ([89], Критерии восходящих и нисходящих серий) предназначена для проверки случайности последовательности чисел длины n . Используется определение статистики, предложенное Кнутом. Отмечается, что статистика, используемая в программе AS 29 ([63], Критерий восходящих и нисходящих серий) с аналогичным назначением, некорректна.

Программа AS 93 ([62], Генератор нулевого распределения статистики W Ансари—Брэдли) вычисляет при нулевой гипотезе вероятности $f(W, n, m)$ значений, принимаемых ранговой

статистикой Ансари — Брэдли, применяемой для проверки гипотезы о равенстве дисперсий в двух выборках с объемами n и m с известными математическими ожиданиями. Вычисления основаны на рекуррентных формулах.

Программа AS 56 ([170], Проверка перестановочной значимости) вычисляет значения логранговых меток для последовательности цензурированных справа наблюдений T_1, \dots, T_n , а затем значения сумм этих меток для случайно выбранных подмножеств из них. Такие суммы используются в качестве статистик для проверки гипотезы однородности. Логранговые метки для наблюдения T_i выражаются через величины

$$e_i = \sum_{j < i} d_j / \sum_{k > j} (c_k + d_k),$$

где c_i и d_i — числа всех наблюдений случайной величины и наблюдений, цензурированных до момента T_i .

Программа AS 90 ([24], Односторонний многомерный вывод) вычисляет вероятности выполнения неравенства

$$x' \beta \leq x' \hat{\beta} + cS(x' Bx)^{1/2}, \quad (2)$$

где x — вектор размера N с положительными координатами, $\hat{\beta} \sim N(\beta, B\sigma^2)$, mS^2/σ^2 имеет распределение χ^2 с m степенями свободы, B — матрица $N \times N$. Возможно также вычисление уровня значимости статистики Бартоломью для проверки гипотез о векторе средних при альтернативе упорядоченности его компонент. Значение N может быть равным только двум или трем.

Программа AS 122 ([26], Веса для одностороннего многомерного вывода) предназначена для решения той же задачи, что и программа AS 90, но при $2 \leq N \leq 10$. Вычисляются веса Q_j в формуле

$$\sum_{j=0}^N Q_j I_{c^2/(m+c^2)} \left(\frac{1}{2} j, \frac{1}{2} m \right)$$

для вероятности неравенства (2), где $I_x(a, b)$ — неполная бета-функция.

Программа AS 174 ([191], Многомерные многовыборочные непараметрические критерии) вычисляет статистики многомерных многовыборочных критериев, основанные на ранговых суммах или медианах. Например, для первого критерия вычисляется статистика

$$L_N = \sum_{i=1}^N N_i (r_i - \bar{r}_i)' V^{-1} (r_i - \bar{r}_i),$$

где N — число популяций, N_i — объем выборки из i -й популяции,

$r_i = \{r_{ij}\}$, $r_{ij} = \sum_{k=1}^{N_i} r_{ijk} / N_i$, $j = 1, \dots, P$, r_{ijk} — ранг j -го отклика в k -м многомерном наблюдении из i -й популяции, $\bar{r}_i = \{\bar{r}_{ij}\}$,

$$r_{.j} = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{N_i} r_{ijk} / \sum_{i=1}^N N_i$$

V — дисперсионная матрица, построенная по рангам. Статистика медианного критерия имеет сходную структуру.

Программа AS 201 ([134], Комбинированный критерий значимости для разностей между условным и обычным предсказанием) используется в следующей ситуации. Пусть имеется критерий T для проверки некоторой гипотезы H_0 против сложной альтернативы. В предположении, что имеется дополнительная информация об альтернативах, выражающаяся в конечном числе предположений с соответствующими вероятностями, вычисляется распределение некоторого комбинированного критерия.

Программа AS 31 ([106], Оперативные характеристики и средний объем выборки для последовательных биномиальных планов) находит вероятность принятия гипотезы о годности партии изделий при случайном последовательном выборе изделий на испытания, средний объем выборки, необходимый для принятия решения, и оценивает среднее число неисправных изделий. Предполагается, что границы области продолжения испытаний постоянны.

Программа AS 67 ([149], Вычисление вероятностей поглощения в последовательном биномиальном планировании) в отличие от программы AS 31 производит вычисление вероятностей поглощения на границах на i -м шаге в предположении, что верхняя и нижняя границы задаются последовательностями $\{h_i\}$ и $\{l_i\}$.

Программа AS 107 ([128], Оперативные характеристики и средний объем выборки для общего класса последовательных выборочных планов) вычисляет оперативные характеристики и средний объем выборки в следующей задаче. Пусть последовательно поступают независимые наблюдения x_1, x_2, \dots случайной величины X , которая может принимать значения из некоторого множества $V = \{v_1, v_2, \dots, v_{n_x}\}$, n_x — число возможных различных значений X . Значения из V случайная величина X принимает с вероятностями

$$p(x|\theta) = \begin{cases} \exp\{A(x) + B(\theta) + U(x)\phi(\theta)\}, & x \in V, \\ 0, & x \notin V. \end{cases}$$

Решающее правило выбирает одну из гипотез d_1, \dots, d_m относительно θ следующим образом. На n -м шаге вычисляется

значение достаточной статистики $t = \sum_{i=1}^n U(x_i)$. Затем при заданных граничных значениях $b_{1U}^{(n)}, b_{2L}^{(n)}, \dots, b_{(n-1)U}^{(n)}, b_{mL}^{(n)}$ принимается решение d_1 , если $t \leq b_{1U}^{(n)}$, и процедура заканчивается. Если $b_{1U}^{(n)} < t < b_{2L}^{(n)}$, то процедура продолжается. При $b_{2L}^{(n)} \leq t \leq b_{2U}^{(n)}$ процедура прекращается и принимается решение d_2 , и т. д. При $b_{mL}^{(n)} \leq t$ процедура оканчивается и принимается решение d_m .

Программа AS 35 ([111], Вероятности, определяемые для конечных популяций) подсчитывает число различных подмножеств из n элементов в последовательности m целых чисел, сумма которой не меньше заданного целого числа p . Эта задача возникает при исследовании ряда непараметрических критериев.

Программа AS 55 ([165], Обобщенная U -статистика Манна — Уитни) вычисляет вероятности значений, принимаемых статистикой

$$S = \sum_{r=2}^k U_r,$$

вычисляемой по k выборкам, причем, U_r — двухвыборочная статистика Манна — Уитни, определяемая по выборкам с номерами r и $r-1$. Статистика U_r определяется как число всевозможных пар, составленных из наблюдений этих выборок, в которых наблюдения из первой выборки меньше наблюдений из второй.

Программа AS 62 ([61], Генератор выборочного распределения U -статистики Манна — Уитни) вычисляет вероятности значений, принимаемых двухвыборочной U -статистикой Манна — Уитни (см. программу AS 55). Программа может использоваться при решении этой задачи вместо программ AS 35 и AS 55.

Программа AS 158 ([52], Вычисление вероятностей $\{P(l, k)\}$ для альтернатив с простым упорядочением) вычисляет вероятности $P(l, k)$, $l=1, \dots, k$, $k \leq 10$, являющиеся коэффициентами во взвешенной сумме неполных бета-функций, дающей распределение статистики Бартоломью, предназначенной для проверки гипотезы однородности нормальной выборки против альтернатив упорядоченности математических ожиданий наблюдений в ней.

Программа AS 198 ([174], Вероятности уровней для выводов при альтернативах упорядоченности) вычисляет вероятности $P(l, k)$ (см. программу AS 158) при значениях $k \leq 20$.

Программа AS 181 ([183], W -критерий нормальности) по наблюдениям $y_{(1)} \leq y_{(2)} \leq \dots \leq y_{(n)}$ нормально распределенной случайной величины с неизвестными параметрами вычисляет значение статистики Шапиро — Уилка

$$W = \left[\sum_{i=1}^n a_i y_{(i)} \right]^2 / \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2,$$

где $a = m'V^{-1}[(m'V^{-1})(V^{-1}m)]^{-1/2}$, m — вектор математических ожиданий порядковых статистик для стандартной нормально распределенной случайной величины, V — их ковариационная матрица. Вычисляется также соответствующий уровень значимости. Для этого используется преобразование $Z = (1 - W)^\lambda$, приводящее статистику W к приближенно нормально распределенной случайной величине.

Программа AS 50 ([216], Критерии согласия для одновершинных кривых против двухвершинных) проверяет гипотезу о том, что последовательность z_1, \dots, z_k является последовательностью наблюдений случайных величин, имеющих биномиальные распределения с параметрами $f(\alpha, x_j)$, $j = 1, \dots, k$, при альтернативе, что эти параметры есть $g(\beta, x_j)$, $j = 1, \dots, k$. Предполагается, что

$$f(\alpha, x_j) = 1 - e^{-\alpha x_j},$$

$$g(\beta, x_j) = 1 - e^{-\beta x_j} - \beta x_j e^{-\beta x_j},$$

причем параметры α и β неизвестны, величины x_j (дозы воздействий) известны. Программа оценивает значения параметров α и β и вычисляет значение статистики отношения правдоподобия, а также статистику χ^2 для каждой модели.

Программа AS 217 ([96], Вычисление статистики отклонения в критерии унимодальности) вычисляет статистику критерия унимодальности функции плотности, минимизирующую супремум разности между эмпирической функцией распределения и унимодальным распределением среди всех таких распределений. Оценивается также интервал, в котором расположена мода распределения. Критические уровни предлагается выбирать, исходя из наилучшего распределения статистики при H_0 , когда истинное распределение равномерное. Приводятся таблицы соответствующей функции распределения, полученные методом Монте-Карло.

Программа AS 196 ([117], Условный многомерный логистический анализ в стратифицированной модели болен — здоров) относится к следующей модели. Рассматриваются s слоев, и к k -му слою относятся n_k больных и m_k здоровых пациентов, $k = 1, \dots, s$. С j -м пациентом из k -го слоя ассоциируются s величин x_{1jk}, \dots, x_{sjk} . Имеет место логистическая модель, в которой вероятность того, что пациент болен, есть

$$p_k(x_{.jk}) = \exp \left\{ a_k + \sum_i b_i x_{ijk} \right\} / \left[1 + \exp \left\{ a_k + \sum_i b_i x_{ijk} \right\} \right],$$

где a_k и b_i — параметры. Программа вычисляет оценки параметров $\{b_i\}$ по методу максимального правдоподобия, а также

статистику отношения правдоподобия и статистику Рао для проверки гипотез относительно $\{b_i\}$. Эта программа аналогична программе AS 162 ([195], Многомерный условный логистический анализ стратифицированной модели болен — здоров), но быстрее ее.

Программа AS 77 ([217], Распределение статистики наибольшего собственного значения при нулевой гипотезе) вычисляет значение функции распределения наибольшего собственного значения матрицы $S_1(S_1+S_2)^{-1}$, где S_1 и S_2 — независимые случайные матрицы, имеющие распределение Уишарта. Вычисления основываются на конечном ряде Катри, дающем это распределение.

Программа AS 199 ([176], Алгоритм ветвей и границ для определения оптимального подмножества признаков заданного объема) находит наилучшее подмножество из m случайных величин среди n . При этом максимизируется $X'_m S_m^{-1} X_m$, где X_m — вектор выбираемого подмножества, S_m — положительно определенная матрица размера $m \times m$.

Программа AS 171 ([75], Точный дисперсионный критерий Фишера для пуассоновского распределения) вычисляет условную вероятность

$$P(f_0, f_1, \dots | T) = T! n! (n^T (f_0! f_1! \dots) ((2!)^{f_2} (3!)^{f_3} \dots))^{-1},$$

где f_j — частота появления j в выборке $\{y_i\}$ из n наблюдений пуассоновской случайной величины, $T = y_1 + \dots + y_n$. Вычисляемая вероятность связана с «точным» критерием Фишера однородности наблюдений.

§ 5. ТАБЛИЦЫ СОПРЯЖЕННОСТИ ПРИЗНАКОВ

Программа AS 51 ([92], Подгонка таблиц сопряженности признаков к логлинейной модели) итеративно оценивает вероятности в таблице сопряженности признаков размера $r_1 \times \dots \times r_d$ по частотам n_{i_1, \dots, i_d} в предположении, что имеет место модель, в соответствии с которой логарифмы математических ожиданий m_{i_1, \dots, i_d} частот имеют вид

$$\vartheta_0 + \sum_{k=1}^l \vartheta_{\{i_j: j \in B_k\}}^{B_k},$$

где B_k — непустое подмножество множества $\{1, \dots, d\}$. Величины $\vartheta_{\{i_j: j \in B_k\}}^{B_k}$ удовлетворяют стандартным ограничениям.

Программа AS 87 ([143], Вычисление полихорических оценок в таблицах сопряженности признаков) для таблиц размера $M \times N$ вычисляет полихорическую оценку коэффициента корреляции путем решения полиномиального уравнения.

Программа AS 116 ([32], Тетрахорическая корреляция и ее асимптотическая стандартная ошибка) по таблице частот 2×2

$$\frac{\begin{array}{cc|c} a & b & a+b \\ c & d & c+d \\ \hline a+c & b+d & N \end{array}}{}$$

находит тетрахорический коэффициент корреляции из уравнения $a/N = \Phi_2(z_1, z_2; r)$, где Φ_2 — функция двумерного нормального распределения, $z_1 = \Phi^{-1}\{(a+c)/N\}$, $z_2 = \Phi^{-1}\{(a+b)/N\}$, Φ — функция стандартного одномерного нормального распределения. Находятся также ошибки, связанные с округлением.

Программа AS 114 ([122], Вычисление числителя порядковых мер связи для данных об упорядочении) для таблицы $\{F_{ij}\}$ с R строками и C столбцами вычисляет числитель, общий для ряда статистик, характеризующий меру зависимости двух признаков. Это

$$\sum_{i=2}^R \sum_{j=2}^C F_{ij} \sum_{k=1}^{i-1} \sum_{l=1}^{j-1} F_{kl} - \sum_{i=2}^R \sum_{j=1}^{C-1} F_{ij} \sum_{k=1}^{i-1} \sum_{l=j+1}^C F_{kl}.$$

Программа AS 36 ([215], Точные доверительные пределы для отношения шансов в таблице 2×2) находит односторонние и двусторонние доверительные интервалы для отношения

$$\psi = (p_1 q_2) / (p_2 q_1)$$

по двум независимым выборкам из биномиальных популяций с неизвестными вероятностями положительных исходов p_1 и p_2 .

Программа AS 115 ([12], Точные двусторонние доверительные пределы для отношения шансов) дает более узкие доверительные пределы для ψ , чем программа AS 36.

Программа AS 185 ([129], Автоматический выбор модели в таблицах сопряженности признаков) находит наилучшую логлинейную иерархическую модель в многомерных таблицах сопряженности признаков с использованием процедуры обратного исключения.

Программа AS 160 ([133], Частичная и маргинальная связь в многомерных таблицах сопряженности признаков) проверяет гипотезы о частичном и маргинальном k -факторном взаимодействии в таблицах сопряженности признаков, описываемых логлинейными моделями.

Программа AS 129 ([35], Функция мощности «точного» критерия для сравнения двух биномиальных популяций) вычисляет функцию мощности критерия для проверки гипотезы о равенстве параметров двух биномиальных распределений, а также вероятности ошибок первого и второго рода.

Программа AS 161 ([145], Критические области безусловного нерандомизированного критерия однородности в таблицах сопряженности признаков 2×2) по независимым выборкам

объемов N_1 и N_2 из двух биномиальных случайных величин с неизвестными параметрами p_1 и p_2 и числами «успехов» в них X_1 и X_2 , соответственно, находит критические области указанного в заглавии критерия для проверки гипотезы $H_0: p_1 = p_2$ против односторонних и двусторонних альтернатив. Используемый критерий отличен от «точного» критерия Фишера и от равномерно наиболее мощного несмещенного критерия для проверки рассматриваемой гипотезы.

Программа AS 112 ([8], Точные распределения, выводимые для двухвходовых таблиц) вычисляет распределение статистики χ^2 для таблицы сопряженности признаков при заданных суммах по строкам и столбцам или по общей сумме.

Программа AS 144 ([28], Случайная $R \times C$ -таблица с заданными суммами по строкам и столбцам) генерирует таблицу сопряженности признаков $\{a_{ij}\}$ с R строками и C столбцами и заданными значениями $a_{i.}$, $1 \leq i \leq R$, $a_{.j}$, $1 \leq j \leq C$. При этом, каждая возможная таблица выбирается с вероятностью

$$p = \prod_{i=1}^R a_{i.}! \prod_{j=1}^C a_{.j}! / n! \prod_{i,j} a_{ij}!,$$

где $n = \sum_{i,j} a_{ij}$.

Программа AS 159 ([169], Эффективный метод генерации случайных $R \times C$ -таблиц с заданными суммами по строкам и столбцам) предназначена для решения той же задачи, что и программа AS 144, но при больших значениях n . Она обладает также большим быстродействием.

Программа AS 205 ([188], Перечисление $R \times C$ -таблиц с повторяющимися суммами по строкам) при заданных суммах по строкам и столбцам в двухвходовых таблицах сопряженности признаков последовательно находит все возможные таблицы с такими суммами. В случае, если некоторые суммы по строкам одинаковы, находится только одна из возможных таблиц, отличающихся только перестановками строк. Вычисляется число таких таблиц и их гипергеометрическая вероятность.

§ 6. РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

Программа AS 79 ([65], Регрессия Грама — Шмидта) реализует метод наименьших квадратов для линейной регрессионной модели

$$y = X\beta + u, \quad Eu = 0, \quad Euu' = \sigma^2 I_n,$$

y — n -вектор наблюдений, X — $n \times k$ -матрица плана, β — k -вектор параметров, u — n -вектор ошибок. Оценивание вектора β производится с использованием ортогонализации матрицы X .

Программа AS 46 ([44], Ортогонализация Грама — Шмидта) по модифицированному методу Грама — Шмидта находит ортогональный базис в векторном пространстве. Другими словами, для матрицы X размера $N \times M$ находится матрица V размера $N \times M$, матрицы C и D размера $M \times M$ такие, что $X = VC$, $V'V = D$, D — диагональная матрица, C — верхняя треугольная матрица с единичными элементами на диагонали.

Программа AS 141 ([116], Обращение симметричной матрицы в регрессионной модели) по матрицам $X'X$ или $(X'X)^{-1}$, возникающим в регрессионных задачах, находит матрицу $(W'W)^{-1}$, где W — матрица, получаемая из X исключением части строк и столбцов (исключении части регрессоров в регрессионной модели).

Программа AS 104 ([66], BLUS-оценки ошибок) получает наилучшую (в смысле минимальной дисперсии) линейную несмещенную оценку ошибки ε в линейной модели $y = X\beta + \varepsilon$, $E\varepsilon = 0$, $E\varepsilon\varepsilon' = \sigma^2 I_n$, X — $n \times k$ -матрица полного ранга, в классе оценок с ковариационной матрицей вида $\sigma^2 I$. Такая оценка предложена Тэйлом:

$$\bar{\varepsilon}_1 = \hat{\varepsilon}_1 - X_1 X_0^{-1} \left[\sum_{j=1}^h \frac{d_j}{1+d_j} q_j q_j' \right] \hat{\varepsilon}_0,$$

где $X = \begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \end{bmatrix}$, $\hat{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \hat{\varepsilon}_0 \\ \hat{\varepsilon}_1 \end{bmatrix}$, X_0 — несингулярная матрица размера $k \times k$, $\hat{\varepsilon}$ — оценка наименьших квадратов для ε , $\hat{\varepsilon}_0$ — k -вектор, матрица $X_0(X'X_0)^{-1}X_0'$ представляется в виде QD^2Q' , где Q — ортонормированная матрица размера $k \times k$ с j -м столбцом q_j , D^2 — диагональная матрица с j -м диагональным элементом d_j^2 .

Программа AS 223 ([125], Оптимальный выбор параметра в гребневой регрессии) находит оптимальное значение параметра k для гребневой оценки

$$\beta^*(k) = (X'X + kI)^{-1}X'y$$

параметра β в модели $y = X\beta + \varepsilon$. Параметр k выбирается или с целью минимизации среднеквадратичной ошибки оценки $M_1(\beta^*) = E(\beta^* - \beta)'(\beta^* - \beta)$, или с целью минимизации среднеквадратичной ошибки предсказания

$$M_2(\beta^*) = E(\beta^* - \beta)'X'X(\beta^* - \beta).$$

Программа AS 75 ([81], Основные процедуры для метода наименьших квадратов в линейных задачах с полными, разреженными или взвешенными данными) состоит из нескольких подпрограмм, предназначенных для решения указанных в заглавии задач.

Программа AS 163 ([42], Алгоритм Гивенса для перехода от одной линейной модели к другой без нового обращения к

данным) позволяет снова приводить к верхнему треугольному виду матрицу U , являющуюся верхним треугольным корнем из матрицы $X'X$, возникающей в регрессионном анализе, в случае, если в ней переставлены местами столбцы с номерами i и $i+1$. Кроме того, возможно рекуррентное вычисление матрицы U при добавлении новой строки (добавление новых данных) в X .

Программа AS 164 ([204], Метод наименьших квадратов при линейных ограничениях) находит оценку вектора параметров β размера p в модели $y = X\beta + \varepsilon$, $\varepsilon \sim N(0, W^{-1}\sigma^2)$, W — диагональная матрица, при ограничениях вида $R\beta = r$, R — матрица размера $q \times p$. Используемый алгоритм является модификацией алгоритма Гивенса.

Программа AS 38 ([78], Выбор наилучшего подмножества) производит систематический перебор всех возможных подмоделей регрессионной модели с k регрессорами с целью нахождения подмножества с наибольшим коэффициентом множественной корреляции.

Программа AS 142 ([14], Точные критерии значимости в бинарных регрессионных моделях) вычисляет значения функции распределения некоторой условной статистики, используемой для проверки гипотезы о равенстве нулю параметров β_1, \dots, β_p по наблюдениям Y_1, \dots, Y_n бинарной случайной величины, удовлетворяющей модели Кокса

$$P(Y_i = 1) = \exp\left(\sum_{j=1}^p x_{ij}\beta_j\right) / \left(1 + \exp\sum_{j=1}^p x_{ij}\beta_j\right),$$

$i = 1, \dots, n$, $\{x_{ij}\}$ известны.

Программа AS 207 ([91], Подгонка общей лог-линейной модели) для одномерной последовательности данных x_1, \dots, x_I , соответствующей, возможно, многомерной, находит параметры $\theta_1, \dots, \theta_K$ путем подгонки к ней модели

$$\log E(x_i) = \sum_{k=1}^K c_{ik}\theta_k, \quad i = 1, \dots, I,$$

коэффициенты c_{ik} известны. При этом предполагается, что наблюдателю доступны величины

$$y_j = \sum_{i \in A_j} x_i, \quad j = 1, \dots, J.$$

Здесь $A = \cup A_j$, A_j попарно не пересекаются.

Программа AS 212 ([207], Подгонка экспоненциальных кривых по методу наименьших квадратов) производит оценку параметров α_0 , α_1 и λ в модели $E[Y|X=x] = \alpha_0 + \alpha_1 e^{\lambda x}$ по парам наблюдений (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, n$. Для более устойчивой оценки параметров при значениях λ , близких к нулю, модель преобразуется к виду

$$E[Y|X=x] = \gamma_0 + \gamma_1(e^{\lambda x} - 1)/\lambda.$$

Программа AS 222 ([94], Устойчивое сглаживание, использующее быстрое преобразование Фурье) по последовательности наблюдений $\{(X_j, Y_j), j=1, \dots, n\}$ вычисляет сглаженный вариант

$$r_n(x) = r_n^*(x) + \frac{n^{-1}h^{-1} \sum_{j=1}^n K(h^{-1}(x-X_j)) \psi(\text{res}_j)}{n^{-1}h^{-1} \sum_{j=1}^n K(h^{-1}(x-X_j)) \psi'(\text{res}_j)}$$

оценки Надарая — Ватсона

$$r_n^*(x) = \frac{n^{-1}h^{-1} \sum_{j=1}^n K(h^{-1}(x-X_j)) Y_j}{n^{-1}h^{-1} \sum_{j=1}^n K(h^{-1}(x-X_j))}$$

для линии регрессии. K — гауссовское ядро, $\text{res}_j = Y_j - r_n^*(X_j)$, $\psi(u) = \max\{-c, \min\{u, c\}\}$, $c > 0$. Сглаженная оценка более устойчива к выбросам.

Программа AS 149 ([51], Объединение средних в случае простого упорядочения) по множеству наблюдений функции с заданными весами оценивает соответствующую изотонную функцию регрессии. Используется алгоритм Краскела.

Программа AS 206 ([30], Изотонная регрессия двух независимых величин) минимизирует по $g \in K$ сумму

$$\sum_{i,j} (g_{ij} - x_{ij})^2 w_{ij},$$

где x_{ij} — первоначальная двумерная таблица, w_{ij} — неотрицательные веса, K — класс двумерных таблиц $\{g_{ij}\}$ такой, что $g_{ij} < g_{kl}$, если $i \leq k$ и $j \leq l$.

Программа AS 110 ([203], Подгонка прямой линии в L_p -норме) производит оценивание параметров в линейной модели

$$y = \alpha + \beta x + \varepsilon,$$

где ε — ошибки наблюдений, в соответствии с критерием минимума

$$\sum_{i=1}^n |y_i - \alpha - \beta x_i|^p.$$

Предполагается, что $p \in [1, 2]$. Оценки параметров находятся с помощью некоторой итеративной процедуры.

Программа AS 132 ([4], Оценки наименьших абсолютных значений для простой линейной регрессионной задачи) нахо-

дит значения α и β , при которых минимальна сумма

$$\sum_{i=1}^n |y_i - \alpha - x_i \beta|$$

при заданных (x_i, y_i) , $i=1, \dots, n$. Минимизация производится по алгоритму, предложенному Барродалом и Робертсом. Эта программа имеет большее быстроедействие, чем программа AS 74 ([187], Подгонка к прямой линии по норме в L_1), реализующая метод, разработанный Эджвортом в 1888 году.

Программа AS 108 ([157], Множественная линейная регрессия с минимальной суммой абсолютных отклонений) предназначена для оценивания коэффициентов $\alpha, \beta_1, \dots, \beta_k$ в регрессионной модели

$$y = \alpha + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon,$$

где y — наблюдаемый отклик, x_1, \dots, x_k — регрессоры и ε — случайная ошибка. Оценивание производится путем минимизации по симплекс-методу суммы абсолютных отклонений наблюдений от линии регрессии.

Программа AS 135 ([3], Минимаксные оценки в множественной линейной регрессионной задаче) находит значения β_1, \dots, β_m , минимизирующие

$$\max_{i=1, \dots, n} \left| y_i - \sum_{j=1}^m x_{ij} \beta_j \right|,$$

где значения $(y_i, x_{i1}, \dots, x_{im})$, $i=1, \dots, n$, заданы.

§ 7. МНОГОМЕРНЫЙ АНАЛИЗ

Программа AS 84 ([140], Меры многомерных асимметрии и эксцесса) для заданных наблюдений X_1, \dots, X_n p -мерной случайной величины вычисляет многомерные асимметрию

$$b_{1p} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \{(X_i - \bar{X})' S^{-1} (X_j - \bar{X})\}^3$$

и эксцесс

$$b_{2p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{(X_i - \bar{X})' S^{-1} (X_i - \bar{X})\}^2,$$

где \bar{X} и S — выборочный вектор средних и выборочная ковариационная матрица.

Программа AS 41 ([41], Последовательное вычисление выборочного среднего и дисперсионной матрицы) по предшествующим значениям элементов вектора выборочного среднего и выборочной ковариационной матрицы при добавлении нового

наблюдения случайного вектора вычисляет их новые значения. Предполагается, что заданы веса наблюдений.

Программа AS 105 ([218], Подгонка модели ковариационного отбора к матрице) по матрице S^{-1} , обратной к выборочной ковариационной матрице, находит матрицу M^{-1} , являющуюся при нормальной выборке оценкой максимального правдоподобия матрицы, обратной к ковариационной при условии, что заданный элемент этой матрицы равен нулю.

Программа AS 225 ([221], Минимизация расстояния Махаланобиса при ограничениях, заданных линейными неравенствами) решает задачу минимизации $(g-x)'S^{-1}(g-x)$ по всем $x \in R^n$ таким, что $Ax \leq b$, где g и b — векторы размера n и k соответственно, S и A — матрицы размера $n \times n$ и $k \times n$ соответственно. Используется метод Куна — Таккера.

Программа AS 165 ([209], Алгоритм для построения дискриминантной функции на фортране для качественных данных) находит непараметрическую дискриминантную функцию в следующей задаче. Пусть каждый элемент множества данных S принадлежит к одному из m различных априорных классов A, B, \dots, M . Переменная V принимает не более десяти возможных значений. Пусть N_{Ai} — число элементов из S , принадлежащих A и для которых переменная V принимает значение i . Аналогично определяется N_{Bi} и т. д. Пусть p^i — наиболее популярный класс для значения i переменной V , т. е. $p^i = J$, где J таково, что $N_{Ji} = \max(N_{Ai}, \dots, N_{Mi})$. В результате работы программы по матрице данных, содержащей наблюдения для каждого класса, находится алгоритм дискриминации в виде блок-схемы или в форме подпрограммы на фортране.

Программа AS 25 ([120], Классификация средних с использованием дисперсионного анализа) производит разбиение множества средних значений на непересекающиеся группы такие, что отклонения от групповых средних определяются заданным уровнем значимости. Сначала производится попарное сравнение средних в соответствии с t -критерием, и там, где критерий отвергает гипотезу о равенстве средних, устанавливаются границы. Затем из получившихся групп удаляются в новые группы средние значения, далеко отстоящие от групповых средних и т. д.

§ 8. ДИСПЕРСНЫЙ АНАЛИЗ

Программа AS 72 ([98], Вычисление векторов средних и дисперсионной матрицы в многомерном дисперсионном анализе) рекурсивно вычисляет вектор средних и внутригрупповую дисперсионную матрицу при добавлении нового вектора данных, весового коэффициента и номера популяции, к которой относятся эти данные.

Программа AS 19 ([85], Дисперсионный анализ для факториальных таблиц) по заданной n -входовой таблице находит скорректированные суммы квадратов и соответствующие им степени свободы для главных эффектов и взаимодействий. Используется алгоритм Иэйтса.

Программа AS 120 ([186], Фортранный алгоритм для аддитивной модели в двухвыборочном многомерном дисперсионном анализе) по методу наименьших квадратов находит оценки $\hat{\theta}_{ij}$ p -мерного вектора средних $\theta_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j$ в модели

$$X_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ijk}, \quad i = 1, \dots, r; \quad j = 1, \dots, c; \\ k = 1, \dots, n_{ij},$$

векторы ошибок e_{ijk} некоррелированы.

Программа AS 65 ([178], Интерпретирующие структурные формулы) выводит на печать структурные формулы факторных моделей в дисперсионном анализе.

Программа AS 22 ([39], Алгоритм взаимодействий) вычисляет эффекты $b = Py$, где y — вектор, составленный из элементов y_{r_1, r_2, \dots, r_p} , $r_i = 1, 2, \dots, m$, P — квазидиагональная матрица с квадратными матрицами M_i размера $r_i \times r_i$, расположенными вдоль ее диагонали. При одном использовании программы вычисления проводятся только с одной матрицей M_i .

Программа AS 23 ([86], Вычисление эффектов) предназначена для той же цели, что и AS 22, но основана на использовании алгоритма AS 1 ([83]), причем матрицы M_i вводятся одновременно.

Программа AS 8 ([159], Главные эффекты для многовходовых таблиц) предназначена для вычисления общего среднего и главных эффектов в многовходовых таблицах, размещаемых в стандартном порядке в одномерном массиве. Например, если y_{ijk} — таблица размерности $3 \times 4 \times 2$, то алгоритм вычисляет все величины вида $m = \bar{y}_{\dots}$, $a_i = \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{\dots}$, $b_j = \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{\dots}$, $c_k = \bar{y}_{\dots k} - \bar{y}_{\dots}$ и помещает полученные десять значений в одномерный массив.

Программа AS 9 ([160], Построение аддитивных таблиц) производит обратную операцию. Она строит некоторую многовходовую таблицу по заданным общим средним и главным эффектам.

Программа AS 18 ([84], Вычисление маргинальных средних) производит усреднение по одному или нескольким входам в многовходовых таблицах.

Программа AS 12 ([104], Матрицы сумм квадратов и произведений) рекуррентно вычисляет матрицы скорректированных взвешенных сумм квадратов и произведений. При одном выполнении программы используется только один наблюдаемый вектор.

Программа AS 20 ([161], Эффективное форматирование

треугольных массивов при ограниченной памяти) рассматривает задачу формирования матриц сумм квадратов и произведений, когда число переменных превышает объем используемых файлов. Минимизируется число переходов от файла к файлу.

§ 9. ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Программа AS 166 ([230], Генерирование полиномиальных контрастов для неполных факторных планов с качественными уровнями для указанных в заглавии планов вычисляет матрицы $X'X$ и X , где X' — матрица контрастов, соответствующих полиномиальным компонентам главных эффектов и взаимодействий. Рассматривается модель

$$y = X\beta + \varepsilon, \quad y = (y_1, \dots, y_n)', \quad X = [x_1, \dots, x_k],$$

где $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$, столбцы x_1 — контрасты, элементы которых являются линейными комбинациями эффектов и взаимодействий. Эта программа используется в качестве вспомогательной для следующей программы.

Программа AS 167 ([231], Алгоритм отбора для планирования эксперимента с качественными уровнями) для той же самой модели определяет значимость компонент оценки $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y$. Эффект оценки определяется величиной

$$\text{eff}(\hat{\beta}_j) = [c_{jj} (x'_j x_j)]^{-1},$$

где c_{jj} — диагональный элемент матрицы $(X'X)^{-1}$. Эффект связан с множественным коэффициентом корреляции. С использованием значений эффектов могут быть исключены из модели или включены в нее те или иные члены. После этого работа программы может быть повторена.

Программа AS 173 ([135], Прямое генерирование матрицы плана для сбалансированных факторных экспериментов) с использованием программы AS 172 ([163], Прямое моделирование фортранных циклов DO) генерирует матрицу плана A размера $n \times p$ и ранга p в предположении, что матрица откликов Y размера $n \times q$ имеет математическое ожидание $EY = A\theta$, где θ — матрица параметров размера $p \times q$, удовлетворяющая стандартным условиям.

Программа AS 224 ([58], Планы с комбинированными компонентами для формирования планов с несколькими ортогональными блоковыми факторами) строит планы с n ортогональными блоковыми факторами на основе комбинирования компонент планов, получаемых с учетом только одного блокового фактора. В случае $n=2$ более эффективна программа AS 156 ([115], Планы с комбинированием двух компонент для формирования планов по строкам и столбцам).

§ 10. АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Программа AS 154 ([76], Алгоритм для точной оценки максимального правдоподобия в модели авторегрессии — скользящего среднего с использованием калмановской фильтрации) производит предсказание и оценивает его ошибку в модели, описываемой уравнением

$$\omega_t = \varphi_1 \omega_{t-1} + \dots + \varphi_p \omega_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q},$$

$t=1, \dots, n$, $\varepsilon_{t-i} \sim N(0, \sigma^2)$, параметры $(\varphi_1, \dots, \varphi_p, \theta_1, \dots, \theta_p)$ известны, ω_t — наблюдаемые веса. Более быстрый алгоритм, требующий меньшего объема памяти, реализован в программе AS 197 ([150], Быстрый алгоритм для точного правдоподобия в модели авторегрессии — скользящего среднего).

Программа AS 191 ([148], Алгоритм вычисления приближенного правдоподобия для ARMA-моделей и сезонных ARMA-моделей) находит приближенные значения для функции правдоподобия сезонных рядов авторегрессии — скользящего среднего z_t , описываемых моделью

$$\Phi(B^s)\varphi(B)z_t = \Theta(B^s)\theta(B)a_t,$$

где

$$\varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \dots - \varphi_p B^p, \quad \theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q,$$

$$\Phi(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_{p_s} B^{s p_s},$$

$$\Theta(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \dots - \Theta_{q_s} B^{s q_s},$$

B — оператор сдвига назад, $\{\varphi_i, \theta_i, \Phi_i, \Theta_i\}$ — параметры. При $p_s = q_s = 0$ эта модель обращается в авторегрессионную модель со скользящим средним.

Программа AS 194 ([40], Алгоритм проверки согласия с моделями ARMA (P, Q)) предназначена для проверки гипотезы адекватности обратной авторегрессионной модели со скользящим средним ARMA (P, Q) ряду наблюдений. Программа исходит из оцененных остатков и вычисляет статистику типа χ^2 , основанную на оцененной корреляции остатков.

Программа AS 182 ([97], Предсказание по конечной выборке из процесса ARIMA) производит вычисление предсказаний и их среднеквадратических ошибок для процесса авторегрессии с проинтегрированным скользящим средним, описываемого уравнением

$$\Delta^d y_t = \varphi^{-1}(L)\theta(L)\varepsilon_t,$$

где $\varphi(L) = 1 - \varphi_1 L - \dots - \varphi_p L^p$, $\theta(L) = 1 + \theta_1 L + \dots + \theta_p L^p$, ε_t — некоррелированные ошибки, Δ — разностный оператор, L — сдвиг t на единицу. Предполагается, что наблюдениям доступны величины $\{y_t\}$.

Программа AS 175 ([121], Факторизация Крамера — Воль-

да) для полинома $A(x) = a_0 + a_1(x + x^{-1}) + \dots + a_n(x^n + x^{-n})$ находит полином $B(x) = b_0 + b_1(x) + \dots + b_n x^n$, не имеющий корней меньших или равных по модулю единице и такой, что $B(x)B(x^{-1}) = A(x)$. Необходимость в таком разложении возникает при исследовании временных рядов.

Программа AS 73 ([74], Сглаживание перекрестной спектральной функции в конечном преобразовании Фурье) вычисляет оценки спектральной функции и перекрестной спектральной функции по реализации двумерного временного ряда путем усреднения периодограммы по соседним частотам.

Программа AS 150 ([36], Оценивание спектра считающего процесса) по наблюдениям $t(1), \dots, t(n)$ моментов появления событий на интервале длиной T вычисляет нормированную периодограмму

$$I(\omega_p) = \frac{2}{n} \left| \sum_{r=1}^n \exp\{-i\omega_p t(r)\} \right|^2,$$

$\omega_p = 2\pi p/T$, $p = 1, 2, \dots, N$. Кроме того, вычисляется периодограмма, сглаженная по методу скользящего среднего.

Программа AS 151 ([37], Оценивание спектра двумерного считающего процесса путем секционирования данных) по наблюдениям $t_j'(r)$, $j = 1, 2$; $r = 1, 2, \dots, N_j$, двумерного точечного процесса, где $t_j'(r)$ — время наступления r -го события в процессе j , вычисляет оценки спектров для каждого процесса и оценки взаимных спектральных характеристик, связанных с когерентностью и фазовым сдвигом. С целью уменьшения времени счета при больших временах наблюдений данные разбиваются на блоки, а затем для каждого блока по отдельности вычисляются оценки, после чего производится усреднение.

§ 11. КЛАСТЕРНЫЙ АНАЛИЗ

Программа AS 13 [179], Минимальное стягивающее дерево) по заданной матрице расстояний между точками некоторого конечного множества строит стягивающее его дерево с минимальной суммарной длиной ребер.

Программа AS 14 ([180], Вывод на печать минимального стягивающего дерева) производит вывод информации о длинах ребер дерева, найденного программой AS 13, в порядке, удобном для его графического изображения.

Программа AS 15 ([181], Кластерный анализ с единичными связями) предназначена для проведения кластерного анализа для множества точек с заданной матрицей расстояний между ними. Это множество разбивается на отдельные подмножества, состоящие из точек, соединяемых дугами с длинами, не превышающими некоторый порог. С использованием программ

AS 13 и AS 14 рассматриваемая программа строит последовательность разбиений на кластеры для заданной последовательности пороговых значений расстояний.

Программа AS 69 ([173], Критерий Кнокса для пространственно-временной кластеризации в эпидемиологии) вычисляет меру Кнокса пространственно-временного взаимодействия, определяемую как количество пар заболеваний, близких по расстоянию и по времени.

Программа AS 136 ([95], Кластерный алгоритм, основанный на K -средних) предназначена для разбиения M точек в N -мерном пространстве на K кластеров так, чтобы внутрикластерная сумма квадратов была минимальна. Находится локально оптимальное решение в том смысле, что перемещение любой точки из кластера в кластер не уменьшает внутрикластерную сумму квадратов.

Программа AS 58 ([200], Евклидов кластерный анализ) решает ту же самую задачу, что и программа AS 136, но полученное ею решение не является локально оптимальным.

Программа AS 113 ([11], Алгоритм переноса для неиерархической классификации) используется с той же самой целью, что и программа AS 136, но разбиение на кластеры производится с использованием алгоритма переноса, удовлетворяющего нескольким принципам оптимальности.

Программа AS 143 ([16], Медианный центр) находит геометрическую медиану конечного множества S из R^n , $n \leq 10$, определяемую точкой m такой, что

$$\sum_{x \in S} \|x - m\|_2 \leq \sum_{x \in S} \|x - y\|_2 \text{ для всех } y \in R^n.$$

При размерности линейной оболочки S , большей 1, имеется только одна такая точка. Отмечается, что эта программа более быстра, чем программа AS 78 ([87]) с тем же названием.

Программа AS 40 ([177], Последовательное нахождение минимального стягивающего дерева) находит новое минимальное дерево, стягивающее некоторое множество точек при добавлении к нему очередного элемента с заданными расстояниями до ранее имевшихся точек.

Программа AS 102 ([10], Ультраметрические расстояния для односвязных дендрограмм) по заданной матрице расстояний между точками строит дерево, содержащее эти точки и имеющее минимальную сумму длин ребер, и затем вычисляет ультраметрические расстояния между вершинами этого дерева. Структура дерева содержится во вспомогательном массиве, не входящем в число формальных параметров.

Программа AS 140 ([167], Кластеризация вершин направленного графа) разбивает вершины направленного графа на кластеры по степеням их близости друг к другу с использованием функции правдоподобия.

§ 12. ПОРЯДКОВЫЕ СТАТИСТИКИ

Программа AS 118 ([219], Приближенные математические ожидания порядковых статистик) вычисляет значения $E(r, n)$ — математические ожидания r -й порядковой статистики для выборки объема $n \leq 50$ из нормального распределения. Используется приближенная формула

$$E(r+2, 2r+2) \approx ((a_1 + a_2 r + r^2) / (a_3 + a_4 r + r^2)) E(r+1, 2r),$$

где a_i — некоторые коэффициенты, и формула

$$rE(r+1, s) = sE(r, s-1) - (s-r)E(r, s).$$

Достигаемая точность составляет не ниже 10^{-3} .

Программа AS 177 ([182], Математические ожидания нормальных порядковых статистик (точные и приближенные)) вычисляет величины $E(r, n)$ более точно, чем программа AS 118, двумя методами, в одном из которых используется некоторый приближенный метод, дающий точность 10^{-4} , а другой основан на точном численном интегрировании (точность 10^{-7}).

Программа AS 128 ([56], Аппроксимация ковариационной матрицы нормальных порядковых статистик) вычисляет элементы указанной в заглавии ковариационной матрицы по улучшенным приближенным формулам. При $n \leq 2$ достигается точность не хуже 0,00005.

Программа AS 200 ([9], Аппроксимация суммы квадратов нормальных меток) вычисляет значения

$$S_n = \sum_{i=1}^N \{E(i, N)\}^2,$$

где $E(i, n)$ — среднее значение i -й порядковой статистики в выборке объема N из стандартного нормального распределения.

§ 13. РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Программа AS 2 ([45], Нормальный интеграл) вычисляет в N точках x_1, \dots, x_N значения функции плотности стандартного нормального распределения

$$z_i = f(x_i), \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right),$$

функции нормального распределения

$$p_i = \Phi(x_i), \quad \Phi(x) = \int_{-\infty}^{x_i} f(u) du,$$

и дополнительных вероятностей $q_i = 1 - p_i$. При $-2,5 \leq x_i \leq 2,5$ используется разложение в ряд, а при других значениях x_i — непрерывная дробь Шеппарда.

Программа AS 66 ([108], Нормальный интеграл) вычисляет значения функции нормального распределения по приближенным формулам с точностью примерно 10 значащих цифр. Время счета значительно меньше, чем у программы AS 2.

Программа AS 17 ([211], Обратное отношение Миллса) вычисляет значения функции $\varphi(x)/(1-\Phi(x))$. При $|x| \leq 2$ используется разложение $\Phi(x)$ в ряд, а при $|x| > 2$ — разложение Лапласа в непрерывную дробь.

Программа AS 195 ([189], Многомерные нормальные вероятности с границами для ошибок) для случайного вектора X , имеющего n -мерное нормальное распределение с вектором математических ожиданий, равным нулю, и некоторой несингулярной ковариационной матрицей находит вероятность $P\{X \in R\}$, где $R = \{(x_1, \dots, x_n) : B_i \leq x_i \leq A_i, i = 1, \dots, n\}$, $-\infty \leq A_i \leq B_i \leq +\infty$. Эта вероятность вычисляется путем интегрирования функции двумерного нормального распределения или функции распределения более высокого порядка. Приводятся примеры вычисления до $n=5$.

Программа AS 70 ([166], Процентные точки нормального распределения) вычисляет значения x_p , $p = \Phi(x_p)$, Φ — функция стандартного нормального распределения, по приближенной формуле

$$x_p = y + S_4(y)/T_4(y), \quad y = (\ln(1/p^2))^{1/2},$$

S_4 и T_4 — полиномы четвертой степени. Ошибка вычислений не превышает 10^{-7} .

Программа AS 24 ([54], От нормального интеграла к квантили) производит вычисление квантили (функции, обратной к функции распределения) стандартного нормального распределения по заданной вероятности p . Сначала находится приближенное значение квантили по методу Гастингса и соответствующее ему точное значение вероятности p_0 , а затем производится его уточнение с использованием разложения в ряд Тейлора по степеням $(-\log p + \log p_0)$.

Программа AS 111 ([19], Процентные точки нормального распределения) для заданного значения вероятности p находит значение x_p — функции, обратной к функции стандартного нормального распределения. Значения x_p при $|q| \leq 0,42$ находятся с помощью дробно-рациональной аппроксимации $x_p = qA(q^2)/B(q^2)$, где $q = p - 1/2$, A и B — полиномы степени 3 и 4 соответственно, а при $|q| > 0,42$ — с помощью аппроксимации

$$x_p = \text{sign } qC(r)/D(r),$$

где $r = (\ln(1/2 - |q|))$, C и D — полиномы степени 3 и 2 соответственно.

Программа AS [4] ([117], Вспомогательная функция для интеграла вероятностей) предназначена для вычисления функции Оуэна

$$T(h, a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^a \frac{\exp\{(-h^2/2)(1+x^2)\}}{1+x^2} dx,$$

$-\infty < h, a < \infty$, применяющейся при вычислении функции двумерного нормального распределения и нецентрального t -распределения. Используются разложения $T(h, a)$ в ряды, а при $ha > 4$ — аппроксимация Никольсона.

Программа AS 76 ([229], Интеграл, используемый при вычислении нецентрального t и двумерного нормального распределения) также вычисляет значения функции Оуэна $T(h, a)$.

Программа AS 27 ([213], Интеграл t -распределения Стьюдента) вычисляет значения функции t -распределения по методу Джентльмена и Дженкинса следующим образом. Функция t -распределения аппроксимируется некоторыми полиномами, коэффициенты которых являются гладкими функциями степеней свободы, по отдельности для нескольких непересекающихся областей для аргумента и числа степеней свободы.

Программа AS 3 ([46], Интеграл t -распределения Стьюдента) для заданного значения аргумента вычисляет значение центрального t -распределения Стьюдента с ν степенями свободы. Используется частный случай метода Оуэна вычисления функции нецентрального t -распределения, реализованного в программе AS 5 ([48], Интеграл нецентрального t -распределения).

Программа AS 32 ([23], Неполная гамма-функция) вычисляет значения функции

$$I(x, p) = \frac{1}{\Gamma(p)} \int_0^x \exp(-t) t^{p-1} dt. \quad (2)$$

При $p \leq x \leq 1$ и при $x < p$ используется разложение

$$I(x, p) = \frac{\exp(-x) x^p}{\Gamma(p+1)} \left[1 + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{x^r}{(p+1) \dots (p+r)} \right],$$

а в остальных случаях — непрерывная дробь

$$I(x, p) = 1 - \frac{\exp(-x) x^p}{\Gamma(p)} \left[\frac{1}{x+1} \frac{1-p}{1+} \frac{1}{x+1} \frac{2-p}{1+} \frac{2}{x+} \dots \right]. \quad (3)$$

Программа AS 187 ([154], Производные неполной гамма-функции) вычисляет значения функции (2) и ее первой и второй производной по x и p , требуемых, например, при нахождении оценок максимального правдоподобия по усеченным и цензурированным гамма-распределенным выборкам. Вычисления проводятся с использованием дигамма и тригамма-функций и преобразованной непрерывной дроби (3).

Программа AS 147 ([38], Простые ряды для неполной

гамма-функции) вычисляет значения функции $I(y, p)$ (см. (2)) с использованием ряда

$$I(y, p) = \frac{y^p}{\Gamma(p+1)e^y} \sum_{n=0}^{\infty} C_n(y, p),$$

где

$$C_n(y, p) = \frac{y}{p+n} C_{n-1}(y, p), \quad C_0(y, p) = 1.$$

Программа AS 103 ([18], Пси(дигамма)-функция) вычисляет значения функции $\psi(x) = \Gamma'(x)/\Gamma(x)$. Используются разложения

$$\psi(1+x) = -\gamma + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n(n+x)}, \quad x \neq -1, -2, \dots,$$

$$\psi(x) = \log x - \frac{1}{2x} - \frac{1}{12x^2} + \frac{1}{120x^4} + \dots, \quad \gamma = 0,57722.$$

Программа AS 121 ([190], Тригамма-функция) вычисляет значение функции $\psi'(x) = \Gamma''(x)/\Gamma(x) - (\Gamma'(x)/\Gamma(x))^2$, $x > 0$.

Программа AS 170 ([156], Вычисление вероятности и параметра нецентральности распределения хи-квадрат) находит указанные в заглавии величины с использованием ряда для функции нецентрального χ^2 -распределения

$$F(y | v, \lambda) = \sum_{i=0}^{\infty} e^{-\lambda/2} \frac{(\lambda/2)^i}{i!} F(y | v + 2i, 0)$$

с v степенями свободы и параметром нецентральности λ .

Программа AS 91 ([22], Процентные точки распределения χ^2) вычисляет значения $z = F^{-1}(p)$ — функции, обратной к функции распределения χ^2 , с использованием разложения

$$z = z_0 + \sum_r \frac{c_r(z_0)}{r!} \left(\frac{E}{\Phi(z_0)} \right)^r,$$

$$c_1(u) = 1, \quad c_{r+1}(u) = \left(r\psi + \frac{d}{du} \right) c_r(u), \quad E = p - F(z_0),$$

$$\psi = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} v - 1 \right) / u.$$

В качестве z_0 используется аппроксимация Вильсона—Хильферти.

Программа AS 106 ([192], Распределение неотрицательных квадратичных форм от нормально распределенных переменных) вычисляет значение в одной точке функции распределения и функции плотности квадратичной формы $(z+a)'C(z+a)$, где случайный вектор z имеет многомерное нормальное распределение с ненулевым вектором математических ожида-

ний и несингулярной ковариационной матрицей. Вектор a и симметричная положительно полуопределенная матрица C не случайны. При вычислениях используется разложение функции распределения рассматриваемой квадратичной формы в ряд по функциям центрального распределения хи-квадрат.

Программа AS 155 ([55], Распределение линейной комбинации случайных величин χ^2) вычисляет значение функции распределения

$$Q = \sum_{j=1}^r \lambda_j X_j + \sigma X_0, \quad (4)$$

где X_j — независимые случайные величины, имеющие распределение χ^2 с числами степеней свободы n_j и параметрами нецентральности δ_j^2 , $j=1, \dots, r$, X_0 имеет стандартное нормальное распределение. Для вычислений используется метод Дэвиса численного обращения характеристической функции.

Программа AS 204 ([68], Распределение положительной линейной комбинации случайных величин χ^2) вычисляет функцию распределения Q (см. (4)) без слагаемого σX_0 в ряде случаев быстрее программы AS 155. Используется метод Рубена, основанный на разложении функции распределения Q в ряд по функциям распределения χ^2 .

Программа AS 153 ([67], Процедура Пана для вероятностей на хвостах статистики Дербина—Уотсона) вычисляет вероятность неравенства

$$\lambda_1 u_1^2 + \lambda_2 u_2^2 + \dots + \lambda_m u_m^2 < x (u_1^2 + \dots + u_m^2),$$

где u_1, \dots, u_m — независимые стандартные нормально распределенные случайные величины, $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_m$. Такая задача возникает при применении критерия Дербина—Уотсона для сериального коэффициента корреляций. Применяется метод вычислений по формуле, близкой к формуле Смирнова для функции распределения квадратичных форм от нормально распределенных случайных величин с различными коэффициентами.

Программа AS 63 ([136], Неполный бета-интеграл) вычисляет значения

$$I_x(p, q) = \frac{1}{B(p, q)} \int_0^x t^{p-1} (1-t)^{q-1} dt, \quad (5)$$

где $B(p, q)$ — бета-функция. При вычислениях используется метод редукции Соппера.

Программа AS 64 ([137], Обращение неполной бета-функции) для заданных значений $0 \leq \alpha \leq 1$, $p > 0$, $q > 0$ находит значения x из уравнения $I_x(p, q) = \alpha$ (см. AS 63). Вычисления проводятся по методу Ньютона—Рафсона, исходя из началь-

ной точки x_0 , получаемой с использованием известных аппроксимаций.

Программа AS 109 ([53], Замечание к программам AS 63 и AS 64) заменяет программы AS 63 и AS 64 с целью расширения пределов для параметров, при которых возможны удовлетворительные вычисления.

Программа AS 226 ([127], Вычисление нецентрального бета-распределения) находит значение

$$I_x(a, b; \lambda) = \sum_{j=0}^{\infty} \left(e^{-\lambda/2} \left(\frac{\lambda}{2} \right)^j / j! \right) I_x(a+j, b; 0),$$

где $I_x(a, b; 0)$ — неполная бета-функция (см. (5)), $0 \leq x \leq 1$, $a > 0$, $b > 0$, $\lambda \geq 0$. Вычисления проводятся с использованием рекуррентной формулы

$$I_x(a+1, b; 0) = I_x(a, b; 0) - \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a+1)\Gamma(b)} x^a (1-x)^b.$$

Программа AS 123 ([29], Смеси бета-распределений) вычисляет значения сумм

$$\sum_{i=0}^n q_i I_x\left(\frac{1}{2}i, \frac{1}{2}l\right), \quad l \geq 1,$$

$$\sum_{i=0}^n q_i I_x\left(\frac{1}{2}i, \frac{1}{2}(l+n-i)\right), \quad l \geq 0,$$

$a, b > 0$, $I_x(a, b)$ — неполная бета-функция (5).

Программа AS 59 ([72], Гипергеометрические вероятности вычисляет вероятности

$$p(l | k, m, n) = C_n^l C_{m-n}^{k-l} / C_m^k \quad (6)$$

появления l отмеченных изделий в случайной выборке без возвращения k изделий из популяции объема m , n изделий в которой отмечены.

Программа AS 152 ([131], Функция гипергеометрического распределения) вычисляет значения

$$\sum_{i=\alpha}^l p(i | k, m, n), \quad \alpha = \max(0, k-m+n),$$

где $p(i | k, m, n)$ определены в (6).

Программа AS 33 ([126], Вычисление объема гипергеометрической выборки) находит значение n при заданных значениях P , N и $p = m/N$ из уравнения

$$P = \{(N-m)!(N-n)! / \{N!(N-m-n)!\}.$$

Программа AS 86 ([141], Функция распределения Мизеса) предназначена для вычисления функции распределения Мизе-

са случайной величины Z , принимающей значения на окружности, со средним направлением μ_0 и параметром концентрации $\kappa > 0$:

$$G(\theta; \mu_0, \kappa) = P(0 < Z \leq \theta) = \int_0^\theta \frac{1}{2\pi I_0(\kappa)} \exp\{\kappa \cos(z - \mu_0)\} dz,$$

$0 < \theta \leq 2\pi$, I_0 — модифицированная функция Бесселя. Алгоритм основан на разложении $G(\theta; \mu_0, \kappa)$ в ряд по функциям Бесселя.

Программа AS 94 ([147], Коэффициенты зональных полиномов) вычисляет коэффициенты полиномов $C_\kappa(Y)$ от матричного аргумента Y (Y — положительно определенная симметричная матрица порядка $m \times m$). Эти полиномы определяются через гипергеометрическую функцию от матричного аргумента

$${}_pF_q(a_1, \dots, a_p; b_1, \dots, b_q; Y) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\kappa} \frac{(a_1)_\kappa \dots (a_p)_\kappa}{(b_1)_\kappa \dots (b_q)_\kappa} \cdot \frac{C_\kappa(Y)}{k!},$$

$$(a)_\kappa = \prod_{i=1}^m \left(a - \frac{1}{2}(i-1)\right)_{k_i}, \quad (a)_k = \Gamma(a+k)/\Gamma(a).$$

При каждом значении k сумма \sum_{κ} является суммой по всем различным разбиениям $\kappa = (k_1, \dots, k_m)$ значения k на m или менее слагаемых, $k_1 \leq k_2 \leq \dots \leq k_m$. Эти многочлены используются при применении нецентральных многомерных распределений.

Программа AS 184 ([27], Нецентральный студентизированный максимум и связанные многомерные t -вероятности) для заданных значений c_{ij} , $i=1, \dots, n$, $j=1, 2$, $0 \leq c_{1i} \leq c_{2i} \leq \infty$ вычисляет вероятность

$$P\{c_{1i}S \leq z_i \leq c_{2i}S, i=1, \dots, n\},$$

где z_i — независимые нормально распределенные случайные величины с математическими ожиданиями σt_i , не зависящие также от случайной величины S такой, что tS^2/σ^2 имеет распределение χ^2 с m степенями свободы.

Программа AS 190 ([132], Вероятности и верхние квантили студентизированного размаха) для отношения $Q=W/S$, где W — размах выборки (разность между наибольшим и наименьшим значениями в выборке), S — выборочное среднеквадратическое отклонение, находит значения функции распределения Q и обратной к ней функции при заданных числе степеней свободы и объеме выборки. Предполагается, что выборка берется из нормального распределения.

Программа AS 126 ([13], Вероятностный интеграл для нормального размаха) вычисляет значение интеграла

$$P(W_n \leq t) = n \int_{-\infty}^{\infty} z(u) \left(\int_u^{u+t} z(v) dv \right)^{n-1} du,$$

где $W_n = (X_{\max} - X_{\min}) / \sigma$ — стандартизированный размах в выборке из n случайных величин с распределением $N(\mu, \sigma^2)$, $z(u)$ — соответствующая функция плотности. Используется численное интегрирование по методу Гаусса.

Программа AS 146 ([105], Построение совместной вероятности отбора для систематического выбора с вероятностями, пропорциональными размерам) вычисляет по точным формулам вероятности совместного попадания в выборку объема n изделий i и j из популяции объема N , если вероятности выбора пропорциональны «размеру» изделия.

Программа AS 218 ([64], Элементы информационной матрицы Фишера для распределения минимального значения при цензурировании) вычисляет матрицу Фишера для распределения с плотностью $g(x) = \exp(x - \exp(x))$ при наличии или отсутствии одностороннего и двустороннего цензурирования типа I.

Программа AS 88 ([79], Генерирование всех C_N^R комбинаций путем имитации вложенных фортранных циклов DO) последовательно при каждом обращении определяет без повторений комбинацию R объектов из N возможных. Генерирование такой комбинации осуществляется путем имитации на языке фортран вложенных циклов, количество которых может превышать допустимое правилами.

Программа AS 227 ([142], Эффективное генерирование бинарных образов с использованием кодов Грея) последовательно генерирует полное множество n -разрядных бинарных кодов при любых $n > 0$ без повторений. Процедура гарантирует, что эти коды при последовательных обращениях к программе будут отличаться только в одном разряде.

Программа AS 179 ([19], Перечисление всех размещений по подмножествам с фиксированными объемами) последовательно находит все $N!(R_1! \dots R_k!)$ размещений N объектов в K неупорядоченных непустых подмножествах с фиксированными числами элементов $R_1, \dots, R_k, R_1 + \dots + R_k = N$.

§ 14. БЫСТРОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ

Программа AS 83 ([151], Комплексное быстрое преобразование Фурье) для заданной последовательности $X = \{X_0, X_1, \dots, X_{N-1}\}$ эффективно находит преобразование Фурье

$$Y_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \exp(-j2\pi kn/N),$$

$n=0, \dots, N-1$, или обратное к нему. Используется алгоритм Сэнди—Тьюки.

Программа AS 97 ([152], Действительное быстрое преобразование Фурье) позволяет сократить время вычислений по сравнению со временем для программы AS 83 в случае, если последовательность X действительна.

Программа AS 117 ([153], Дискретное преобразование Фурье произвольной длины с использованием функций Чирпа) для комплексной последовательности X_n , $n=0, \dots, N-1$, с длиной, являющейся не обязательно степенью двойки, производит быстрое преобразование Фурье по формуле

$$Y_n = N^{-1} \exp\left(-\frac{j\pi n^2}{N}\right) \left\{ X_k \exp\left(-\frac{j\pi k^2}{N}\right) \odot \exp\left(\frac{j\pi k^2}{N}\right) \right\},$$

$$n=0, 1, \dots, N-1,$$

\odot — знак свертки, $\{\exp(j\pi k^2/N)\}$ называются функциями Чирпа.

Программа AS 186 ([70], Быстрый алгоритм перестановки данных в быстром дискретном преобразовании Фурье) производит предварительное упорядочивание преобразовываемой последовательности с длиной 2^n , а затем применяет к ней быстрое преобразование Фурье. Новый алгоритм упорядочивания быстрее ранее использовавшегося примерно в два раза, однако общий выигрыш во времени менее значителен.

§ 15. МАТРИЧНАЯ АЛГЕБРА

Программа AS 37 ([77], Обращение симметричной матрицы) производит обращение по адаптированному методу Гаусса — Жордана. В результате получается верхняя треугольная часть обратной матрицы со знаком минус. Трансляция этой программы на язык фортран содержится в программе AS 167 ([231]).

Программа AS 178 ([43], Переключающий оператор Гаусса — Жордана с обнаружением коллинеарности) предназначена для обращения симметричной матрицы. В отличие от программ AS 37 и AS 141 ([116]) она использует одномерную запись треугольной части обращаемой матрицы, а также проверяет коллинеарность переменных в соответствующей линейной модели.

Программа AS 211 ([69], $F-G$ -алгоритм диагонализации) для заданных k положительно определенных матриц A_1, \dots, A_k размера $p \times p$ и k положительных весовых коэффициентов n_1, \dots, n_k находит ортогональную матрицу B , минимизи-

рующую выражение

$$\Phi(B) = \prod_{i=1}^k [\det(\text{diag}(B' A_i B)) / \det(A_i)]^{n_i}.$$

Здесь $\text{diag}(F)$ — диагональная матрица, имеющая те же диагональные элементы, что и F . При $k=1$ находятся характеристические векторы матрицы A_1 , а при $k>1$ программа может быть использована для нахождения оценок максимального правдоподобия общих главных компонент в k группах.

Программа AS 6 ([99], Треугольная декомпозиция симметричной матрицы) производит разложение положительно полуопределенной симметричной матрицы A вида $A=U'U$, где U — действительная верхняя треугольная матрица.

Программа AS 7 ([100], Обращение положительно полуопределенной симметричной матрицы) обращает в соответствии с определением Рао положительно полуопределенную симметричную матрицу A размера $n \times n$ и ранга $r \leq n$. Сначала матрица A путем перестановки строк и столбцов превращается в матрицу

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A'_{12} & A_{22} \end{pmatrix},$$

где A_{11} — матрица размера $r \times r$ и ранга r . Затем вычисляется требуемая матрица

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} A_{11}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Программа AS 11 ([103], Нормализация симметричной матрицы) по заданной симметричной матрице $X=(X(i, j))$ вычисляет матрицу $Y \times Y$, где $Y=(Y(i, j))$ — диагональная матрица такая, что $Y(i, i)=0$, если $X(i, i)=0$, и $Y(i, i)=1/X(i, i)$ в противоположном случае.

Программа AS 34 ([146], Последовательное обращение ленточных матриц) для симметричных матриц Σ_n , имеющих на главной диагонали одинаковые элементы σ_1 , на соседних с ней двух диагоналях — элементы σ_2 , на следующих двух — элементы σ_3 и т. д., вплоть до σ_k . Остальные элементы матрицы Σ_n равны нулю. Обратная матрица Σ_n^{-1} вычисляется по рекуррентной формуле

$$\Sigma_{n+1}^{-1} = \begin{pmatrix} \Sigma_n^{-1} & O_n \\ O'_n & 0 \end{pmatrix} + c_n^2 a_{n+1} a'_{n+1},$$

где O_n — n -вектор с нулевыми элементами, $c_n^2 = (\sigma_1 - p'_n \Sigma_n^{-1} p_n)^{-1}$,

$$a_{n+1} = \begin{pmatrix} -\Sigma_n^{-1} p_n \\ 1 \end{pmatrix}, \quad p'_n = [0, \dots, 0, \sigma_k, \dots, \sigma_2],$$

p_n — вектор размера n .

Программа AS 82 ([88], Определитель ортогональной матрицы) находит указанный в заглавии определитель, используя преобразование Хаусхолдера.

Программа AS 60 ([201], Собственные значения и векторы симметричной матрицы) с использованием преобразования Хаусхолдера приводит действительную симметричную матрицу к трехдиагональному виду, а затем находит собственные значения и векторы этой матрицы.

§ 16. ГЕНЕРАТОРЫ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН И МАТРИЦ

Программа AS 183 ([220], Эффективный и простой генератор псевдослучайных чисел) основана на использовании сразу трех мультипликативных генераторов. Псевдослучайное число, получаемое в результате работы такой программы, является дробной частью суммы этих трех чисел. Длина цикла составляет около 10^{13} .

Программа AS 98 ([82], Спектральный критерий для оценки конгруэнтных псевдослучайных генераторов) предназначен для оценивания качества мультипликативных конгруэнтных генераторов псевдослучайных чисел, основанных на рекуррентной формуле $x_{i+1} = ax_i \pmod{m}$. Для этого используется так называемый спектральный критерий качества псевдослучайной последовательности, заключающийся в следующем. Последовательность разбивается на группы по n чисел, а каждая группа рассматривается как точка в R^n . Все такие точки расположатся на конечном числе гиперплоскостей. Расстояние между этими гиперплоскостями является величиной, обратной к некоторой величине v_n , называемой волновым числом. В качестве меры равномерности рассматривается нормированная последовательность $c_n = (v_n \sqrt{\pi})^n [(n/2)! m]$. Программа для заданных значений a , m и x_0 вычисляет значения v_n и c_n при $n \leq 5$. Последовательность псевдослучайных чисел предлагается считать удовлетворительной, если все значения c_n не превышают 0,1.

Программа AS 193 ([112], Пересмотренный алгоритм для спектрального критерия) полностью заменяет программу AS 98. Он имеет большее быстроедействие и более удобен для использования.

Программа AS 134 ([5], Генерирование бета-распределенных случайных величин с одним параметром, большим 1, и одним параметром, меньшим 1) генерирует случайную величину X с указанным в заглавии распределением и с параметрами $\alpha > 1$ и $\beta < 1$ в соответствии со следующим алгоритмом. Генерируются равномерно и показательно распределенные случайные величины U и E (используются отдельные подпрограммы, представляющие самостоятельный интерес). Затем выбирается величина t , являющаяся решением уравнения

$$\beta t + (\alpha - 1)(1 - t)^{\beta} - \beta t(1 - t)^{\beta - 1} = 0.$$

После этого вычисляется значение $r = \beta t / (\beta t + \alpha(1 - t)^{\beta})$. Если $U < r$, то $X = t(U/r)^{1/\alpha}$ при условии, что $(1 - \beta) \log(1 - X) \leq E$. Если $U > r$, то $X = 1 - (1 - t)((1 - U)/(1 - r))^{1/\beta}$ при условии, что $(1 - \alpha) \log(X/t) \leq E$. Если эти условия не выполняются одновременно, то алгоритм повторяется.

Программа AS 53 ([196], Генератор распределения Уишарта) генерирует матрицу, имеющую распределение Уишарта, путем вычисления матрицы выборочных дисперсий и ковариаций по наблюдениям случайного p -мерного вектора с нормальным распределением.

Программа AS 213 ([130], Генерирование корреляционных матриц с заданными собственными значениями) для n собственных значений случайным образом генерирует корреляционную матрицу из множества корреляционных матриц с теми же самыми собственными значениями. Характер случайности определяется используемым алгоритмом.

Программа AS 127 ([102], Генерация случайных ортогональных матриц) генерирует случайным образом ортогональную матрицу A в соответствии с распределением на $n(n-1)/2$ -мерном множестве ортогональных матриц с функцией плотности

$$g(A; B) = c \prod_{l=1}^n \frac{|B_l U_l|^{n+1-l}}{\det(B_l)},$$

где B — множество матриц $\{B_l, l = 1, \dots, n\}$, B_l — $((n+1-l) \times (n+1-l))$ -несингулярная матрица,

$$U_l = B_l^{-1} H_l' A_l / |B_l^{-1} H_l' A_l|,$$

A_l — l -й столбец A , H_l — $(n \times (n+1-l))$ -матрица вращений, столбцы которой ортогональны к первым $l-1$ столбцам матрицы A , c — константа.

§ 17. ГРАФИКИ И ДИАГРАММЫ РАССЕЯНИЯ

Программа AS 45 (199), Построение гистограмм) печатает гистограмму по вектору частот или по первоначальной выборке.

Программа AS 21 ([214], Выбор масштаба при построении графиков) позволяет для заданной последовательности данных и при заданном числе интервалов выбрать подходящий масштаб для графического отображения.

Программа AS 30 ([197], Графики на нормальной бумаге) производит преобразование исходных данных с целью печати графиков в шкале, соответствующей нормальному распределению.

нию. Вычисления функции, обратной к функции нормального распределения, проводятся при этом с помощью некоторой приближенной формулы.

Программа AS 61 ([2], Шестилинейные графики) предназначена для вывода графика функции на специальное быстрое печатающее устройство типа телетайпа с шестью строками печати.

Программа AS 44 ([198], Печать диаграмм рассеяния) по заданной матрице данных выводит на печать диаграмму рассеяния. Для выбора масштабов вдоль осей используется улучшенный вариант программы AS 21.

Программа AS 96 ([162], Простой алгоритм для выбора масштаба при построении графиков) усовершенствует процедуры автоматического выбора масштабов, использованные в программах AS 21 и AS 44.

Программа AS 168 ([205], Выбор шкалы и форматирование) аналогична по своему назначению программам AS 44 и AS 96, но пригодна также и для получения графиков, отображаемых на графических дисплеях.

Программа AS 169 ([206], Улучшенный алгоритм для диаграмм рассеяния) предназначена для построения диаграмм рассеяния с одной переменной вдоль горизонтальной оси и несколькими по вертикали. По некоторым показателям она превосходит программу AS 44.

Программа AS 130 ([80], Скользящие статистики для улучшенных диаграмм рассеяния) вычисляет четыре векторных статистики, предназначенных для улучшения восприятия диаграмм рассеяния пар наблюдений (X_i, Y_i) , $i=1, \dots, N$. N компонент каждой из этих статистик отмечаются на диаграмме.

§ 18. РАЗЛИЧНЫЕ ПРОГРАММЫ

Программа AS 145 ([73], Точное распределение наибольшей полиномиальной частоты) вычисляет вероятности значений, начиная с некоторого минимального, которые может принять наибольшая из компонент случайного вектора, имеющего полиномиальное распределение.

Программа AS 26 ([71], Ранжирование массивов чисел) для заданной последовательности $v=(v_1, v_2, \dots, v_n)$ находит другую последовательность b_1, b_2, \dots, b_n такую, что $b_i = \text{rank}(v_i)$ — номер по порядку величины v_i в последовательности v . При этом, сравнение производится с задаваемой точностью. Так, если эта точность равна 0,25, то последовательности 7,0; 8,0; 8,2; 8,4; 9,0 соответствует последовательность рангов 1, 3, 3, 3, 5.

Программа AS 133 ([232], Оптимизация одномерных многомодальных функций) предназначена для стохастической ми-

нимизации или максимизации функции, рассматриваемой в качестве выборочной функции винеровского процесса с неизвестной дисперсией. Следующая точка для наблюдения функции выбирается на основании значения функции в предшествующих точках в соответствии с одношаговым байесовским методом минимизации.

Программа AS 137 ([175], Моделирование пространственных образов: зависимые выборки из многомерной плотности) по последовательности x_1, \dots, x_m точек на плоскости генерирует новую последовательность, имеющую распределение с условной плотностью $p(x_1|x_2, \dots, x_m)$, пропорциональной c^s , где $0 \leq c < \infty$, s — число точек из (x_2, \dots, x_m) , ближайших к x_1 .

Программа AS 47 ([164], Минимизация функции с использованием симплекс-метода) находит минимум функции N переменных, подпрограмма вычисления которой предоставляется пользователем. Используется алгоритм, предложенный Нельдером и Мидом.

Программа AS 10 ([49], Использование ортогональных полиномов) производит вычисление значений полиномов P_0, P_1, \dots, P_{n-1} , ортогональных на заданном множестве значений аргумента.

Программа AS 10 ([49], Использование ортогональных полиномов с одинаковыми значениями x), в отличие от программы AS 10, находит последовательность полиномов, ортогональных на заданном множестве аргументов x_1, \dots, x_m , в случае, если некоторые из значений $\{x_i\}$ совпадают.

Программа AS 28 ([118], Транспонирование многомерных структур) производит транспонирование последовательности, имитирующей многоходовую таблицу. В качестве примера можно указать, например, преобразование нижней треугольной матрицы в верхнюю треугольную.

Программа AS 1 ([83], Имитация многомерных массивов в одном измерении) производит имитацию многомерных массивов, в том числе и с переменным числом измерений, размещая их в массиве с одним измерением. Программа реализована на языке алгол 60.

Программа AS 39 ([107], Массивы с переменным числом измерений) позволяет имитировать в программе на языке алгол 60 массивы с произвольным числом измерений, которое может изменяться в процессе выполнения программы.

Программа AS 57 ([93], Вывод на печать многомерных таблиц) печатает параллельно одну или несколько многомерных таблиц. Для этого предварительно должна быть задана информация о структуре таблицы и словесная информация, выводимая на печать.

Программа AS 43 ([228], Переменный формат в фортране) позволяет производить печать результатов с форматом, зависящим от результатов вычислений.

ПРИЛОЖЕНИЕ I

РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРОГРАММ ПО РАЗДЕЛАМ ОБЗОРА

I	II	III	I	II	III	I	II	III
AS 1	83	18	AS 51	92	5	AS 101	155	2
2	45	13	52	202	1	102	10	11
3	46	13	53	196	16	103	18	13
4	47	13	54	168	4	104	66	6
5	48	13	55	165	4	105	218	7
AS 6	99	15	AS 56	170	4	AS 106	192	13
7	100	15	57	93	18	107	128	4
8	159	8	58	200	11	108	157	6
9	160	8	59	72	13	109	53	13
10	49	18	60	201	15	110	203	6
AS 11	103	15	AS 61	2	17	AS 111	19	13
12	104	8	62	61	4	112	8	5
13	179	11	63	136	13	113	11	11
14	180	11	64	137	13	114	122	5
15	181	11	65	178	8	115	12	5
AS 16	210	1	AS 66	108	13	AS 116	32	5
17	211	13	67	149	4	117	153	14
18	84	8	68	227	1	118	219	12
19	85	8	69	173	11	119	123	3
20	161	8	70	166	13	120	186	8
AS 21	214	17	AS 71	20	4	AS 121	190	13
22	39	8	72	98	8	122	26	4
23	86	8	73	74	10	123	29	13
24	54	13	74	187	6	124	158	2
25	120	7	75	81	6	125	119	1
AS 26	71	18	AS 76	229	13	AS 126	13	13
27	213	13	77	217	4	127	102	16
28	118	18	78	87	11	128	56	12
29	63	4	79	65	6	129	35	5
30	197	17	80	138	1	130	80	17
AS 31	106	4	AS 81	139	1	AS 131	124	3
32	23	13	82	88	15	132	4	6
33	126	13	83	151	14	133	232	18
34	146	15	84	140	7	134	5	16
35	111	4	85	34	4	135	3	6
AS 36	215	5	AS 86	141	13	AS 136	95	11
37	77	15	87	143	5	137	175	18
38	78	6	88	79	13	138	222	1
39	107	18	89	21	4	139	223	1
40	177	11	90	24	4	140	167	11
AS 41	41	7	AS 91	22	13	AS 141	116	6
42	50	18	92	31	2	142	14	6
43	228	18	93	62	4	143	16	11
44	198	17	94	147	13	144	28	5
45	199	17	95	17	1	145	73	18
AS 46	44	6	AS 96	162	17	AS 146	105	13
47	164	18	97	152	14	147	38	13
48	171	3	98	82	16	148	144	1
49	172	3	99	110	1	149	51	6
50	216	4	100	109	1	150	36	10

(продолжение приложения 1)

I	II	III	I	II	III	I	II	III
AS 151	37	10	AS 176	193	3	AS 201	134	4
152	131	13	177	182	12	202	212	3
153	67	13	178	43	15	203	1	1
154	76	10	179	19	13	204	68	13
155	55	13	180	101	1	205	188	5
AS 156	115	9	AS 181	183	4	AS 206	30	6
157	89	4	182	97	10	207	91	6
158	52	4	183	220	16	208	6	1
159	169	5	184	27	13	209	184	1
160	133	5	185	129	5	210	7	1
AS 161	145	5	AS 186	70	14	AS 211	69	15
162	195	4	187	154	13	212	207	6
163	42	6	188	113	3	213	130	16
164	204	6	189	194	1	214	33	2
165	209	7	190	132	13	215	114	1
AS 166	230	9	AS 191	148	10	AS 216	208	1
167	231	9	192	57	1	217	96	4
168	205	17	193	112	16	218	64	13
169	206	17	194	40	10	219	60	3
170	156	13	195	189	13	220	25	1
AS 171	75	4	AS 196	117	4	AS 221	59	11
172	163	9	197	150	10	222	94	6
173	135	9	198	174	4	223	125	6
174	191	4	199	176	4	224	58	9
175	121	10	200	9	12	225	221	7
						AS 226	127	13
						227	142	13

I—номер программы в журнале.
II—номер ссылки в списке литературы.
III—номер раздела в обзоре.

ЗАМЕЧАНИЯ К ПРОГРАММАМ ИЗ «APPLIED STATISTICS»

Номер программы	Год, том, номер, страницы в «Applied Statistics»
AS 1	1969, 18, № 1, 116—117
AS 2	1969, 18, № 3, 299—300
AS 3	1969, 18, № 1, 118
AS 4	1969, 18, № 1, 118; 1970, 19, № 2, 204; 1973, 22, № 3, 428
AS 5	1969, 18, № 1, 118; 1973, 22, № 3, 428; 1985, 34, № 1, 102
AS 6	1969, 18, № 1, 118; 1974, 23, № 3, 477; 1982, 31, № 3, 336—339
AS 7	1969, 18, № 1, 118; 1982, 31, № 3, 336—339
AS 10	1971, 20, № 1, 117—118; 1971, 20, № 2, 216
AS 16	1977, 26, № 1, 122; 1987, 36, № 1, 119—120
AS 21	1971, 20, № 1, 118; 1974, 23, № 2, 248
AS 26	1973, 22, № 1, 133
AS 29	1976, 25, № 2, 193
AS 30	1971, 20, № 1, 118; 1972, 21, № 3, 351
AS 32	1985, 34, № 3, 326
AS 35	1971, 20, № 3, 346; 1972, 21, № 3, 352; 1977, 26, № 2, 221—226
AS 37	1974, 23, № 1, 100
AS 43	1971, 20, № 3, 346
AS 44	1974, 23, № 2, 248
AS 45	1973, 22, № 2, 274
AS 47	1974, 23, № 2, 250—251; 1974, 23, № 2, 252; 1976, 25, № 1, 97; 1978, 27, № 3, 380—382
AS 51	1976, 25, № 2, 193
AS 58	1975, 24, № 1, 160—161
AS 60	1974, 23, № 1, 101—102
AS 61	1977, 26, № 3, 368
AS 63	1977, 26, № 1, 111—114
AS 64	1977, 26, № 1, 111—114
AS 73	1981, 30, № 3, 354
AS 74	1976, 25, № 1, 96—97
AS 75	1976, 25, № 3, 323—324; 1982, 31, № 3, 340
AS 76	1978, 27, № 3, 379—380; 1985, 34, № 1, 100—101; 1979, 28, № 1, 113 (два замечания); 1979, 28, № 3, 336; 1986, 35, № 3, 310—312
AS 78	1975, 24, № 3, 390
AS 87	1977, 26, № 1, 121
AS 98	1976, 25, № 3, 324; 1978, 27, № 3, 375—377
AS 99	1981, 30, № 1, 106
AS 100	1981, 30, № 1, 106; 1983, 32, № 3, 345
AS 106	1984, 33, № 3, 366—369
AS 108	1978, 27, № 3, 378; 1987, 36, № 1, 118
AS 110	1979, 28, № 1, 112—113
AS 112	1978, 27, № 1, 109; 1981, 30, № 1, 106—107; 1986, 35, № 1, 86—88
AS 122	1981, 30, № 3, 352—353
AS 125	1981, 30, № 3, 355
AS 126	1982, 31, № 1, 99
AS 127	1982, 31, № 2, 190—192
AS 129	1980, 29, № 1, 118; 1981, 30, № 1, 108
AS 135	1983, 32, № 3, 345—347

Номер программы	Год, том, номер, страницы в «Applied Statistics»
AS 136	1981, 30, № 3, 355—356
AS 139	1980, 29, № 2, 228; 1981, 30, № 1, 105
AS 141	1979, 28, № 3, 336; 1981, 30, № 3, 356
AS 147	1980, 29, № 2, 229 (новый текст на отдельном листе, исправлены несущественные опечатки); 1985, 34, № 3, 326
AS 148	1986, 35, № 1, 89—91
AS 152	1982, 31, № 3, 339—340
AS 153	1981, 30, № 2, 189; 1984, 33, № 3, 363—366; 1984, 33, № 3, 366—369
AS 155	1984, 33, № 3, 366—369
AS 162	1984, 33, № 1, 123
AS 164	1981, 30, № 3, 357
AS 169	1984, 33, № 3, 370—372; 1982, 31, № 3, 340
AS 176	1984, 33, № 1, 120—122; 1986, 35, № 2, 235—236
AS 177	1983, 32, № 2, 223—224
AS 181	1983, 32, № 2, 234; 1986, 35, № 2, 232—234
AS 183	1984, 33, № 1, 123; 1985, 34, № 2, 198—200; 1986, 35, № 1, 89
AS 190	1985, 34, № 1, 104; 1987, 36, № 1, 119
AS 193	1985, 34, № 1, 102—103
AS 195	1985, 34, № 1, 103—104
AS 199	1986, 35, № 3, 314
AS 205	1986, 35, № 1, 88
AS 206	1986, 35, № 3, 312—314; 1987, 36, № 1, 120

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Agha M., Ibrahim M. T.*, Algorithm AS 203. Maximum likelihood estimation of mixtures of distributions. *Appl. Statist.*, 1984, 33, № 3, 327—332
2. *Andrews D. F., Tukey J. W.*, Algorithm AS 61. Six-line plots. *Appl. Statist.*, 1973, 22, № 2, 265—269 (ПЖМар, 1974, 2B782)
3. *Armstrong R. D., Kung D. S.*, Algorithm AS 135. Min-max estimates for a linear multiple regression problem. *Appl. Statist.*, 1979, 28, № 1, 93—100 (ПЖМар, 1979, 9B329)
4. —, *Kung Mabel Tam*, Algorithm AS 132. Least absolute value estimates for a simple linear regression problem. *Appl. Statist.*, 1978, 27, № 3, 363—366 (ПЖМар, 1979, 7B545)
5. *Atkinson A. C., Whittaker J.*, Algorithm AS 134. The generation of beta random variables with one parameter greater than and one parameter less than 1. *Appl. Statist.*, 1979, 28, № 1, 90—93 (ПЖМар, 1979, 9B319)
6. *Bacon-Shone J.*, Algorithm AS 208. Fitting a multivariate logistic normal distribution by the method of moments. *Appl. Statist.*, 1985, 34, № 1, 81—86 (ПЖМар, 1985, 10B295)
7. —, Algorithm AS 210. Fitting five parameter Jonson S_B curves by moments. *Appl. Statist.*, 1985, 34, № 1, 95—100
8. *Baker R. J.*, Algorithm AS 112. Exact distributions derived from two-way tables. *Appl. Statist.*, 1977, 26, № 2, 199—206
9. *Balakrishnan N.*, Algorithm AS 200. Approximating the sum of squares of normal scores. *Appl. Statist.*, 1984, 33, № 2, 242—245
10. *Banfield C. F.*, Algorithm AS 102. Ultrametric distances for a single lin-

- kage dendrogram. Appl. Statist., 1976, 25, № 3, 313—315 (PЖMar, 1977, 7B177)
11. —, *Bassill L. C.*, Algorithm AS 113. A transfer algorithm for non-hierarchical classification. Appl. Statist., 1977, 26, № 2, 206—210
 12. *Baptista J., Pike M. C.*, Algorithm AS 115. Exact two-sided confidence limits for the odds ratio in 2×2 table. Appl. Statist., 1977, 26, № 2, 214—220
 13. *Barnard J.*, Algorithm AS 126. Probability integral of the normal range. Appl. Statist., 1978, 27, № 2, 197—198 (PЖMar, 1979, 3B970)
 14. *Bayer L., Cox C.*, Algorithm AS 142. Exact tests of significance in binary regression models. Appl. Statist., 1979, 28, № 3, 319—324 (PЖMar, 1980, 3B496)
 15. *Beasley J. D., Springer S. G.*, Algorithm AS 111. The percentage points of the normal distribution. Appl. Statist., 1977, 26, № 1, 118—121 (PЖMar, 1977, 12B146)
 16. *Bedall F. K., Zimmermann H.*, Algorithm AS 143. The mediancentre. Appl. Statist., 1979, 28, № 3, 325—328 (PЖMar, 1980, 3B495)
 17. *Benn R. T., Sidebottom S.*, Algorithm AS 95. Maximum-likelihood estimation of location and scale parameters from grouped data. Appl. Statist., 1976, 25, № 1, 88—93 (PЖMar, 1976, 12B216)
 18. *Bernardo J. M.*, Algorithm AS 103. Psi (digamma) function. Appl. Statist., 1976, 25, № 3, 315—317 (PЖMar, 1977, 7B1189)
 19. *Berry K. J.*, Algorithm AS 179. Enumeration of all permutations of multi-sets with fixed repetition numbers. Appl. Statist., 1982, 31, № 2, 169—173. (PЖMar, 1983, 1B253)
 20. *Best D. J., Gipps P. G.*, Algorithm AS 71. The upper tail probabilities of Kendall's tau. Appl. Statist., 1974, 23, № 1, 98—100 (PЖMar, 1975, 2B318)
 21. —, *Roberts D. E.*, Algorithm AS 89. The upper tail probabilities of Spearman's rho. Appl. Statist., 1975, 24, № 3, 377—379
 22. —, —, Algorithm AS 91. The percentage points of the χ^2 distribution. Appl. Statist., 1975, 24, № 3, 385—388
 23. *Bhattacharjee G. P.*, Algorithm AS 32. The incomplete gamma integral. Appl. Statist., 1970, 19, № 3, 285—287 (PЖMar, 1971, 7B748)
 24. *Bohrer R.*, Algorithm AS 90. One-sided multi-variable inference. Appl. Statist., 1975, 24, № 3, 380—384
 25. —, Algorithm AS 220. Operating characteristics of James-Stein and Efron-Morris estimators. Appl. Statist., 1986, 35, № 2, 226—232 (PЖMar, 1987, 5B278)
 26. —, *Chow W.*, Algorithm AS 122. Weights for one-sided multivariate inference. Appl. Statist., 1978, 27, № 1, 100—104
 27. —, *Scherutsh M. J., Sheft J.*, Algorithm AS 184. Non-central Studentized maximum and related multiple- t probabilities. Appl. Statist., 1982, 31, № 3, 309—317 (PЖMar, 1983, 7B149)
 28. *Boyett J. M.*, Algorithm AS 144. Random $R \times C$ tables with given row and column totals. Appl. Statist., 1979, 28, № 3, 329—332 (PЖMar, 1980, 3B497)
 29. *Bremner J. M.*, Algorithm AS 123. Mixtures of beta distributions. Appl. Statist., 1978, 27, № 1, 104—109
 30. *Bril G., Dykstra R., Pillers C., Robertson T.*, Algorithm AS 206. Isotonic regression in two independent variables. Appl. Statist., 1984, 33, № 3, 352—357
 31. *Brooker P., Selby J. P.*, Algorithm AS 92. The sample size for a distribution-free tolerance interval. Appl. Statist., 1975, 24, № 3, 388—390
 32. *Brown M. B.*, Algorithm AS 116. The tetrachoric correlation and its asymptotic standard error. Appl. Statist., 1977, 26, № 3, 343—351 (PЖMar, 1978, 6B536)
 33. *Buckland S. T.*, Algorithm AS 214. Calculation of Monte-Carlo confidence intervals. Appl. Statist., 1985, 34, № 3, 296—301

34. *Bukač J.*, Algorithm AS 85. Critical values of the sign test. Appl. Statist., 1975, 24, № 2, 265—267 (PJKMar, 1976, 1B218)
35. *Casagrande J. T., Pike M. C., Smith P. G.*, Algorithm AS 129. The power function of the «exact» test for comparing two binomial distributions. Appl. Statist., 1978, 27, № 2, 212—219 (PJKMar, 1979, 5B636)
36. *Charnock D. M.*, Algorithm AS 150. Spectrum estimate for a counting process. Appl. Statist., 1980, 29, № 2, 211—214
37. —, Algorithm AS 151. Spectral estimates for bivariate counting processes by sectioning the data. Appl. Statist., 1980, 29, № 2, 214—220
38. *Chi-Leung Lau*, Algorithm AS 147. A simple series for the incomplete gamma integral. Appl. Statist., 1980, 29, № 1, 113—114
39. *Claringbold P. J.*, Algorithm AS 22. The interaction algorithm. Appl. Statist., 1969, 18, № 3, 283—287 (PJKMar, 1970, 7B538)
40. *Clarke B. R.*, Algorithm AS 194. An algorithm for testing goodness of fit of ARMA (P, Q) models. Appl. Statist., 1983, 32, № 3, 335—344
41. *Clarke M. R. B.*, Algorithm AS 41. Updating the sample mean and dispersion matrix. Appl. Statist., 1971, 20, № 2, 206—209
42. —, Algorithm AS 163. A Given algorithm for moving from one linear model to another without going back to the data. Appl. Statist., 1981, 30, № 2, 198—203
43. —, Algorithm AS 178. The Gauss-Jordan sweep operator with detection of collinearity. Appl. Statist., 1982, 31, № 2, 166—168 (PJKMar, 1983, 1B298)
44. *Clayton D. G.*, Algorithm AS 46. Gram-Schmidt orthogonalization. Appl. Statist., 1971, 20, № 3, 335—338 (PJKMar, 1972, 6B546)
45. *Cooper B. E.*, Algorithm AS 2. The normal integral. Appl. Statist., 1968, 17, № 2, 186—188 (PJKMar, 1969, 4B537)
46. —, Algorithm AS 3. The integral of Student's t -distribution. Appl. Statist., 1968, 17, № 2, 189—190 (PJKMar, 1969, 4B538)
47. —, Algorithm AS 4. An auxiliary function for distribution integrals. Appl. Statist., 1968, 17, № 2, 190—192 (PJKMar, 1969, 4B539)
48. —, Algorithm AS 5. The integral of the non-central t -distribution. Appl. Statist., 1968, 17, № 2, 193—194 (PJKMar, 1969, 4B542)
49. —, Algorithm AS 10. The use of orthogonal polynomials. Appl. Statist., 1968, 17, № 3, 283—287 (PJKMar, 1969, 10B436)
50. —, Algorithm AS 42. The use of orthogonal polynomials with equal x -values. Appl. Statist., 1971, 20, № 2, 209—213
51. *Cran G. W.*, Algorithm AS 149. Amalgamation of means in case of simple ordering. Appl. Statist., 1980, 29, 209—211
52. —, Algorithm AS 158. Calculation of the probabilities $P(l, k)$ for the simply ordered alternative. Appl. Statist., 1981, 30, № 1, 85—91 (PJKMar, 1982, 2B368)
53. —, *Martin K. J., Thomas G. E.*, Remark AS R19 and algorithm AS 109. A remark on algorithms AS 63: The incomplete beta integral, AS 64: Inverse of the incomplete beta function ratio. Appl. Statist., 1977, 26, № 1, 111—114
54. *Cunningham S. W.*, Algorithm AS 24. From normal integral to deviate. Appl. Statist., 1969, 18, № 3, 290—293 (PJKMar, 1970, 7B541)
55. *Davies R. B.*, Algorithm AS 155. The distribution of a linear combination of χ^2 random variables. Appl. Statist., 1980, 29, № 3, 323—333
56. *Davis C. S., Stephens M. A.*, Algorithm AS 128. Approximating the covariance matrix of normal order statistics. Appl. Statist., 1978, 27, № 2, 206—212 (PJKMar, 1979, 5B640)
57. —, —, Algorithm AS 192. Approximate percentage points using Pearson curves. Appl. Statist., 1983, 32, № 3, 322—327
58. *Dean A. M.*, Algorithm AS 224. Combining component designs to form a design with several orthogonal blocking factors. Appl. Statist., 1987, 36, № 2, 228—234
59. *DerSimonian R.*, Algorithm AS 221. Maximum likelihood estimation of a mixing distribution. Appl. Statist., 1986, 35, № 3, 302—309

60. Dewey M. E., Algorithm AS 219. Height balanced trees. Appl. Statist., 1986, 35, № 2, 220—226 (PЖMar, 1987, 5B279)
61. Dinneen L. C., Blakesley B. C., Algorithm AS 62. A generator for the sampling distribution of the Mann-Whitney U statistic. Appl. Statist., 1973, 22, № 2, 269—273 (PЖMar, 1974, 1B731)
62. —, —, Algorithm AS 93. A generator for the null distribution of the Ansari-Bradley W statistic. Appl. Statist., 1976, 25, № 1, 75—81 (PЖMar, 1976, 12B253)
63. Downham D. Y., Algorithm AS 29. The runs up and down test. Appl. Statist., 1970, 19, № 2, 190—192
64. Escobar L. A., Meeher W. Q., Jr., Algorithm AS 218. Elements of the Fisher information matrix for the smallest extreme value distribution and censored data. Appl. Statist., 1986, 35, № 1, 80—86
65. Farebrother R. W., Algorithm AS 79. Gram-Schmidt regression. Appl. Statist., 1974, 23, № 3, 470—476 (PЖMar, 1975, 9B805)
66. —, Algorithm AS 104. BLUS residuals. Appl. Statist., 1976, 25, № 3, 317—322 (PЖMar, 1977, 7B145)
67. —, Algorithm AS 153. Pan's procedure for the tail probabilities of the Durbin-Watson statistic. Appl. Statist., 1980, 29, № 2, 224—227
68. —, Algorithm AS 204. The distribution of a positive linear combination of χ^2 random variables. Appl. Statist., 1984, 33, № 3, 332—339
69. Flury B. N., Constantine G., Algorithm AS 211. The F - G diagonalization algorithm. Appl. Statist., 1985, 34, № 2, 177—183
70. Francik A., Kościelniak J., Algorithm AS 186. Fast algorithm of data permutation in discrete fast Fourier transform. Appl. Statist., 1982, 31, № 3, 327—330 (PЖMar, 1983, 7B1148)
71. Freeman P. R., Algorithm AS 26. Ranking an array of numbers. Appl. Statist., 1970, 19, № 1, 111—113
72. —, Algorithm AS 59. Hypergeometric probabilities. Appl. Statist., 1973, 22, № 1, 130—133 (PЖMar, 1973, 10B763)
73. —, Algorithm AS 145. Exact distribution of the largest multinomial frequency. Appl. Statist., 1979, 28, № 3, 333—336 (PЖMar, 1980, 3B500)
74. Frome E. L., Algorithm AS 73. Cross-spectrum smoothing via the finite Fourier transform. Appl. Statist., 1974, 23, № 2, 238—244 (PЖMar, 1975, 3B965)
75. —, Algorithm AS 171. Fisher's exact variance test for the Poisson distribution. Appl. Statist., 1982, 31, № 1, 67—71
76. Gardner G., Harvey A. C., Phillips G. D. A., Algorithm AS 154. An algorithm for exact maximum likelihood estimation of autoregressive-moving average models by means of Kalman filtering. Appl. Statist., 1980, 29, № 3, 311—322
77. Garside M. J., Algorithm AS 37. Inversion of a symmetric matrix. Appl. Statist., 1971, 20, № 1, 111—112
78. —, Algorithm AS 38. Best subset search. Appl. Statist., 1971, 20, № 1, 112—115
79. Gentleman J. F., Algorithm AS 88. Generation of all ${}_N C_R$ combinations by simulating nested Fortran DO loops. Appl. Statist., 1975, 24, № 3, 374—376
80. —, Algorithm AS 130. Moving statistics for enhanced scatter plots. Appl. Statist., 1978, 27, № 3, 354—358 (PЖMar, 1979, 7B547)
81. Gentleman W. M., Algorithm AS 75. Basic procedures for large, sparse or weighted linear least squares problems. Appl. Statist., 1974, 23, № 3, 448—454 (PЖMar, 1975, 8B693)
82. Golder E. R., Algorithm AS 98. The spectral test for the evaluation of congruential pseudo-random generators. Appl. Statist., 1976, 25, № 2, 173—180 (PЖMar, 1977, 2B212)
83. Gower J. C., Algorithm AS 1. Simulating multidimensional arrays in one dimension. Appl. Statist., 1968, 17, № 2, 180—185 (PЖMar, 1969, 4B536)

84. —, Algorithm AS 18. Evaluation of marginal means. *Appl. Statist.*, 1969, 18, № 2, 197—199 (PЖMar, 1970, 4B665)
85. —, Algorithm AS 19. Analysis of variance for a factorial table. *Appl. Statist.*, 1969, 18, № 2, 199—202 (PЖMar, 1970, 4B668)
86. —, Algorithm AS 23. Calculation of effects. *Appl. Statist.*, 1969, 18, № 3, 287—290 (PЖMar, 1970, 7B534)
87. —, Algorithm AS 78. The mediancentre. *Appl. Statist.*, 1974, 23, № 3, 466—470 (PЖMar, 1975, 9B806)
88. —, Algorithm AS 82. The determinant of an orthogonal matrix. *Appl. Statist.*, 1975, 24, № 1, 150—153 (PЖMar, 1976, 1B1295)
89. *Grafton R. G. T.*, Algorithm AS 157. The runs-up and runs-down tests. *Appl. Statist.*, 1981, 30, № 1, 81—85
90. *Griffiths P., Hill I. D.*, (eds), *Applied statistics algorithms*. Chichester: Ellis Horwood Ltd., 1985, 307 p.
91. *Haber M.*, Algorithm AS 207. Fitting general log-linear model. *Appl. Statist.*, 1984, 33, № 3, 358—362
92. *Haberman S. J.*, Algorithm AS 51. Log-linear fit for contingency tables. *Appl. Statist.*, 1972, 21, № 2, 218—225
93. —, Algorithm AS 57. Printing multidimensional tables. *Appl. Statist.*, 1973, 22, № 1, 118—126 (PЖMar, 1973, 10B762)
94. *Härdle W.*, Algorithm AS 222. Resistant smoothing using the fast Fourier transform. *Appl. Statist.*, 1987, 36, № 1, 104—111 (PЖMar, 1987, 11B556)
95. *Hartigan J. A., Wong M. A.*, Algorithm AS 136. A K -means clustering algorithm. *Appl. Statist.*, 1978, 28, № 1, 100—108 (PЖMar, 1979, 9B328)
96. *Hartigan P. M.*, Algorithm AS 217. Computation of the dip statistic to test for unimodality. *Appl. Statist.*, 1985, 34, № 3, 320—325
97. *Harvey A. C., McKenzie C. R.*, Algorithm AS 182. Finite sample prediction from ARIMA processes. *Appl. Statist.*, 1982, 31, № 2, 180—187 (PЖMar, 1983, 1B330)
98. *Hawkins D. M.*, Algorithm AS 72. Computing mean vectors and dispersion matrices in multivariate analysis of variance. *Appl. Statist.*, 1974, 23, № 2, 234—238 (PЖMar, 1975, 3B962)
99. *Healy M. J. R.*, Algorithm AS 6. Triangular decomposition of a symmetric matrix. *Appl. Statist.*, 1968, 17, № 2, 195—197 (PЖMar, 1969, 4B541)
100. —, Algorithm AS 7. Inversion of a positive semi-definite matrix. *Appl. Statist.*, 1968, 17, № 2, 198—199 (PЖMar, 1969, 4B540)
101. —, Algorithm AS 180. A linear estimator of standard deviation in symmetrically trimmed normal samples. *Appl. Statist.*, 1982, 31, № 2, 174—175 (PЖMar, 1983, 1B214)
102. *Heiberger R. M.*, Algorithm AS 127. Generation of random orthogonal matrices. *Appl. Statist.*, 1978, 27, № 2, 199—206
103. *Herraman C.*, Algorithm AS 11. Normalizing a symmetric matrix. *Appl. Statist.*, 1968, 17, № 3, 287—288 (PЖMar, 1969, 11B543)
104. —, Algorithm AS 12. Sum of squares and products matrix. *Appl. Statist.*, 1968, 17, № 3, 289—292 (PЖMar, 1969, 10B439)
105. *Hidroglou M. A., Gray G. B.*, Algorithm AS 146. Construction of joint probability of selection for symmetric p.p.c. sampling. *Appl. Statist.*, 1980, 29, № 1, 107—112
106. *Hill I. D.*, Algorithm AS 31. Operating characteristic and average sample size for binomial sequential sampling. *Appl. Statist.*, 1970, 19, № 2, 197—203 (PЖMar, 1971, 3B241)
107. —, Algorithm AS 39. Arrays with a variable number of dimensions. *Appl. Statist.*, 1971, 20, № 1, 115—117
108. —, Algorithm AS 66. The normal integral. *Appl. Statist.*, 1973, 22, № 3, 424—427
109. —, Algorithm AS 100. Normal-Johnson and Johnson-normal transformations. *Appl. Statist.*, 1976, 25, № 2, 190—192 (PЖMar, 1977, 2B131)
110. —, *Hill R., Holder R. L.*, Algorithm AS 99. Fitting Johnson curves by moments. *Appl. Statist.*, 1976, 25, № 2, 180—189 (PЖMar, 1977, 2B149)

111. —, *Peto R.*, Algorithm AS 35. Probabilities derived from finite populations. Appl. Statist., 1971, 20, № 1, 99—105 (PЖMar, 1971, 3B241)
112. *Hopkins T. R.*, Algorithm AS 193. A revised algorithm for the spectral test. Appl. Statist., 1983, 32, № 3, 328—335
113. —, *Welch P. H., Köllerström J.*, Algorithm AS 188. Estimation of the order of dependence in sequences. Appl. Statist., 1983, 32, № 2, 185—196
114. *Hosking J. R. M.*, Algorithm AS 215. Maximum-likelihood estimation of the parameters of the generalized extreme-value distribution. Appl. Statist., 1985, 34, № 3, 301—310
115. *Jones B.*, Algorithm AS 156. Combining two component designs to form a row-and-column design. Appl. Statist., 1980, 29, № 3, 334—337
116. *Kent P.*, Algorithm AS 141. Inversion of a symmetric matrix in regression models. Appl. Statist., 1979, 28, № 2, 214—217 (PЖMar, 1980, 1B690)
117. *Krailo M. D., Pike M. C.*, Algorithm AS 196. Conditional multivariate logistic analysis of stratified case-control studies. Appl. Statist., 1984, 33, № 1, 95—103 (PЖMar, 1985, 2B537)
118. *Krzanowski W. J.*, Algorithm AS 28. Transposing multiway structures. Appl. Statist., 1970, 19, № 1, 115—118
119. *Lagakos S. W., Kuhns M. H.*, Algorithm AS 125. Maximum likelihood estimation for censored exponential survival data with covariates. Appl. Statist., 1978, 27, № 2, 190—197 (PЖMar, 1979, 5B635)
120. *Lagoo V. K.*, Algorithm AS 25. Classification of means from analysis of variance. Appl. Statist., 1969, 18, № 3, 294—298 (PЖMar, 1970, 7B539)
121. *Laurie D. P.*, Algorithm AS 175. Cramér-Wold factorization. Appl. Statist., 1982, 31, № 1, 86—93 (PЖMar, 1982, 12B562)
122. *Leathers B. L.*, Algorithm AS 114. Computing the numerator of association when the data are ordered categories. Appl. Statist., 1977, 26, № 2, 211—213
123. —, Algorithm AS 119. Tabulating sparse joint frequency distributions. Appl. Statist., 1977, 26, № 3, 364—368 (PЖMar, 1978, 6B532)
124. —, Algorithm AS 131. Tabulating frequency distributions for variables with structured code sets. Appl. Statist., 1978, 27, № 3, 359—362 (PЖMar, 1979, 7B544)
125. *Lee Tze-San*, Algorithm AS 223. Optimum ridge parameter selection. Appl. Statist., 1987, 36, № 1, 112—118 (PЖMar, 1987, 11B245)
126. *Leech F. B.*, Algorithm AS 33. Calculation of hypergeometric sample sizes. Appl. Statist., 1970, 19, № 3, 287—289 (PЖMar, 1971, 7B764)
127. *Lenth R. V.*, Algorithm AS 226. Computing noncentral beta probabilities. Appl. Statist., 1987, 36, № 2, 241—244
128. *Leventhal B.*, Algorithm AS 107. Operating characteristics and average sampling number for a general class of sequential sampling plans. Appl. Statist., 1977, 26, № 1, 98—106 (PЖMar, 1977, 12B256)
129. *Lin Shang P.*, Algorithm AS 185. Automatic model selection in contingency tables. Appl. Statist., 1982, 31, № 3, 317—326
130. —, *Bendel R. B.*, Algorithm AS 213. Generation of population correlation matrices with specified eigenvalues. Appl. Statist., 1985, 34, № 2, 193—198
131. *Lund R. E.*, Algorithm AS 152. Cumulative hypergeometric probabilities. Appl. Statist., 1980, 29, № 2, 221—223
132. —, *Lund J. R.*, Algorithm AS 190. Probabilities and upper quantiles for the Studentized range. Appl. Statist., 1983, 32, № 2, 204—210
133. *Lustbader E. D., Stodola R. K.*, Algorithm AS 160. Partial and marginal association in multidimensional contingency tables. Appl. Statist., 1981, 30, № 1, 97—105
134. *Macdonald R. R.*, Algorithm AS 201. Combined significance test of differences between conditions and ordinal predictions. Appl. Statist., 1984, 33, № 2, 245—248
135. *MacKezie G., O'Flaherty M.*, Algorithm AS 173. Direct design matrix generation for balanced factorial experiments. Appl. Statist., 1982, 31, № 1, 74—80

136. *Majumder K. L., Bhattacharjee G. P.*, Algorithm AS 63. The incomplete beta integral. *Appl. Statist.*, 1973, 22, № 3, 409—411
137. —, —, Algorithm AS 64. Inverse of the incomplete beta function ratio. *Appl. Statist.*, 1973, 22, № 3, 411—414
138. *Mardia K. V., Zemroch P. J.*, Algorithm AS 80. Spherical statistics. *Appl. Statist.*, 1975, 24, № 1, 144—146 (PJKMar, 1976, 1B1312)
139. —, —, Algorithm AS 81. Circular statistics. *Appl. Statist.*, 1975, 24, № 1, 147—150 (PJKMar, 1976, 1B1293)
140. —, —, Algorithm AS 84. Measures of multivariate skewness and kurtosis. *Appl. Statist.*, 1975, 24, № 2, 262—265 (PJKMar, 1976, 2B318)
141. —, —, Algorithm AS 86. The von Mises distribution function. *Appl. Statist.*, 1975, 24, № 2, 267—272 (PJKMar, 1976, 1B221)
142. *Marsh N. W. A.*, Algorithm AS 227. Efficient generation of all binary patterns by Gray code counting. *Appl. Statist.*, 1987, 36, № 2, 245—249
143. *Martinson E. O., Hamdan M. A.*, Algorithm AS 87. Calculation of the polychoric estimate of correlation in contingency tables. *Appl. Statist.*, 1975, 24, № 2, 272—278 (PJKMar, 1976, 2B316)
144. *Matloff N. S.*, Algorithm AS 148. The jakknife. *Appl. Statist.*, 1980, 29, № 1, 115—117
145. *McDonald L. L., Bauer H. R., III*, Algorithm AS 161. Critical regions of an unconditional non-randomized test of homogeneity in 2×2 contingency tables. *Appl. Statist.*, 1981, 30, № 2, 182—189
146. *McGilchrist C. A.*, Algorithm AS 34. Sequential inversion of band matrices. *Appl. Statist.*, 1970, 19, № 3, 290—292 (PJKMar, 1971, 6B632)
147. *McLaren M. L.*, Algorithm AS 94. Coefficients of the zonal polynomials. *Appl. Statist.*, 1976, 25, № 1, 82—87 (PJKMar, 1976, 12B270)
148. *McLeod A. I., Sales P. R. H.*, Algorithm AS 191. An algorithm for approximate likelihood calculation of ARMA and seasonal ARMA models. *Appl. Statist.*, 1983, 32, № 2, 211—223
149. *McPherson K.*, Algorithm AS 67. The evaluation of absorption probabilities in sequential binomial sampling. *Appl. Statist.*, 1974, 23, № 1, 83—86 (PJKMar, 1975, 2B317)
150. *Mélard G.*, Algorithm AS 197. A fast algorithm for the exact likelihood of autoregressive-moving average models. *Appl. Statist.*, 1984, 33, № 1, 104—114 (PJKMar, 1985, 5B449)
151. *Monro D. M.*, Algorithm AS 83. Complex discrete fast Fourier transform. *Appl. Statist.*, 1975, 24, № 1, 153—160 (PJKMar, 1976, 1B1292)
152. —, —, Algorithm AS 97. Real discrete fast Fourier transform. *Appl. Statist.*, 1976, 25, № 2, 166—172 (PJKMar, 1977, 3B1027)
153. —, *Branch J. L.*, Algorithm AS 117. The Chirp discrete Fourier transform of general length. *Appl. Statist.*, 1977, 26, № 3, 351—361 (PJKMar, 1978, 6B533)
154. *Moore R. J.*, Algorithm AS 187. Derivatives of the incomplete gamma integral. *Appl. Statist.*, 1982, 31, № 3, 330—335 (PJKMar, 1983, 8B1308)
155. *Narula S. C., Desu M. M.*, Algorithm AS 101. Distribution-free confidence intervals. *Appl. Statist.*, 1976, 25, № 3, 309—312 (PJKMar, 1977, 7B158)
156. —, —, Algorithm AS 170. Computation of probability and non-centrality parameter of a non-central chi-squared distribution. *Appl. Statist.*, 1981, 30, № 3, 349—352 (PJKMar, 1982, 8B1085)
157. —, *Wellington J. F.*, Algorithm AS 108. Multiple linear regression with minimum sum of absolute errors. *Appl. Statist.*, 1977, 26, № 1, 106—111 (PJKMar, 1977, 12B200)
158. *Neave H. R.*, Algorithm AS 124. Sample sizes for one-sided and strong two-sided distribution-free tolerance limits. *Appl. Statist.*, 1978, 27, № 2, 188—189 (PJKMar, 1979, 3B437)
159. *Nelder J. A.*, Algorithm AS 8. Main effects from a multi-way table. *Appl. Statist.*, 1968, 17, № 3, 277—279 (PJKMar, 1969, 10B438)
160. —, Algorithm AS 9. Construction of additive table. *Appl. Statist.*, 1968, 17, № 3, 279—283 (PJKMar, 1969, 11B558)
161. —, Algorithm AS 20. The efficient formation of a triangular array with

- restricted storage for data. Appl. Statist., 1969, 18, № 2, 203—206 (PЖMar, 1970, 4B664)
162. —, Algorithm AS 96. A simple algorithm for scaling graphs. Appl. Statist., 1976, 25, № 1, 94—96 (PЖMar, 1976, 12B1084)
 163. *O'Flaherty M., MacKenzie G.*, Algorithm AS 172. Direct simulation of nested Fortran DO-LOOPS. Appl. Statist., 1982, 31, № 1, 71—74
 164. *O'Neill R.*, Algorithm AS 47. Function minimization using a simplex procedure. Appl. Statist., 1971, 20, № 3, 338—345 (PЖMar, 1972, 6B547)
 165. *Odeh R. E.*, Algorithm AS 55. The generalized Mann-Whitney U -statistic. Appl. Statist., 1972, 21, № 3, 348—351 (PЖMar, 1973, 8B657)
 166. —, *Evans J. O.*, Algorithm AS 70. The percentage points of the normal distribution. Appl. Statist., 1974, 23, № 1, 96—97 (PЖMar, 1975, 1B1071)
 167. *Oehlert G. W.*, Algorithm AS 140. Clustering the nodes of a directed graph. Appl. Statist., 1979, 28, № 2, 206—214 (PЖMar, 1979, 10B427)
 168. *Panneton M., Robillard P.*, Algorithm AS 54. Kendall's S frequency distribution. Appl. Statist., 1972, 21, № 3, 345—348
 169. *Patefield W. M.*, Algorithm AS 159. An efficient method of generating random $R \times C$ tables with given row and column totals. Appl. Statist., 1981, 30, № 1, 91—97 (PЖMar, 1982, 2B367)
 170. *Peto R.*, Algorithm AS 56. Permutational significance testing. Appl. Statist., 1973, 22, № 1, 112—118 (PЖMar, 1973, 9B760)
 171. *Phillips J. P. N.*, Algorithm AS 48. Uncertainty function for a binary sequence. Appl. Statist., 1972, 21, № 1, 97—99
 172. —, Algorithm AS 49. Autocorrelation function for a binary sequence. Appl. Statist., 1972, 21, № 1, 100—103
 173. *Pike M. C., Bull D.*, Algorithm AS 69. Knox test for space-time clustering in epidemiology. Appl. Statist., 1974, 23, № 1, 92—95 (PЖMar, 1975, 1B1070)
 174. *Pillers C., Robertson T., Wright F. T.*, Algorithm AS 198. The level probabilities of order restricted inference. Appl. Statist., 1984, 33, № 1, 115—119 (PЖMar, 1985, 5B465)
 175. *Ripley B. D.*, Algorithm AS 137. Simulating spatial patterns: dependent samples from a multivariate density. Appl. Statist., 1979, 28, № 1, 109—112 (PЖMar, 1979, 9B327)
 176. *Roberts S. J.*, Algorithm AS 199. A branch and bound algorithm for determining the optimal feature subset of given size. Appl. Statist., 1984, 33, № 2, 236—241
 177. *Roger J. H.*, Algorithm AS 40. Updating a minimum spanning tree. Appl. Statist., 1971, 20, № 2, 204—206
 178. *Rogers C. E.*, Algorithm AS 65. Interpreting structure formulae. Appl. Statist., 1973, 22, № 3, 414—424
 179. *Ross G. J. S.*, Algorithm AS 13. Minimum spanning tree. Appl. Statist., 1969, 18, № 1, 103—104 (PЖMar, 1970, 1B523)
 180. —, Algorithm AS 14. Printing the minimum spanning tree. Appl. Statist., 1969, 18, № 1, 105—106 (PЖMar, 1970, 1B524)
 181. —, Algorithm AS 15. Single linkage cluster analysis. Appl. Statist., 1969, 18, № 1, 106—110 (PЖMar, 1970, 1B522)
 182. *Royston J. P.*, Algorithm AS 177. Expected normal order statistics (exact and approximate). Appl. Statist., 1982, 31, № 2, 161—165 (PЖMar, 1983, 2B1307)
 183. —, Algorithm AS 181. The W -test for normality. Appl. Statist., 1982, 31, № 2, 176—180 (PЖMar, 1983, 1B254)
 184. —, Algorithm AS 209. The distribution function of skewness and kurtosis. Appl. Statist., 1985, 34, № 1, 87—94 (PЖMar, 1985, 12B456)
 185. —, *Webb J. B., Giffiths P., Hill I. D.*, The construction and description of algorithms. Appl. Statist., 1987, 36, № 1, 94—103 (PЖMar, 1987, 11B555)
 186. *Rubin D. B., Stroud T. W. F., Thayer D.*, Algorithm AS 120. A Fortran algorithm for the additive model in two-way unbalanced MANOVA. Appl. Statist., 1978, 27, № 1, 92—97

187. *Sadowski A. N.*, Algorithm AS 74. L1-norm fit of a straight line. Appl. Statist., 1974, 23, № 2, 244—248 (PKMar, 1975, 3B966)
188. *Saunders I. W.*, Algorithm AS 205. Enumeration of $R \times C$ tables with repeated row totals. Appl. Statist., 1984, 33, № 3, 340—352
189. *Schervish M. J.*, Algorithm AS 195. Multivariate normal probabilities with error bound. Appl. Statist., 1984, 33, № 1, 81—94 (PKMar, 1985, 2B152)
190. *Schneider B. E.*, Algorithm AS 121. Trigamma function. Appl. Statist., 1978, 27, № 1, 97—99
191. *Schwertman Neil C.*, Algorithm AS 174. Multivariate multisample non-parametric test. Appl. Statist., 1982, 31, № 1, 80—85
192. *Sheil J., O'Muircheartaigh I.*, Algorithm AS 106. The distribution of non-negative quadratic forms in normal variables. Appl. Statist., 1977, 26, № 1, 92—98 (PKMar, 1977, 12B145)
193. *Silverman B. W.*, Algorithm AS 176. Kernel density estimation using the fast Fourier transform. Appl. Statist., 1982, 31, № 1, 93—99 (PKMar, 1982, 11B223)
194. *Smith D. M.*, Algorithm AS 189. Maximum likelihood estimation of the parameters of the beta binomial distribution. Appl. Statist., 1983, 32, № 2, 196—204
195. *Smith P. G., Pike M. C., Hill A. P., Breslow M. E., Day N. E.*, Algorithm AS 162. Multivariate conditional logistic analysis of stratum-matched case-control studies. Appl. Statist., 1981, 30, № 2, 190—197
196. *Smith W. B., Hocking R. R.*, Algorithm AS 53. Whishart variate generator. Appl. Statist., 1972, 21, № 3, 341—345
197. *Sparks D. N.*, Algorithm AS 30. Half normal plotting. Appl. Statist., 1970, 19, № 2, 192—196
198. —, Algorithm AS 44. Scatter diagram plotting. Appl. Statist., 1971, 20, № 3, 327—331 (PKMar, 1972, 6B544)
199. —, Algorithm AS 45. Histogram plotting. Appl. Statist., 1971, 20, № 3, 332—335 (PKMar, 1972, 6B545)
200. —, Algorithm AS 58. Euclidean cluster analysis. Appl. Statist., 1973, 22, № 1, 126—130
201. —, *Todd A. D.*, Algorithm AS 60. Latent roots and vectors of symmetric matrix. Appl. Statist., 1973, 22, № 2, 260—265 (PKMar, 1974, 1B742)
202. *Spicer C. C.*, Algorithm AS 52. Calculation of power sums of deviations about the mean. Appl. Statist., 1972, 21, № 2, 226—227
203. *Sposito V. A., Kennedy W. J., Genlle J. E.*, Algorithm AS 110. L_p norm fit of a straight line. Appl. Statist., 1977, 26, № 1, 114—118 (PKMar, 1977, 12B201)
204. *Stirling W. D.*, Algorithm AS 164. Least squared subject to linear constraints. Appl. Statist., 1981, 30, № 2, 204—212
205. —, Algorithm AS 168. Scale selection and formating. Appl. Statist., 1981, 30, № 3, 339—344
206. —, Algorithm AS 169. An improved algorithm for scatter plots. Appl. Statist., 1981, 30, № 3, 345—349 (PKMar, 1982, 5B224)
207. —, Algorithm AS 212. Fitting the exponential curve by least squares. Appl. Statist., 1985, 34, № 2, 183—192
208. —, Algorithm AS 216. Fitting models with a linear part and auxiliary parameters. Appl. Statist., 1985, 34, № 3, 310—319
209. *Sturt E.*, Algorithm AS 165. An algorithm to construct a discriminant function in Fortran for categorical data. Appl. Statist., 1981, 30, № 3, 313—325 (PKMar, 1982, 5B361)
10. *Swan A. V.*, Algorithm AS 16. Maximum likelihood estimation from grouped and censored normal data. Appl. Statist., 1969, 18, № 1, 110—114 (PKMar, 1970, 1B525)
 1. —, Algorithm AS 17. The reciprocal of Mills's ratio. Appl. Statist., 1969, 18, № 1, 115—116 (PKMar, 1970, 1B529)
 2. *Tanner M. A.*, Algorithm AS 202. Data-based non-parametric hazard estimation. Appl. Statist., 1984, 33, № 2, 248—258

213. *Taylor G. A. P.*, Algorithm AS 27. The integral of Student's t -distribution. *Appl. Statist.*, 1970, 19, № 1, 113—114
214. *Thayer R. P., Storer R. F.*, Algorithm AS 21. Scale selection for computer plots. *Appl. Statist.*, 1969, 18, № 2, 206—208 (PJKMar, 1970, 4B672)
215. *Thomas D. G.*, Algorithm AS 36. Exact confidence limits for the odds ratio in a 2×2 table. *Appl. Statist.*, 1971, 20, № 1, 105—110
216. —, Algorithm AS 50. Tests of fit for a one hit vs. two-hit curve. *Appl. Statist.*, 1972, 21, № 1, 103—112
217. *Venables W. N.*, Algorithm AS 77. Null distribution of the largest root statistic. *Appl. Statist.*, 1974, 23, № 3, 458—465 (PJKMar, 1975, 11B895)
218. *Wermuth N., Scheidt E.*, Algorithm AS 105. Fitting a covariance selection model to a matrix. *Appl. Statist.*, 1977, 26, № 1, 88—92 (PJKMar, 1977, 12B226)
219. *Westcott B.*, Algorithm AS 118. Approximate rankits. *Appl. Statist.*, 1977, 26, № 3, 362—364 (PJKMar, 1978, 6B534)
220. *Wichmann B. A., Hill I. D.*, Algorithm AS 183. An efficient and portable pseudo-random number generator. *Appl. Statist.*, 1982, 31, № 2, 188—190 (PJKMar, 1983, 1B306)
221. *Wollan P. C.*, Algorithm AS 225. Minimizing linear inequality constrained Mahalanobis distances. *Appl. Statist.*, 1987, 36, № 2, 234—240
222. *Wolynetz M. S.*, Algorithm AS 138. Maximum likelihood estimation from confined and censored normal data. *Appl. Statist.*, 1979, 28, № 2, 185—195 (PJKMar, 1980, 1B691)
223. —, Algorithm AS 139. Maximum likelihood estimation in a linear model from confined and censored normal data. *Appl. Statist.*, 1979, 28, № 2, 195—206 (PJKMar, 1980, 1B692)
224. Working Party on Statistical Computing, The construction and description of algorithms. *Appl. Statist.*, 1968, 17, № 2, 175—179
225. —, The construction and description of algorithms. *Appl. Statist.*, 1975, 24, № 3, 366—373
226. —, The construction and description of algorithms. *Appl. Statist.*, 1979, 28, № 3, 311—318
227. *Wyshak G.*, Algorithm AS 68. A program for estimating the parameters of the truncated negative binomial distribution. *Appl. Statist.*, 1974, 23, № 1, 87—91 (PJKMar, 1975, 1B1069)
228. *Yates F.*, Algorithm AS 43. Variable format in Fortran. *Appl. Statist.*, 1971, 20, № 2, 213—216
229. *Young J. C., Minder Ch. E.*, Algorithm AS 76. An integral useful in calculating noncentral t and bivariate normal probabilities. *Appl. Statist.*, 1974, 23, № 3, 455—457 (PJKMar, 1975, 10B757)
230. *Zemroch P. J.*, Algorithm AS 166. Generation of polynomial contrasts for incomplete factorial designs with quantitative levels. *Appl. Statist.*, 1981, 30, № 3, 325—333 (PJKMar, 1982, 5B479)
231. —, Algorithm AS 167. Screening algorithm for experimental designs with quantitative levels. *Appl. Statist.*, 1981, 30, № 3, 334—339 (PJKMar, 1982, 5B480)
232. *Zilinskas A.*, Algorithm AS 133. Optimization of one-dimensional multimodal functions. *Appl. Statist.*, 1978, 27, № 3, 367—375 (PJKMar, 1979, 7B543)