В. Б. Курзин, Колебания решетки тонких профилей в сжимаемом дозвуковом потоке,
Прикл. мех. техн. физ., 1962, том 3, выпуск 1, 44–50

ПМТФ, № 1, 1962

КОЛЕБАНИЕ РЕШЕТКИ ТОНКИХ ПРОФИЛЕЙ В СЖИМАЕМОМ ДОЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

В. Б. Курзин

(*Новосибирск*)

Изучение возмущенного движения газа или жидкости вокруг решетки тонких профилей находится в непосредственной связи с исследованием течений, создаваемых в турбомашинах. Эта тема является предметом теоретического исследования многих авторов. Однако колебания таких решеток исследовались в основном и несжимаемом потоке. Краткий обзор предмета исследования и обширная библиография по этому вопросу приведены в работе [1].

До сих пор остается мало изученным эффект сжимаемости при колебаниях решеток. В работе [2] отмечена необходимость учитывать сжимаемость газа вследствие собственных колебаний среды в канале. При рассмотрении колебаний тонкого профиля между двумя параллельными стенками в дозвуковом сжимаемом потоке в работе [3] были получены значения подъемной силы, равные бесконечности на определенных режимах обтекания. Авторы характеризуют их как резонансные. В названной работе отмечается, что результаты решения для колебаний профиля между двумя параллельными стенками соответствуют частному случаю колебаний решетки тонких профилей, когда соседние профили колеблются в противофазе.

Есть основания предполагать, что сжимаемость газа оказывает существенное влияние на величину аэродинамического демпфирования на больших дозвуковых скоростях из-за периодического изменения проходных сечений межлопаточных каналов при разнофазном колебании соседних лопаток.

В настоящей статье исследуется неустановившееся течение сжимаемого газа через решетку тонких профилей, соседние профили которой колеблются с одинаковыми частотами и амплитудами, с любым, но одинаковым сдвигом фаз.

§ 1. Постановка задачи. Рассмотрим прямую решетку, находящуюся в плоском потоке сжимаемого газа, профили которой совершают малые гармонические колебания с одинаковыми частотами и амплитудами, с любым, но неодинаковым сдвигом фаз между соседними профилями. Введем следующие дополнительные ограничения. Профили тонки, малоизогнуты и находятся под малым углом атаки.

Переменная составляющая давления в данной постановке определяется из уравнения [4]

$$(1-M^2)\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}-2kMi\frac{\partial\psi}{\partial x}+k^2\psi=0 \qquad (1.1)$$

$$\psi=\frac{P_\infty-P}{\rho_\infty}=\frac{\Delta P}{\rho_\infty}, \quad M=\frac{u}{a_\infty}, \quad k=\frac{\omega b}{a_\infty}$$

Здесь x, y — безразмерные координаты вдоль и перпендикулярно хорде, отнесенные к полухорде профиля b (за начало координат принимается середина одного из профилей); ψ — потенциал ускорений, U, a_∞, ρ_∞, P_∞ — соответственно скорость потока, скорость звука, плотность и давление в невозмущенном потоке; k — относительная частота; ω — круговая частота колебаний профиля.

Основным граничным условием будет непротекание через твердые стенки профилей, т. е.

$$\frac{\partial\psi}{\partial y}=\left(ikv_y+M\frac{\partial v_y}{\partial x}\right)e^{in\alpha} \quad \begin{pmatrix}\text{при}\,-1\leqslant x\leqslant 1, & y=nh\\ & n=0,\ \pm1,\ \pm2\ldots\end{pmatrix} \quad \left(h=\frac{H}{b}\right) \qquad (1.2)$$

Здесь $v_y(x)$ — амплитуда возмущения вертикальной скорости, h — шаг решетки, H — расстояние между профилями, a — угол сдвига фаз между двумя соседними профилями, n — номер профиля, положительный для $y > 0$, отрицательный для $y < 0$.

В качестве дополнительных граничных условий принимаются:

1) далеко перед решеткой поток не возмущен;

2) должна выполняться гипотеза Кутта-Жуковского, эквивалентная требованию непрерывности функции потенциала ускорений ψ на задних кромках профилей.

Задача состоит в определении неустановившихся сил и моментов, действующих на колеблющиеся профили.

§ 2. Интегральное уравнение и устранение особенности в неизвестной функции. Учитывая периодичность возмущения по шагу решетки, легко получить интегральное уравнение, подобное уравнению Поссио

$$v_y = \frac{\omega b}{\rho_\infty U^2} \lim_{y\to 0} \int_{-1}^{1} L(x_0)\, K(M, z, h)\, dx_0 \qquad (z = k(x - x_0)) \tag{2.1}$$

Здесь

$$L(x) = -\rho_\infty[\psi(x, 0^+) - \psi(x, 0^-)] \text{ — функция подъемной силы}$$

$$K(M, z, h) = \frac{i}{4\beta k} \lim_{y\to 0} e^{-ik(x-x_0)} \int_{-\infty}^{x-x_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{in\alpha} e^{ik\xi/\beta^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} H_0^{(2)} \times$$

$$\times \left(\frac{Mk}{\beta^2} \sqrt{\xi^2 + \beta^2 (y - nh)^2}\right) d\xi \qquad (\beta^2 = 1 - M^2) \tag{2.2}$$

$H_0^{(2)}$ — функция Ханкеля второго рода. Так же, как и в работе [3], ядро (2.2) можно преобразовать к виду

$$K(M, z, h) = \frac{i}{4\beta k} \lim_{y\to 0} e^{-ik(x-x_0)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\alpha} \Big\{ Mke^{ik(x-x_0)/\beta^2} \times$$

$$\times \frac{x - x_0}{\sqrt{(x - x_0)^2 + \beta^2 (y - nh)^2}} H_1^{(2)} \left(\frac{Mk}{\beta^2} \sqrt{(x - x_0)^2 + \beta^2 (y - nh)^2}\right) +$$

$$+ ike^{ik(x-x_0)/\beta^2} H_0^{(2)} \left(\frac{Mk}{\beta^2} \sqrt{(x - x_0)^2 + \beta^2 (y - nh)^2}\right) +$$

$$+ k^2 \left[\int_0^\infty e^{-ik\xi/\beta^2} H_0^{(2)} \left(\frac{Mk}{\beta^2} \sqrt{\xi^2 + \beta^2 (y - nh)^2}\right) d\xi + \right.$$

$$\left. + \int_0^{x-x_0} e^{ik\xi/\beta^2} H_0^{(2)} \left(\frac{Mk}{\beta^2} \sqrt{\xi^2 + \beta^2 (y - nh)^2}\right) d\xi \right] \Big\}$$

Оно имеет особенности точно такие, какие имеет интегральное уравнение Поссио. Согласно Шварцу, их можно изолировать следующим образом [5]

$$K(M, z, h) = \frac{F(M)}{z} + iG(M) \log |z| + K_1(M, z, h) \tag{2.3}$$

$$F(M) = -\frac{\beta}{2\pi}, \quad G(M) = \frac{1}{2\pi\beta}$$

Функция $K(M, z, h)$ — непрерывная и ограниченная: ее производные всех порядков имеют лишь логарифмическую особенность при $z = 0$.

Члены ядра $K(M, z, h)$, соответствующие $n \neq 0$, особенностей не добавляют.

Известно, что и решение интегрального уравнения такого вида содержит особенность. Для функции подъемной силы $L(x_0)$ особенность изолируется в виде $a_0 \sqrt{(1-x_0)/(1+x_0)}$, так что

$$L(x_0) = a_0 \sqrt{\frac{1-x_0}{1+x_0}} + \Phi(x_0) \tag{2.4}$$

Функцию $\Phi(x_0)$ можно характеризовать как функцию подъемной силы, соответствующую некоторой специальной форме колебаний профилей решетки. Функция амплитуды вертикальной скорости, соответствующая этой новой форме, будет определяться в виде

$$v_y' = v_y - v_{y_0} a_0$$

Здесь

$$v_{y_0} = \frac{\omega b}{\rho_\infty U^2} \lim_{y \to 0} \int_{-1}^{1} \sqrt{\frac{1-x_0}{1+x_0}} K(M, z, h)\, dx_0$$

Очевидно, что потенциал ускорений ψ' для этой формы колебаний также будет удовлетворять уравнению (1.1). Основные граничные условия, аналогичные (1.2), будут определяться функцией v_y'. К дополнительным граничным условиям следует прибавить условия непрерывности давления на передних кромках профилей. В противном случае, конечный разрыв означал бы наличие скачка уплотнения, чего в дозвуковом потоке быть не может.

В следующем параграфе изложен метод, которым определяется функция $\Phi(x_0)$ при данных граничных условиях. Так как в эти условия входит неопределенная константа a_0, то и решение должно содержать ее, так что

$$\Phi(x_0) = \Phi_1(x_0) + a_0 \Phi_2(x_0)$$

Для определения этой константы необходимо иметь дополнительное соотношение, которое получим из следующего свойства интегрального уравнения.

Особый член и первый член разложения функции подъемной силы по степеням $(1 + x_0)$ определяются лишь нулевым членом разложения функции амплитуды вертикальной скорости v_y по этим же функциям $(1 + x)$.

Будем доказывать это свойство от противного.

Представим функции $v_y(x)$ и $L(x_0)$ в виде

$$v_y = c_0 + c_1(1 + x) + c_2(1 + x)^2 + \cdots + c_n(1 + x)^n \tag{2.5}$$

$$L(x_0) = a_0 \sqrt{\frac{1-x_0}{1+x_0}} + a_1(1 + x_0) + a_2(1 + x_0)^2 + \cdots + a_n(1 + x_0)^n.$$

Пусть

$$a_0 \sqrt{\frac{1-x_0}{1+x_0}} + a_1(1 + x_0) \neq 0, \qquad \text{если } c_0 = 0$$

Рассмотрим соотношение

$$\frac{\partial v_y}{\partial x} = \frac{\omega b}{\rho_\infty U^2} \lim_{y \to 0} \int_{-1}^{1} \left[a_0 \sqrt{\frac{1-x_0}{1+x_0}} + a_1(1 + x_0) + \cdots + a_n(1 + x_0)^n \right] \times$$

$$\times K_1(M, z, h)\, dx_0 \tag{2.6}$$

где $K_1(M, z, h)$ — ядро, которое можно получить тем же способом, каким получено ядро $K(M, z, h)$. При $z = 0$ оно имеет полюс второго порядка. Соотношение (2.6) не может быть тождеством, так как правая часть заведомо обращается в бесконечность при $x = -1$; с другой стороны, производная $\partial v_y / \partial x = c_1$ при $x = -1$, т. е. будет конечной. Отсюда вытекает необходимое соотношение:

$$a_0\alpha_0 + a_1\beta_0 = c_0$$

где a_1 — первый член разложения $\Phi(x_0)$ по степеням $(1 + x_0)$, α_0 и β_0 определяются в виде:

$$\alpha_0 = \frac{\omega b}{\rho_\infty U^2} \lim_{y\to 0} \int_{-1}^{1} \sqrt{\frac{1 - x_0}{1 + x_0}} K(M, z, h)\, dx_0$$

$$\beta_0 = \frac{\omega b}{\rho_\infty U^2} \lim_{y\to 0} \int_{-1}^{1} (1 + x_0) K(M, z, h)\, dx_0 \qquad \text{при } x = -1$$

§ 3. Определение функции потенциала ускорений, соответствующей специальной форме колебаний решетки профилей, когда особенностей на их передних кромках не образуется. В поставленной задаче достаточно решить уравнение для области, ограниченной двумя соседними профилями и линиями, соединяющими их передние и задние кромки. В остальных подобных областях картина будет повторяться.

Решение ищем в виде степенного ряда

$$\psi' = f_0(x) + f_1(x)y + f_2(x)y^2 + f_3(x)y^3 + \cdots + f_n(x)y^n \tag{3.1}$$

Подставляя это выражение в уравнение (1.1) и приравнивая члены с одинаковыми степенями y, получим

$$\begin{gathered} f_2 = -\frac{1}{2!} D(f_0), \qquad f_3 = -\frac{1}{3!} D(f_1) \\ f_4 = -\frac{1}{3\cdot 4} D(f_2) = \frac{1}{4!} D^2(f_0), \qquad f_5 = -\frac{1}{4\cdot 5} D(f_3) = \frac{1}{5!} D^2(f_1) \\ f_{2n} = \frac{(-1)^n}{2n!} D^n(f_0), \qquad f_{2n+1} = \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} D^n(f_1) \end{gathered} \tag{3.2}$$

Здесь оператор

$$D(f) = \left(\beta^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2kMi \frac{\partial}{\partial x} + k^2\right) f$$

Из системы уравнений (3.2) видно, что для построения полного решения достаточно определить две функции f_0 и f_1.

Из основного граничного условия находим

$$f_1 = ikv_y' + M \frac{\partial v_y'}{\partial x} \tag{3.3}$$

$$\begin{aligned} hD(f_0) - \frac{h^3}{3!} D^2(f_0) + \frac{h^5}{5!} D^3(f_0) - \cdots + \frac{(-1)^n h^{2n+1}}{(2n+1)!} D^{n+1}(f_0) = \\ = F(x) + e^{i\alpha}\left(ikv_y' + M \frac{\partial v_y'}{\partial x}\right) \end{aligned} \tag{3.4}$$

Здесь

$$F(x) = f_1 - \frac{h^2}{2!} D(f_1) + \frac{h^4}{4!} D^2(f_1) - \cdots + \frac{(-1)^n h^{2n}}{2n!} D^n(f_1) \tag{3.5}$$

Соотношение (3.4) представляет собой неоднородное дифференциальное уравнение бесконечного порядка с постоянными коэффициентами. Исследования уравнения показали, что если его правую часть можно представить в виде быстро сходящегося ряда Маклорена или ряда Фурье, то и решение так же быстро будет сходиться.

Оказалось возможным найти общее решение соответствующего однородного уравнения. Корни соответствующего характеристического уравнения определяются из вспомогательной системы уравнений

$$D(f_0) = \frac{n^2\pi^2}{h^2} f_0$$

и будут иметь вид

$$\lambda_n^\circ = \frac{kMi}{\beta^2} \pm \frac{1}{\beta^2} \sqrt{\frac{n^2\pi^2}{h^2}\beta^2 - k^2}$$

В справедливости этих выражений можно убедиться непосредственной подстановкой их в уравнение.

Общее решение однородного уравнения запишется в виде:

$$f_0^\circ = \exp\frac{kMix}{\beta^2} \sum_{n=0}^{\infty} (c_n e^{\lambda_n x} + d_n e^{-\lambda_n x}) \qquad \left(\lambda_n = \frac{1}{\beta^2}\sqrt{\left(\frac{n\pi}{h}\right)^2 \beta^2 - k^2}\right) \tag{3.6}$$

Функции f_{2n} определяются из системы (3.2) через f°_0

$$f_2 = -\frac{1}{2!}\left(\frac{\pi}{h}\right)^2 [c_1 e^{\lambda_1 x} + d_1 e^{-\lambda_1 x} + 2^2 (c_2 e^{\lambda_2 x} + d_2 e^{-\lambda_2 x}) + \cdots$$

$$\cdots + n^2 (c_n e^{\lambda_n x} + d_n e^{-\lambda_n x})] + f_2^*$$

$$f_4 = \frac{1}{4!}\left(\frac{\pi}{h}\right)^4 [c_1 e^{\lambda_1 x} + d_1 e^{\lambda_1 x} + (2^2)^2 (c_2 e^{\lambda_2 x} + d_2 e^{-\lambda_2 x}) + \cdots$$

$$\cdots + (n^2)^2 (c_n e^{\lambda_n x} + d_n e^{-\lambda_n x})] + f_4^*$$

. . . .

$$f_{2n} = \frac{(-1)^n}{2n!}\left(\frac{\pi}{h}\right)^{2n} \sum_{m=1}^{n} m^{2n} (c_m e^{\lambda_m x} + d_m e^{-\lambda_m x}) + f_{2n}$$

Здесь через f^* обозначены частные решения. Замечая закономерность в выражениях функций f_{2n}^*, общее решение уравнения (1.1), искомое в виде ряда (3.1), запишем в виде

$$\psi' = \psi_1'(x, y) + \psi_2'(x, y) + \exp\frac{kMix}{\beta^2} \sum_{n=0}^{\infty} (c_n e^{\lambda_n x} + d_n e^{-\lambda_n x}) \cos\frac{n\pi}{h} y \tag{3.7}$$

$$\psi_1' = \sum_{n=0}^{\infty} f_{2n+1} y^{2n+1}, \qquad \psi_2' = \sum_{n=0}^{\infty} f_{2n}^* y^{2n}$$

Неизвестные константы c_n и d_n определяются из дополнительных граничных условий следующим образом.

Учитывая периодичность функции ψ' по шагу решетки, из условия непрерывности ее на передних кромках профилей имеем систему:

$$\begin{gathered} \psi'(-1, 0) = e^{i\alpha}\psi'(-1, h) \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2}\psi'(-1, y)\Big|_{y=0} = {}^{i\alpha} e \frac{\partial^2}{\partial y^2}\psi'(-1, y)\Big|_{y=h} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \frac{\partial^{2n}}{\partial y^{2n}}\psi'(-1, y)\Big|_{y=0} = e^{i\alpha}\frac{\partial^{2n}}{\partial y^{2n}}\psi'(-1, y)\Big|_{y=h} \end{gathered} \tag{3.8}$$

Из подобных условий на задних кромках имеем еще систему:

$$\begin{gathered} \psi'(1, 0) = e^{i\alpha}\psi'(1, h) \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2}\psi'(1, y)\Big|_{y=0} = e^{i\alpha}\frac{\partial}{\partial y^2}\psi'(1, y)\Big|_{y=h} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \frac{\partial^{2n}}{\partial y^{2n}}\psi'(1, y)\Big|_{y=0} = e^{i\alpha}\frac{\partial^{2n}}{\partial y^{2n}}\psi'(1, y)\Big|_{y=h} \end{gathered} \tag{3.9}$$

В совокупности число уравнений в этих двух системах равно числу неизвестных констант. Расшифруем одно из уравнений, например, m-е равнение системы (3.8)

$$(-1)^m \left(\frac{\pi}{h}\right)^{2m} \exp\left(-\frac{kMi}{\beta^2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} n^{2m} \{[1 + (-1)^{n+1} e^{i\alpha}] (c_n e^{-\lambda_n} + d_n e^{\lambda_n})\} =$$

$$= e^{i\alpha} \frac{\partial^{2m}}{\partial y^{2m}} [\psi_1'(-1, y) + \psi_2'(-1, y)]_{y=h} - \frac{\partial^{2m}}{\partial y^{2m}} [\psi_1'(-1, y) + \psi_2'(-1, y)]_{y=0}$$

Введем обозначения

$$A_n = [1 + (-1)^{n+1} e^{i\alpha}] (c_n e^{-\lambda_n} + d_n e^{\lambda_n})$$

$$B_n = [1 + (-1)^{n+1} e^{i\alpha}] (c_n e^{\lambda_n} + d_n e^{-\lambda_n}) \tag{3.10}$$

$$R_m = (-1)^m \left(\frac{h}{\pi}\right)^{2m} \exp\left[i\left(\alpha + \frac{kM}{\beta^2}\right)\right] \left\{\frac{\partial^{2m}}{\partial y^{2m}} [\psi_1'(-1, y) + \psi_2'(-1, y)]_{y=h} - \frac{\partial^{2m}}{\partial y^{2m}} [\psi_1'(-1, y) + \psi_2'(-1, y)]_{y=0}\right\}$$

$$S_m = (-1)^m \left(\frac{h}{\pi}\right)^{2m} \exp\left[i\left(\alpha - \frac{kM}{\beta^2}\right)\right] \left\{\frac{\partial^{2m}}{\partial y^{2m}} [\psi_1'(1, y) + \psi_2'(1, y)]_{y=h} - \frac{\partial^{2m}}{\partial y^{2m}} [\psi_1'(1, y) + \psi_2'(1, y)]_{y=0}\right\}$$

Тогда система (3.8) в новых обозначениях преобразуется к виду

$$\begin{array}{l} A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_n = R_0 \\ A_1 + 2^2 A_2 + 3^2 A_3 + \ldots + n^2 A_n = R_1 \\ A_1 + (2^2)^2 A_2 + (3^2)^2 A_3 + \ldots + (n^2)^2 A_n = R_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ A_1 + (2^2)^{n-1} A_2 + (3^2)^{n-1} A_3 + \ldots + (n^2)^{n-1} A_n = R_{n-1} \end{array} \qquad \left(A_m = \frac{D_m}{D}\right) \tag{3.11}$$

Аналогично преобразуется и система (3.9).

Замечаем, что определитель D, составленный из коэффициентов при неизвестных константах, является определителем Вандермонда:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \ldots 1 \\ 1 & 2^2 & 3^2 & \ldots n^2 \\ 1 & (2^2)^2 & (3^2)^2 & \ldots (n^2)^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & (2^2)^{n-1} & (3^2)^{n-1} & \ldots (n^2)^{n-1} \end{vmatrix} = \begin{array}{c} (2^2-1)(3^2-1)(4^2-1)\ldots(n^2-1) \times \\ \times (3^2-2^2)(4^2-2^2)\ldots(n^2-2^2) \times \\ \times (4^2-3^2)\ldots(n^2-3^2) \times \\ \times [n^2-(n-1)^2] \end{array}$$

Определитель D_m отличается от определителя D лишь m-м столбцом, поэтому все сомножители знаменателя, не содержащие m^2, сократятся с соответствующими множителям числителя. Тогда

$$A_m = \frac{E_m}{(m^2-1)(m^2-2^2)(m^2-3^2)\ldots(n^2-m^2)} = \frac{E_m}{P_m} \tag{3.12}$$

Здесь E_m составляется путем замены коэффициентов $(m^2)^k$ на R_k в многочлене

$$P_m = G_{0m} + m^2 G_{1m} + (m^2)^2 G_{2m} + \cdots + (m^2)^{n-1} G_{n-1, m}$$

полученного раскрытием скобок в знаменателе выражения (3.12), т. е.

$$E_m = R_0 G_{0m} + R_1 G_{1m} + R_2 G_{2m} + \cdots + R_{n-1} G_{n-1,\, m}$$

Коэффициенты G_{km} определяются один раз для всех расчетов и могут быть затабулированы. Например:

$$G_{01} = (n!)^2 \tag{3.13}$$

$$G_{11} = -(n!)^2 \left[\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots + \frac{1}{4^2}\right] = -(n!)^2 \left[\frac{\pi^2}{6} - 1\right]$$

$$G_{21} = (n!)^2 \left[\frac{1}{2^2}\left(\frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}\right) + \frac{1}{3^2}\left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{5^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}\right) + \cdots \right.$$

$$\left. \cdots + \frac{1}{(n-1)^2 n^2}\right] \approx 0.17\,(n!)^2$$

. . . .

$$G_{02} = -\frac{(n!)^2}{2^2} \qquad G_{03} = \frac{(n!)^2}{3^2}$$

$$G_{12} = \frac{(n!)^2}{2^2}\left(\frac{\pi^2}{6} - \frac{1}{2^2}\right), \qquad G_{13} = -\frac{(n!)^2}{3^2}\left(\frac{\pi^2}{6} - \frac{1}{3^2}\right)$$

$$G_{22} = -0.47\,\frac{(n!)^2}{2^2}, \qquad G_{23} = \frac{(n!)^2}{3^2}\,0.54$$

. . . .

$$P_m = (m-1)(m+1)(m-2)(m+2)(m-3)(m+3) + \cdots + (m-n)(m+n) =$$

$$= \frac{1}{2m^2}(n+m)!\,(n-m)! = \frac{(n!)^2 (n+1)(n+2)\ldots(n+m)}{2m^2 \cdot n(n-1)(n-2)\ldots[n-(m-1)]}$$

Для конечного m

$$P_m = \frac{(n!)^2}{2m^2}$$

Отсюда

$$A_m = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} R_n \frac{G_{nm}}{(n!)^2}$$

Определив аналогично B_m из соотношений (3.9), получим неизвестные константы c_m и d_m

Поступила 21 XI 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Самойлович Г. С. Обтекание аэродинамической решетки тонких вибрирующих профилей. ПММ, 1961, т. XXV, вып. 4.
2. Söhngen H., Meister A. Beitrag Aerodynamik eines schwingenden Gitters I. ZAMM, 1958, b. 38, H. 11/12.
3. Woolston D. S. and Runyan H. L. Some Considerations on the Air Forces on a Wing Oscillatinc Betveen Two Walls for Subsonig Compressible Flow. IAS, 1955, vol. 22, N 1.
4. Фын Я. Ц. Введение в теорию аэроупругости. ГИЗ, ФМЛ, 1959.
5. Бисплингхофф Р. Л., Эшли Х. и Халфмэн Р. Л. Аэроупругость, ИИЛ, 1958.