



Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

A. P. Kiselev, ENERGY-BALANCE OF ELASTIC
WAVE POINT SOURCES
IN A SMOOTH-NONHOMOGENEOUS MEDIUM,
Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki, 1983, Volume 53,
Issue 2, 224–229

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that
you have read and agreed to these terms of use
<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.80

February 6, 2025, 22:09:36



УДК 53 : 51

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ БАЛАНС ТОЧЕЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ УПРУГИХ ВОЛН В ПЛАВНО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

А. П. Киселев

Исследуется распределение энергии модулированных колебаний высокой частоты, возбуждаемых неподвижными точечными источниками разных типов, между продольными и поперечными волнами. Рассматриваются задачи о сосредоточенной спле, центре расширения и центре вращения. Возбуждение поперечной волны во втором случае и продольной в третьем является асимптотическим эффектом второго порядка.

Для приложений часто полезно знать, как распределяется энергия, излучаемая данным источником, между продольными и поперечными волнами. Нередко (например, в задачах сейсмоки) возникает необходимость в рассмотрении нестационарных колебаний, зависящих от времени негармонически (см. [1]), и в учете неоднородности среды.

В работе исследуется довольно общий класс модулированных по фазе и амплитуде колебаний, встречавшийся ранее в [2, 3]. Рассматриваются трехмерные нестационарные задачи с большим параметром p

$$L(\mathbf{u}) = \Phi(t; p) \mathbf{F}(\mathbf{x}), \quad p \rightarrow \infty, \quad (1)$$

$$\mathbf{u}|_{t < 0} \equiv 0,$$

где $L_j(\mathbf{u}) = \partial_t t_{ij}(\mathbf{u}) - \rho(\mathbf{x}) \ddot{u}_j$; $t_{ij}(\mathbf{u}) = \mu(\mathbf{x})(\partial_i u_j + \partial_j u_i) + \lambda(\mathbf{x}) \delta_{ij} \partial_s u_s$; $\partial_s = \partial/\partial x_s$; точка обозначает дифференцирование по времени t ; $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$; $\lambda + 2\mu > \mu > 0$; $\rho > 0$; λ , μ и ρ — гладкие функции. Векторная обобщенная функция $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ сосредоточена при $\mathbf{x} = 0$,

$$\Phi(t; p) = \mathcal{A}(t) \mathcal{F}(p\varphi(t)), \quad (2)$$

\mathcal{A} , \mathcal{F} и φ гладки, причем $\mathcal{A}|_{t < 0} \equiv 0$. Предполагается также, что φ вещественна, и для всех t

$$\dot{\varphi}(t) \neq 0. \quad (3)$$

Функция \mathcal{F} играет роль высокочастотного заполнения импульса, φ имеет смысл фазы, $|\mathcal{A}|$ — амплитуды огибающей. Условие (3) гарантирует необращение в нуль фазовой и групповой скоростей. Особый интерес представляет случай импульса с квазигармоническим заполнением

$$\mathcal{F}(p\varphi) = \exp(ip\varphi). \quad (4)$$

Для приложений наиболее важны следующие сосредоточенные источники $\mathbf{F}(\mathbf{x})$:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = -4\pi \mathbf{e}_3 \delta(\mathbf{x}), \quad (5)$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = -4\pi \text{grad } \delta(\mathbf{x}), \quad (6)$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = -4\pi \text{rot}(\mathbf{e}_3 \delta(\mathbf{x})) \quad (7)$$

[e_j — орт оси x_j , $\delta(x)$ — дельта-функция], соответственно называемые силой, направленной вдоль оси e_3 , центром расширения (центром давления) и центром вращения вокруг оси e_3 .

Если среда однородна, то сферически-симметричный источник (6) не возбуждает поперечной волны, а источник (7) — продольной. В неоднородной среде (6) и (7) порождают волны обоих типов [4].

Предметом работы является асимптотическое (при $p \rightarrow \infty$) вычисление в каждой из задач (1), (5)–(7) потоков энергии через сферу малого радиуса $|x| \equiv r = a$ такого, что

$$rp \rightarrow \infty, \quad r^2 p \rightarrow 0. \quad (8)$$

Размерные условия (8) в [3–5] и ниже означают, что $r \omega \gg c(0)$, $r^2 \omega |\nabla c(0)| \ll c(0)$, $r^2 \omega |\nabla \rho(0)| \ll \rho(0) c(0)$, где $\omega = \omega(t) = p |\dot{\phi}(t)|$ — мгновенная частота колебаний; c имеет смысл продольной или поперечной скорости. Если среда однородна, то последние два соотношения (изображаемые вторым условием (8)) выполняются во всем пространстве.

Сферический слой (8), следуя [5], назовем промежуточной зоной. Этот термин связан с пригодностью в (8) так называемых внутреннего и внешнего разложений [3–5].

В промежуточной зоне неоднородность среды может трактоваться как малое возмущение, и при этом поле u имеет вид быстроосциллирующих колебаний, бегущих из источника с продольной и поперечной скоростями $a = (\lambda + 2\mu)^{1/2} \rho^{-1/2}$, $b = \mu^{1/2} \rho^{-1/2}$

$$u(x, t; p) \sim u^a(x, t; p) + u^b(x, t; p). \quad (9)$$

Изучению энергетических характеристик конкретных источников мы предпшем одну общую формулу, обобщающую результат [6] на случай негармонических колебаний в неоднородной среде.

1. Выражение потока энергии через диаграммы в промежуточной зоне

1. Если в некоторой области пара произвольных (но не слишком сингулярных) полей $u(x, t)$ и $u^*(x, t)$ удовлетворяет уравнениям $L(u) = 0$, $L(u^*) = 0$, то имеет место обобщенное тождество Умова

$$\dot{E} + \partial_j \sigma_j = 0,$$

где

$$E = E(u(x, t), u^*(x, t)) = \frac{1}{2} (t_{ik} u_{ik}^* + t_{ik}^* u_{ik}) + \frac{1}{2} \rho \dot{u}_m \dot{u}_m^*, \quad 2u_{ik} = \partial_i u_k + \partial_k u_i, \\ 2u_{ik}^* = \partial_i u_k^* + \partial_k u_i^*, \quad t_{ik}^* = t_{ik}(u^*), \quad \sigma_i = \sigma_i(u(x, t), u^*(x, t)) = \\ = -\frac{1}{2} (t_{im} \dot{u}_m^* + t_{im}^* \dot{u}_m). \quad (10)$$

Функцию E и вектор σ назовем соответственно плотностью смешанной энергии и плотностью потока смешанной мощности полей u и u^* .

Пусть поверхность Σ охватывает все источники объемных сил для u и u^* , d^2x — элемент площади ее поверхности, а $\xi(x)$ — внешняя нормаль. Назовем выражения

$$\Pi(t) = \int_{\Sigma} \xi_k(x) \sigma_k(u(x, t), u^*(x, t)) d^2x, \quad (11)$$

$$\mathcal{E}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(t) dt \quad (12)$$

потоком смешанной мощности, переносимой через Σ полями u и u^* в данный момент, и полной смешанной энергией (или работой источников) полей u и u^* . Мы предполагаем, что интеграл в (12) существует.

Если, как это принято в дальнейшем, * означает операцию комплексного сопряжения, то (10)–(12) совпадают с традиционными выражениями для плотности потока мощности, потока мощности и полной энергии поля \mathbf{u} .

В соответствии с (9) $\Pi(t)$ разбивается на сумму потоков мощности продольной волны Π^a , поперечной волны Π^b и потока смешанной мощности $\tilde{\Pi}$ полей \mathbf{u}^a и \mathbf{u}^b

$$\Pi(t) \sim \Pi^a(t) + \Pi^b(t) + \tilde{\Pi}(t). \quad (13)$$

Слагаемые в правой части (13) определяются как интегралы вида (11) от $\sigma^a = \sigma(\mathbf{u}^a, \mathbf{u}^{a*})$, $\sigma^b = \sigma(\mathbf{u}^b, \mathbf{u}^{b*})$, $\tilde{\sigma} = \sigma(\mathbf{u}^a, \mathbf{u}^{b*}) + \sigma(\mathbf{u}^{a*}, \mathbf{u}^b)$ соответственно. По формуле (12) вводятся полные энергии продольных и поперечных волн \mathcal{E}^a и \mathcal{E}^b и полная смешанная энергия $\tilde{\mathcal{E}}$.

В дальнейшем Σ — сфера $|\mathbf{x}| = \varepsilon$, $\xi = \mathbf{x} : |\mathbf{x}| = \mathbf{x} : r$. Удобно использовать сферические координаты (r, ϑ, η) : $x_1 = r \sin \vartheta \sin \eta$, $x_2 = r \sin \vartheta \cos \eta$, $x_3 = r \cos \vartheta$. Очевидно, $\Sigma = \{|\xi| = 1, r = \varepsilon\} = \{r = \varepsilon, 0 \leq \vartheta \leq \pi, 0 \leq \eta < 2\pi\}$, $d^2\mathbf{x} = r^2 d^2\xi = = r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\eta$.

2. Из [3] следует, что при любом точечном источнике $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ главные члены разложений продольной и поперечной волн (9) имеют в промежуточной зоне вид

$$\mathbf{u}^a(\mathbf{x}, t; p) \approx \frac{\Phi^a(t - \alpha r; p)}{r} \mathbf{f}^a(\xi), \quad \mathbf{u}^b(\mathbf{x}, t; p) \approx \frac{\Phi^b(t - \beta r; p)}{r} \mathbf{f}^b(\xi), \quad (14)$$

$$\alpha = \frac{1}{a(0)} = \sqrt{\frac{\rho(0)}{\lambda(0) + 2\mu(0)}}, \quad \beta = \frac{1}{b(0)} = \sqrt{\frac{\rho(0)}{\mu(0)}}.$$

Здесь Φ^a и Φ^b выражаются через временную зависимость Φ источника с помощью конечного числа дифференцирований по t ; $\mathbf{f}^a(\xi)$ и $\mathbf{f}^b(\xi)$ — гладкие на единичной сфере $|\xi| = 1$ вектор-функции, определяемые вектором \mathbf{F} и обладающие свойством $\mathbf{f}^a(\xi) \parallel \xi$, $\mathbf{f}^b(\xi) \perp \xi$, т. е.

$$f_m^a(\xi) \xi_m \xi_n = f_n^a(\xi), \quad f_m^b(\xi) \xi_m = 0. \quad (15)$$

Ввиду очевидного сходства (14)–(15) с формулами асимптотики в дальней зоне для однородной среды мы назовем \mathbf{f}^a и \mathbf{f}^b диаграммами источника \mathbf{F} в промежуточной зоне.

Представления вида (14)–(15) справедливы и для задач (1) с неточечными $\mathbf{F}(\mathbf{x})$, сосредоточенными в области, диаметр которой порядка $o(p^{-1/4})$. В случае точечного источника компоненты $\mathbf{f}^a(\xi)$ и $\mathbf{f}^b(\xi)$ полиномиальны по ξ_1, ξ_2, ξ_3 .

В формуле (14) можно писать знак равенства, если домножить правые части на $(1 + O(p^{-1}r^{-1}) + O(p^{-2}))$. Дальнейшие вычисления имеют такую же погрешность.

3. Перейдем к вычислению потоков мощности. Заметим, что производные по x_j от Φ^a, Φ^b в слое (8) старше, чем соответствующие производные от f_m^a, f_m^b и r .

Используя (15), с помощью очевидных тождеств $\partial_m r = \xi_m$, $\xi_m \xi_m = 1$, получим

$$\dot{u}_n^a \approx r^{-1} \dot{\Phi}^a f_n^a, \quad \dot{u}_n^b \approx r^{-1} \dot{\Phi}^b f_n^b,$$

$$t_{mn}(\mathbf{u}^a) \approx -\alpha r^{-1} \dot{\Phi}^a \{ \mu(0) (f_m^a \xi_n + f_n^a \xi_m) + \lambda(0) f_k^a \xi_k \},$$

$$t_{mn}(\mathbf{u}^b) \approx -\beta r^{-1} \dot{\Phi}^b \mu(0) (f_m^b \xi_n + f_n^b \xi_m).$$

Отсюда следует, что

$$\sigma_m^a \xi_m \approx \rho(0) a(0) \frac{\dot{\Phi}^a \Phi^{a*}}{r^2} f_n^a(\xi) f_n^{a*}(\xi), \quad (16)$$

$$\sigma_m^b \xi_m \approx \rho(0) b(0) \frac{\dot{\Phi}^b \Phi^{b*}}{r^2} f_n^b(\xi) f_n^{b*}(\xi). \quad (17)$$

Рассмотрим выражение для $\tilde{\sigma}_m \xi_m$. Заметим, что

$$t_{mn}(\mathbf{u}^b) \dot{u}_m^a \xi_n \approx \beta \mu(0) r^{-2} \dot{\Phi}^{a*} \dot{\Phi}^b (f_m^b \xi_n + f_n^b \xi_m) f_n^{a*} \xi_m = 0.$$

Аналогично $t_{mn}(\mathbf{u}^a) \dot{u}_{n^b m}^b \approx 0$, откуда

$$\tilde{\Pi} \approx 0. \quad (18)$$

Интегрируя (16) и (17) по сфере Σ , найдем

$$\Pi^a(t) \approx \rho(0) a(0) |\dot{\Phi}^a(t - \alpha r; p)|^2 \int_{|\xi|=1} |f^a(\xi)|^2 d^2\xi, \quad (19)$$

$$\Pi^b(t) \approx \rho(0) b(0) |\dot{\Phi}^b(t - \beta r; p)|^2 \int_{|\xi|=1} |f^b(\xi)|^2 d^2\xi. \quad (20)$$

Если перейти к сферическим координатам вектора ξ и условиться писать $f^{a,b}(\xi) = f^{a,b}(\vartheta, \eta)$, то

$$\int_{|\xi|=1} |f^{a,b}(\xi)|^2 d^2\xi = \int_0^{2\pi} d\eta \int_0^\pi d\vartheta \sin \vartheta |f^{a,b}(\vartheta, \eta)|^2. \quad (21)$$

Имеется тесная аналогия между проведенным вычислением и выражением потока через диаграммы в дальней зоне для однородной среды [6]. В случае однородной среды и гармонических колебаний полученный результат сводится к найденному в [6] (кажущаяся разница в формулах связана с тем, что автор [6] оперирует с потенциалами, а мы — с полями).

4. Рассмотрим вопрос о точности формулы (18), т. е. об относительной величине смешанной мощности.

В задаче о сосредоточенной силе (5) функции \mathbf{u}^a и \mathbf{u}^b имеют одинаковый порядок по p (см. раздел 2). Поэтому из (18) следует, что $\tilde{\Pi} = O(p^{-1}\Pi^a, b)$. Отсюда

$$|\Pi^a| \gg |\tilde{\Pi}|, \quad |\Pi^b| \gg |\tilde{\Pi}|. \quad (22)$$

Неравенства (22) имеют место для любого источника $F(\mathbf{x})$, который возбуждает в однородной среде волны обоих типов, и, следовательно, в среде неоднородной порядок \mathbf{u}^a и \mathbf{u}^b по p одинаков. Это выполнено, в частности, если $F(\mathbf{x})$ — любая сосредоточенная при $\mathbf{x}=0$ однородная обобщенная функция, кроме (6), (7) и отличающихся от них постоянным множителем.

В случае источника (6) $\mathbf{u}^a = O(pu^b)$, поэтому $\Pi^a = O(p^2\Pi^b)$, $\tilde{\Pi} = o(p\Pi^b)$, откуда еще не следует (22). Аналогично обстоит дело и с центром вращения (7).

Верны ли для источников (6) и (7) в неоднородной среде неравенства (22) или хотя бы неравенства для полных энергий

$$|\mathcal{E}^a| \gg |\mathcal{E}|, \quad |\mathcal{E}^b| \gg |\mathcal{E}| \quad (23)$$

при общей временной зависимости (2), неизвестно.

Мы докажем (23) лишь в квазигармоническом случае (4) при дополнительном условии на фазу

$$\dot{\varphi}(t) \neq 0. \quad (24)$$

В самом деле, из (4), (11) и (24) следует, что $\tilde{\Pi}$ — сумма быстроосциллирующих слагаемых

$$\tilde{\Pi}(t) \sim \exp(ip\psi_+) \Pi_+ + \exp(ip\psi_-) \Pi_-, \quad (25)$$

$$p\psi_\pm = \pm p \{ \varphi(t - \alpha r) - \varphi(t - \beta r) \} \approx \pm (\beta - \alpha) p \dot{\varphi}(t) r, \quad (26)$$

причем вследствие (8) $p\psi_\pm \rightarrow \infty$. Благодаря (24) интегралы по t в обоих слагаемых в (25) не имеют стационарных точек, и

$$\mathcal{E} = o(p^{-\infty} \mathcal{E}^a, b). \quad (27)$$

При конечной гладкости φ , \mathcal{A} или упругих параметров оценка (27) заменится на степенную.

В однородной среде, как легко показать, $\tilde{\Pi} \equiv 0$ не только для гармонических колебаний (см. [6]), но и для любой временной зависимости источника.

2. Формулы для конкретных источников

1. Рассмотрим случай точечной силы (5). Как показано в [3],

$$\Phi^a(\tau; p) = \frac{a^2}{\rho(0)} \Phi(\tau; p), \quad \Phi^b(\tau; p) = \frac{\beta^2}{\rho(0)} \Phi(\tau; p), \quad f_j^a(\xi) = \xi_3 \xi_j, \quad f_j^b(\xi) = \delta_{3j} - \xi_3 \xi_j.$$

Следовательно,

$$\int_{|\xi|=1} |f^a(\xi)|^2 d^2\xi = 2\pi \int_0^\pi \sin \vartheta \cos^2 \vartheta d\vartheta = \frac{4\pi}{3}, \quad \int_{|\xi|=1} |f^b(\xi)|^2 d^2\xi = 2\pi \int_0^\pi \sin^3 \vartheta d\vartheta = \frac{8\pi}{3},$$

откуда

$$\Pi^a(t) \approx \frac{4\pi}{3\rho(0)a^3(0)} |\dot{\Phi}(t - a\tau; p)|^2, \quad (28)$$

$$\Pi^b(t) \approx \frac{8\pi}{3\rho(0)b^3(0)} |\dot{\Phi}(t - \beta\tau; p)|^2, \quad (29)$$

$$\mathcal{E}^b/\mathcal{E}^a \approx 2\gamma^3, \quad (30)$$

где обозначено

$$\gamma = a(0)/b(0). \quad (31)$$

Неоднородность среды не сказывается на главных членах асимптотики поля и энергии в случае источника (5) [как, впрочем, и для любого однородного сосредоточенного $\mathbf{F}(\mathbf{x})$, кроме (6) и (7)].

2. Рассмотрим задачу о центре расширения (6). Главный член асимптотики \mathbf{u}^a такой же, как и в однородной среде (см. [3])

$$\Phi^a(\tau; p) = \frac{a^3}{\rho(0)} \dot{\Phi}(\tau; p), \quad f_j^a(\xi) = \xi_j.$$

Выражение для \mathbf{u}^b , полученное в [3] методом пограничного слоя, таково

$$\Phi^b(\tau; p) = \frac{1}{\rho(0)(b^2(0) - a^2(0))} \Phi(\tau; p); \quad f_j^b = q_j - q_k \xi_k \xi_j,$$

$$q_j = \left\{ 4 \frac{\partial_j b(\mathbf{x})}{b(\mathbf{x})} - \frac{\partial_j \rho(\mathbf{x})}{\rho(\mathbf{x})} \right\}_{\mathbf{x}=0}.$$

Предполагая, что $\mathbf{q} \neq 0$, выберем оси координат так, чтобы ось \mathbf{e}_3 была бы параллельна \mathbf{q} , т. е. $q_j = |\mathbf{q}| \delta_{3j}$, $f_j^b = |\mathbf{q}| (\delta_{3j} - \xi_3 \xi_j)$. Следовательно, $|f^b|^2 = |\mathbf{q}|^2 (1 - \xi_3^2)$. Далее

$$\int_{|\xi|=1} |f^b(\xi)|^2 d^2\xi = 2\pi |\mathbf{q}|^2 \int_0^\pi \sin^3 \vartheta d\vartheta = \frac{8\pi}{3} |\mathbf{q}|^2, \quad \int_{|\xi|=1} |f^a(\xi)|^2 d^2\xi = 2\pi \int_0^\pi \sin \vartheta d\vartheta = 4\pi.$$

Отсюда

$$\Pi^a(t) \approx \frac{4\pi}{\rho(0)a^3(0)} |\dot{\Phi}(t - a\tau; p)|^2, \quad (32)$$

$$\Pi^b(t) \approx \frac{8\pi |\mathbf{q}|^2 b(0)}{3\rho(0)(a^2(0) - b^2(0))^2} |\dot{\Phi}(t - \beta\tau; p)|^2. \quad (33)$$

Следовательно,

$$\frac{\mathcal{E}^b}{\mathcal{E}^a} \approx \frac{2}{3} \frac{\gamma^4}{(\gamma^2 - 1)^2} a(0)b(0)M |\mathbf{q}|^2, \quad (34)$$

где

$$M = \int_{-\infty}^{+\infty} |\dot{\Phi}(\tau; p)|^2 d\tau : \int_{-\infty}^{+\infty} |\dot{\Phi}(\tau; p)|^2 d\tau. \quad (35)$$

При квазигармоническом импульсе (4)

$$M \approx \int_{-\infty}^{+\infty} |\mathcal{A}(t)|^2 |\dot{\varphi}(t)|^2 dt : p^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |\mathcal{A}(t)|^2 |\dot{\varphi}(t)|^4 dt.$$

В случае гармонических колебаний [$\mathcal{A} \equiv 1$, $\varphi(t) = t$] $M = p^{-2}$.

3. Рассмотрим центр вращения (7). На главный член асимптотики u^b неоднородность среды не влияет. Как следует из [3],

$$\Phi^b(\tau; p) = \frac{\beta^3}{p(0)} \dot{\Phi}(\tau; p), \quad f_j^b = \delta_{1j} \xi_2 - \delta_{2j} \xi_1.$$

Воспользовавшись результатами [7], можно аналогично [3] получить, что

$$\Phi^a(\tau; p) = \frac{1}{p(0)(b^2(0) - a^2(0))} \Phi(\tau; p),$$

$$\xi^a(\xi) = (P_1 \xi_2 - P_2 \xi_1) \xi,$$

$$P_j = \left\{ \left(\frac{2}{\gamma^2} - 1 \right) \frac{\partial_j p(\mathbf{x})}{p(\mathbf{x})} + \frac{4}{\gamma^2} \frac{\partial_j b(\mathbf{x})}{b(\mathbf{x})} \right\}_{\mathbf{x}=0}.$$

Полагая $P_1 = |\mathbf{P}| \sin \vartheta_0 \sin \eta_0$, $P_2 = |\mathbf{P}| \sin \vartheta_0 \cos \eta_0$, $P_3 = |\mathbf{P}| \cos \vartheta_0$, находим

$$\begin{aligned} \int_{|\xi|=1} |\mathbf{f}^a(\xi)|^2 d^2 \xi &= |\mathbf{P}|^2 \sin^2 \vartheta_0 \int_0^{2\pi} \cos^2(\eta - \eta_0) d\eta \int_0^\pi \sin^3 \vartheta d\vartheta = \\ &= \frac{4\pi}{3} |\mathbf{P}|^2 \sin^2 \vartheta_0 = \frac{4\pi}{3} |[\mathbf{P}, \mathbf{e}_3]|^2, \end{aligned}$$

$$\int_{|\xi|=1} |\mathbf{f}^b(\xi)|^2 d^2 \xi = 2\pi \int_0^\pi \sin^3 \vartheta d\vartheta = \frac{8\pi}{3}.$$

Отсюда

$$\Pi^b(t) \approx \frac{8\pi}{3\rho(0)b^3(0)} |\ddot{\Phi}(t - \beta r; p)|^2, \quad (36)$$

$$\Pi^a(t) \approx \frac{4\pi |[\mathbf{P}, \mathbf{e}_3]|^2 a(0)}{3\rho(0)(a^2(0) - b^2(0))^2} |\dot{\Phi}(t - \alpha r, p)|^2, \quad (37)$$

$$\frac{\varepsilon^a}{\varepsilon^b} \approx \frac{1}{2(\gamma^2 - 1)^2} a(0) b(0) M |[\mathbf{P}, \mathbf{e}_3]|^2. \quad (38)$$

Отметим, что величина (38) по крайней мере на порядок меньше, чем (34), поскольку при $\lambda + 2\mu > \mu > 0$ $\gamma > \sqrt{2}$.

Автор признателен Н. Н. Пузыреву и А. В. Тригубову за беседу, стимулировавшую написание статьи, и В. М. Бабичу и А. С. Зильберглейту за полезные замечания.

Литература

- [1] С. Я. Коган. Сейсмическая энергия и методы ее измерения. «Наука», М. (1975).
- [2] В. М. Бабич. Изв. АН СССР, физика Земли, 2, 3 (1979).
- [3] А. П. Киселев. Зап. научн. семинаров ЛОМИ АН СССР, 104, 111 (1981).
- [4] А. П. Киселев. ДАН СССР, 219, 829 (1974).
- [5] В. М. Бабич, Н. Я. Кирпичникова. Метод пограничного слоя в задачах дифракции. «Наука», Л. (1974).
- [6] А. С. Зильберглейт. Письма ЖТФ, 7, 598 (1981).
- [7] А. П. Киселев. Вопр. динам. теории распростран. сейсмич. волн, 15, 6 (1975).

Научно-производственное объединение
«Рудгеофизика»
Ленинград

Поступило в Редакцию
5 февраля 1982 г.