Math-Net.Ru
Общероссийский математический портал

М. К. Поливанов, Дисперсионные соотношения для рассеяния K-мезонов на нуклонах,
Докл. АН СССР, 1957, том 116, номер 6, 943–945

https://www.mathnet.ru/dan22444

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
https://www.mathnet.ru/rus/agreement

Параметры загрузки:
IP: 18.97.9.175
9 декабря 2025 г., 17:34:59

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ФИЗИКА

М. К. ПОЛИВАНОВ

ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ РАССЕЯНИЯ К-МЕЗОНОВ НА НУКЛОНАХ

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 15 V 1957)

1. При исследовании сильных взаимодействий дисперсионные соотношения оказываются пока единственным методом, дающим хотя и не полную, но безусловную информацию, поскольку допущения, которые необходимы для их получения, по существу сводятся к признанию существования S-матрицы с обычными общими свойствами и к выполнению строго условия причинности (локальность взаимодействия). В этой связи мы проанализируем здесь дисперсионные соотношения для рассеяния К-мезонов на нуклонах $K + N \to K + N$ (и $\tilde{K} + N \to \tilde{K} + N$), не останавливаясь на известных деталях.

2. Считая К-мезон скалярной (Θ-мезон) или псевдоскалярной (τ-мезон) частицей, мы сопоставим ему соответствующее поле $\varkappa_\rho(x)$. Индекс ρ нумерует четыре состояния, линейно связанные с четырьмя частицами (K^+, K^0, $\tilde{K}^0$, K^-), отличающимися проекцией изотопического спина и знаком гиперзаряда (или странности). В изогопическом пространстве эти четыре поля образуют двойной спинор, подобно четырем функциям нуклона и антинуклона. Мы рассмотрим взаимодействие К-мезонов с нуклонами типа Юкавы $N \leftrightarrow K + Y$, $Y \leftrightarrow N + \tilde{K}$. Как станет ясно ниже, иные возможные взаимодействия явно не отразятся в дисперсионных соотношениях.

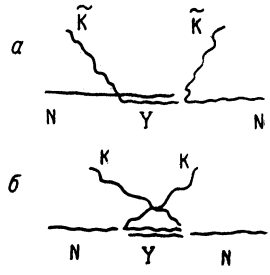

Рис. 1

Амплитуду процесса рассеяния $K + N \to K + N$ можно известным образом представить в виде

$$S_{\alpha\omega}(q, q') = \langle \mathbf{p}'s', \mathbf{q}'\rho' | S | \mathbf{p}s, \mathbf{q}\rho \rangle =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^3 \sqrt{4q^0 q'^0}} \int e^{i(q'x - qy)} \left\langle \mathbf{p}'s' \left| \frac{\delta^2 S}{\delta\varkappa_\rho(x)\, \delta\varkappa_{\rho'}(y)} S^+ \right| \mathbf{p}s \right\rangle dx\, dy, \qquad (1)$$

$$p^0 = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M^2}, \ldots, q'^0 = \sqrt{\mathbf{q}^2 + m^2},$$

где $\mathbf{p}$, s, $\mathbf{q}$, ρ — импульс и прочие квантовые числа нуклона и мезона до рассеяния, а те же символы со штрихом — квантовые числа после рассеяния; α и ω — сводные индексы начального и конечного состояний.

Воспользовавшись равенством

$$\frac{\delta^2 S}{\delta\varkappa_\rho(x)\, \delta\varkappa_{\rho'}(y)} S^+ = -\mathrm{i}_\rho(x)\, \mathrm{i}_{\rho'}(y) - i \frac{\delta \mathrm{i}_\rho(x)}{\delta\varkappa_{\rho'}(y)}, \qquad (2)$$

где $\mathrm{i}_\rho(x) = i \dfrac{\delta S}{\delta\varkappa_\rho(x)} S^+$ — оператор тока, найдем, что в области вещественных импульсов $\mathbf{p}_i^2 > 0$ и положительных энергий $p_i^0 > 0$, связанных с

массами обычным соотношением $p_i^2 = m_i^2$, амплитуда $S_{\alpha\omega}$ совпадает с

$$H_{\alpha\omega}(q, q') = \frac{-i}{(2\pi)^3 \sqrt{4q_0 q_0'}} \int dx\, dy\, e^{i(q'x - qy)} \langle \mathbf{p}'s' \left| \frac{\delta \mathrm{i}_{\rho'}(y)}{\delta \varkappa_\rho(x)} \right| \mathbf{p}s \rangle. \qquad (3)$$

Последняя в силу трансляционной инвариантности представляется в виде

$$H_{\alpha\omega}(q, q') = \frac{2\pi i}{\sqrt{4q^0 q'^0}} \delta(p + q - p' - q') T_{\alpha\omega}^{ret}\left(\frac{q + q'}{2}\right). \qquad (4)$$

Если ввести принятую систему координат $\mathbf{p} + \mathbf{p}' = 0$, то в ней будет

$$\mathbf{q} = \mathbf{p} + \lambda \mathbf{e}, \quad \mathbf{q}' = -\mathbf{p} + \lambda \mathbf{e} \quad (\mathbf{e}^2 = 1, (\mathbf{e} \cdot \mathbf{p}) = 0), \qquad (5)$$

$$q^0 = q'^0 = \sqrt{m^2 + \mathbf{p}^2 + \lambda^2} = E, \quad p^0 = p'^0 = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M^2}, \quad \lambda = \sqrt{E^2 - m^2 - \mathbf{p}^2},$$

и T^{ret} оказывается функцией $E, \lambda \mathbf{e}$.

Избавившись с помощью симметризации $\mathfrak{S}_+ f = f(\mathbf{e}) + f(-\mathbf{e})$, $\mathfrak{S}_- f = \frac{1}{\lambda}\{f(\mathbf{e}) - f(-\mathbf{e})\}$ от двухзначности, вносимой λ, можно аналитически продолжить $\mathfrak{S}T^{ret}$ в область комплексных значений E.

Строгое доказательство аналитичности, построенное Н. Н. Боголюбовым ([1]) для π-мезонов, должно быть специально модифицировано для этого случая, но мы здесь не будем этого делать, а постулируем, что получившаяся в результате аналитического расширения функция $\mathfrak{S}T^{ret}(E)$ обладает необходимыми свойствами, позволяющими написать дисперсионные соотношения в обычном виде, представив $\mathrm{Re}\, T_{\alpha\omega}^{ret} = D_{\alpha\omega}$ через интеграл от $\mathrm{Im}\, T_{\alpha\omega}^{ret} = A_{\alpha\omega}$ вдоль всей вещественной оси E.

Для получения соотношений, связывающих только физически наблюдаемые величины, нам нужно редуцировать интервал интегрирования. Образуя комбинации $(1 \pm P_{\rho\rho'}) \mathfrak{S}\, T_{\alpha\omega}^{ret}$ (здесь $P_{\rho\rho'}$ — оператор перестановки индексов ρ и ρ'), которые обладают определенной четностью по отношению к E, мы можем избавиться от интегрирования по отрицательным энергиям. Наконец, фиксируя степень роста амплитуды при $E \to \infty$, относительно которой мы предположим, что она линейно растет *, мы получим четыре дисперсионных соотношения для амплитуд с различными симметриями, одно из которых мы здесь выпишем для иллюстрации:

$$(1 + P_{\rho\rho'}) \mathfrak{S}_+ \{D_{\alpha\omega}(E) - D_{\alpha\omega}(E_0)\} = \frac{2}{\pi}(E^2 - E_0^2) P \int_0^\infty dE \frac{E' \mathfrak{S}_+ (1 + P_{\rho\rho'}) A_{\alpha\omega}(E')}{(E'^2 - E^2)(E'^2 - E_0^2)}.$$

3. Но даже после исключения отрицательных энергий интервал интегрирования содержит область $0 < E < \sqrt{m^2 + \mathbf{p}^2}$, не относящуюся к состояниям рассеяния, которую, следовательно, нельзя определить из эксперимента по рассеянию. Для анализа этой области воспользуемся представлением для $A_{\alpha\omega}(E)$, следующим из (2) и предположения о наличии полной системы состояний

$$A_{\alpha\omega}(E, \mathbf{e}) = (2\pi)^4 i \sum_n \langle \mathbf{p}'s' | \mathrm{i}_\rho(0) | \lambda \mathbf{e}, n \rangle \langle \lambda \mathbf{e}, n | \mathrm{i}_{\rho'}(0) | \mathbf{p}s \rangle \cdot$$
$$\cdot \delta(\sqrt{M^2 + \mathbf{p}^2} + E - \sqrt{M_n^2 + \lambda^2}) - (2\pi)^4 i \sum_n \langle | \mathbf{p}s' | \mathrm{i}_{\rho'}(0) | -\lambda \mathbf{e}, n \rangle \cdot$$
$$\cdot \langle -\lambda \mathbf{e}, n | \mathrm{i}_\rho(0) | \mathbf{p}s \rangle \delta(-\sqrt{M^2 + \mathbf{p}^2} + E + \sqrt{M_n^2 + \lambda^2}).$$

* Такое предположение, при котором полное сечение стремится к постоянной, представляется весьма естественным. Таково положение для рассеяния π-мезонов, и, очевидно, можно считать это свойство общим для всех сильных взаимодействий. Это предположение не ограничительно, и мы легко можем учесть любую степень в согласии с экспериментом.

Поведение $A_{\alpha\omega}(E)$ определяется входящими в нее δ-функциями энергии. Аргументы δ-функций обращаются в нуль в точках

$$\pm E = \frac{\mathfrak{M}^2 - M^2 - m^2 - 2\mathbf{p}^2}{2\sqrt{M^2 + \mathbf{p}^2}}.$$

Определяющим, таким образом, оказывается спектр масс возможных промежуточных состояний. Законами сохранения странности и нуклонного заряда разрешены состояния: гиперон Y (Λ или Σ), гиперон и π-мезон ($Y + \pi$), нуклон и K-мезон ($N + K$)* и т. д.

Состояние Y относится к дискретному спектру, вклад от него легко сосчитать, и он пропорционален квадрату константы взаимодействия NKY. Так, например, символически записанный вклад от Λ-гиперона при псевдоскалярной связи имеет вид

$$\Gamma(\Lambda) = G^2 \left\{ \delta_{s's} \frac{2\mathfrak{M}(\mathbf{p}^2 + M^2) - (\mathfrak{M}^2 + M^2 - m^2) M}{4(M^2 + \mathbf{p}^2)^{3/2}} - \right.$$

$$\left. - i\lambda_p \frac{(\vec{\sigma} \cdot [\mathbf{p} \times \mathbf{e}])\, s's}{2(M^2 + \mathbf{p}^2)} \right\} \delta(E - E_p),$$

но от низшего двухчастичного состояния начинается непрерывный спектр. Поскольку граница непрерывного спектра

$$E_p^{\Lambda+\pi} = \frac{(\mathfrak{M} + \mu)^2 - M^2 - m^2 - 2\mathbf{p}^2}{2\sqrt{M^2 + \mathbf{p}^2}}$$

лежит ниже границы состояний рассеяния $E_1 = \sqrt{m^2 + \mathbf{p}^2}$ даже для наиболее благоприятного случая рассеяния вперед (т. е. $\mathbf{p} = 0$ в нашей системе), то нужно еще как-либо оценить интеграл от $E_p^{\Lambda+\pi}$ до E_1. Для этого можно воспользоваться аналитическим выражением для $A_{\alpha\omega}$ в области низких энергий ($E > m$, $E \sim m$) и затем считать это же выражение справедливым в области чисто мнимых импульсов ($E < m$). Не обсуждая законности такого приема, можно надеяться, что он пригоден хотя бы для грубой оценки вклада.

4. Если предположить какие-либо другие взаимодействия, например прямое взаимодействие π-мезонов с K-мезонами по гипотезе Гольдхабера — Швингера ([2]), то видно, что они не должны учитываться явно в дисперсионных соотношениях, так как низшее состояние для такого взаимодействия будет лежать выше порога состояний рассеяния и учитывается автоматически в экспериментальных $A_{\alpha\omega}(E)$ при $E > m$.

Таким образом, величина вклада от гиперонного полюса позволяет оценить константу взаимодействия YKN. К сожалению, этот результат несколько смазывается вследствие существования неопределенного вклада от участка непрерывного спектра.

Я выражаю глубокую благодарность акад. Н. Н. Боголюбову за предложенную тему и постоянное внимание к работе и моим товарищам за обсуждение и помощь.

Объединенный институт
ядерных исследований

Поступило
11 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Н. Н. Боголюбов, Б. В. Медведев, М. К. Поливанов, Вопросы теории дисперсионных соотношений (в печати). [2] G. Goldhaber, Phys. Rev., **101**, 433 (1956); J. Schwinger, Phys. Rev., **104**, 1164 (1956).

* Первые два состояния Y, $Y + \pi$ разрешены только в процессе $\tilde{K} + N \to \tilde{K} + N$.