ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

1978 МАТЕМАТИКА № 3 (190)

УДК 517.43

В. Б. Левенштам

МЕТОД ПОГРАНСЛОЯ И ЭФФЕКТИВНОЕ ПОСТРОЕНИЕ СТАРШИХ ПРИБЛИЖЕНИЙ МЕТОДА ОСРЕДНЕНИЯ

В работах [1]—[3] И. Б. Симоненко был обоснован метод осреднения и построены старшие приближения задачи Коши для нелинейных абстрактных параболических уравнений. В заметках автора [4], [5] для того же класса уравнений были построены старшие приближения задачи об ограниченных на всей оси решениях. При этом приближения решений указанных задач в [2]—[4] задаются как решения таких же задач уже для линейных абстрактных параболических уравнений с единым для всех приближений линейным оператором и с правыми частями, содержащими предыдущие приближения.

В данной заметке для одного класса (см. (1)—(2)) параболических уравнений с равномерно эллиптической линейной частью описан способ эффективного построения старших приближений периодических решений. При этом по схеме [2] мы строим уравнения для „точных" старших приближений задачи (1)—(2), а затем показываем, что к этим уравнениям применим метод погранслоя [6], разработанный Л. А. Люстерником и М. И. Вишиком. После этого приближения эффективно вычисляются.

1. Пусть в m-мерном пространстве задана область Ω с бесконечно-гладкой границей $\dot{\Omega}$. Рассмотрим в этой области задачу о нахождении периодических по времени t решений $u(x, t)$ уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{|r|=2k} a_r(x)(D^r u)(x) + P(x; \alpha u, e^{i\omega t}, e^{-i\omega t}) \tag{1}$$

при краевых условиях

$$u\Big|_{\dot{\Omega}} = \frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{\dot{\Omega}} = \ldots = \frac{\partial^{k-1} u}{\partial n^{k-1}}\Big|_{\dot{\Omega}} = 0; \tag{2}$$

здесь

$$\alpha u = \left(u, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial u}{\partial x_m}, \ldots, \frac{\partial^{2k-1} u}{(\partial x_m)^{2k-1}}\right)$$

— вектор-функция, составленная из всевозможных частных производных по x функции u до порядка $2k-1$ включительно, P — полином от компонент вектора αu и функций $e^{i\omega t}$ и $e^{-i\omega t}$, где i—мнимая единица. Коэффициенты полинома P предполагаются комплекснозначными функциями x, принадлежащими пространству $C^\infty(\bar{\Omega})$. Коэффициенты $a_r(x)$ вещественны и также принадлежат пространству $C^\infty(\bar{\Omega})$, n — внутренняя нормаль к $\dot{\Omega}$.

Относительно главной части уравнения (1) предположим дополнительно следующее. Эллиптический оператор

$$(Au)(x)=\sum_{|r|=2k} a_r(x)(D^r u)(x),$$

определенный на подпространстве $D(A)=\{u: u\in W_q^{2k}$, и удовлетворяет условию (2)$\}$, равномерно эллиптичен, причем при всяком $x\in\overline{\Omega}$ и вещественном векторе $\xi=(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_m)\neq 0$ выполняется условие

$$(-1)^{k+1}\sum_{|r|=2k} a_r(x)\xi^r \geqslant \alpha\sum_{i=1}^{m}\xi_i^{2k},\quad \alpha>0.$$

Тогда (см. [7], с. 349) оператор A порождает в $L_q(\overline{\Omega})$ аналитическую полугруппу.

Осредненная задача имеет вид

$$\frac{\partial v}{\partial t}=\sum_{|r|=2k} a_r(x)(D^r v)(x)+\overline{P}(x;\ \alpha v), \tag{3}$$

$$v\big|_{\dot{\Omega}}=\frac{\partial v}{\partial n}\bigg|_{\dot{\Omega}}=\ldots=\frac{\partial^{k-1}v}{\partial n^{k-1}}\bigg|_{\dot{\Omega}}=0, \tag{4}$$

где

$$\overline{P}(x;\ \alpha v)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} P(x;\ \alpha v,\ e^{it},\ e^{-it})\,dt.$$

Пусть осредненная задача (3)—(4) имеет стационарное решение[1] $\overset{\circ}{u}(x)\in C^\infty(\overline{\Omega})$ и спектр оператора $A_1 u=Au+[(D_\alpha\overline{P})(x;\ \alpha\overset{\circ}{u})](\alpha u)$, где $D_\alpha\overline{P}$ — частный дифференциал $\overline{P}$ по группе переменных αu не содержит нуля. Тогда, как показано в [1], существует $\omega_0>0$, такое, что при $\omega>\omega_0$ существует единственное в некоторой окрестности $\overset{\circ}{u}$ $\frac{2\pi}{\omega}$ — периодическое решение u_ω задачи (1)—(2), причем

$$\lim_{\omega\to+\infty}\ \sup_{t\in(-\infty,+\infty)}\|u_\omega-\overset{\circ}{u}\|_{W_q^{2k}}=0.$$

Функцию $\overset{\circ}{u}$ называют нулевым приближением метода осреднения.

Ниже мы сформулируем основной результат настоящей заметки — теорему об эффективном построении старших приближений метода осреднения.

Введем следующие обозначения. Если $r\geqslant 0$, r_0 — целая часть r, B — банахово пространство, непрерывно вложенное в $L_q(\overline{\Omega})$, то через $C_r(B)$ обозначим банахово пространство, элементами которого являются непрерывные отображения $\varphi((-\infty, +\infty)\to L_q)$, r_0 раз непрерывно дифференцируемые как отображения $(-\infty, +\infty)$ в B и удовлетворяющие оценке

[1] Решением задачи (3)—(4) ((1)—(2)) мы называем функцию $v(x, t)$ $(u(x, t))$, которая, как функция от x, непрерывна по переменной t и принадлежит пространству $W_q^{2k}(\overline{\Omega})$, $L_q(\overline{\Omega})$ — непрерывно дифференцируема по переменной t и удовлетворяет уравнению (3) ((1)) и граничным условиям (4) ((2)).

$$\|\varphi\|_{C_r(B)} = \sup_{t\in(-\infty,+\infty)} \|\varphi(t)\|_B + \sup_{t\in(-\infty,+\infty)} \|\varphi^{(r_0)}(t)\|_B +$$
$$+ \sup_{+\infty>t>t'>-\infty} \frac{\|\varphi^{(r_0)}(t)-\varphi^{(r_0)}(t')\|_B}{|t-t'|^{r-r_0}} < +\infty.$$

Введем еще в $\bar{\Omega}$ новую систему координат следующим образом. Определим отображение $\dot{\Omega}\times[0,+\infty)\to\bar{\Omega}$ по закону: при $\rho<\eta$ (η — достаточно малое число, о величине которого будет сказано ниже) $(\varphi,\rho)\to\varphi+n_\varphi\rho$, где φ — точка на $\dot{\Omega}$, n_φ — вектор внутренней нормали к $\dot{\Omega}$ в точке φ; при $\rho>\eta$ $(\varphi,\rho)\to x_0$, где x_0 — некоторая фиксированная точка $\bar{\Omega}$. Будем считать η настолько малым, что сужение указанного отображения на $\dot{\Omega}\times[0,\eta]$ есть бесконечно дифференцируемый вместе с обратным гемеоморфизм. Обозначим через $\chi(x)$ бесконечно дифференцируемую функцию $x(\in\bar{\Omega})$, равную 1, когда $\rho(x)<\frac{\eta}{3}$, и 0, когда $\rho(x)>\frac{2}{3}\eta$.

Ниже покажем, что к уравнению

$$\frac{1}{\omega}A_1 u - iu = h(x), \qquad h(x)\in C^\infty(\bar{\Omega}), \tag{5}$$

применим метод погранслоя, причем нетрудно видеть, что дополнительным характеристическим уравнением (см. [6]) в точке $\varphi\in\dot{\Omega}$ для (5) является уравнение

$$\begin{gathered} b_{2k}(\varphi)\lambda^{2k} - i = 0, \\ b_{2k}(\varphi)\in C^\infty(\dot{\Omega}),\ \operatorname{Im} b_{2k}(\varphi)=0,\ b_{2k}(\varphi)\neq 0. \end{gathered} \tag{6}$$

Нетрудно видеть, что из $2k$ решений $\lambda(\varphi)$ уравнения (6) половина удовлетворяет условию $\operatorname{Re}\lambda(\varphi)<0$ $(\varphi\in\dot{\Omega})$.

Определение. Ниже для краткости функцией вида (l) будем называть функцию, являющуюся конечной суммой функций вида

$$\omega^\alpha f(x)\exp(il\omega t) \quad \text{и} \quad \omega^\beta\varphi(x)\exp(-\lambda(\varphi)\rho\chi(x)\omega^{1/2k})\exp(il\omega t),$$

где α и β кратны $1/2k$ или $-1/2k$, причем $-\lambda(\varphi)$ является суммой некоторых решений уравнения (6) с отрицательными действительными частями, f, $\varphi\in C^\infty(\bar{\Omega})$, l — целое число или нуль.

Теорема. *При $\omega>\omega_0$ для всяких $r>0$, $\mu>0$ и $m>0$ эффективно строится функция $u_{r,\mu,m}$ вида (l) (см. определение) такая, что для некоторой постоянной $c_{r,\mu,m}$ при всех $\omega>\omega_0$ выполняется оценка*

$$\|u_\omega(x,t)-u_{r,\mu,m}(x,\omega t,\omega)\|_{C_r(C^\mu(\bar{\Omega}))} \leqslant c_{r,\mu,m}\,\omega^{-m}.$$

Под эффективностью мы понимаем тот факт, что при известной функции $\overset{\circ}{u}$ функции f и φ в выражении для $u_{r,\mu,m}$ определяются при помощи конечного числа следующих операций: арифметических, дифференцирования, обращения эллиптического оператора A_1 в $L_q(\bar{\Omega})$ и обращения некоторого единого для всех r, μ и m семейства обыкновенных дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами.

Замечания. 1. Если отображение P в уравнении (1) не зависит от $e^{i\omega t}$ или от $e^{-i\omega t}$, то из перечня операций, используемых при построении $u_{r,\mu,m}$, можно исключить обращение оператора A_1 в $L_q(\bar{\Omega})$.

2. При построении приближения $u_{r,\mu,m}$ в некоторой внутренней подобласти области Ω из указанного списка операции можно исключить операцию обращения семейства обыкновенных дифференциальных операторов.

Доказательство теоремы мы проведем в п.п. 2°—4° по следующему плану. Вначале (лемма 1), отправляясь от нулевого приближения $\overset{\circ}{v} = \overset{\circ}{u}(x)$, построим уравнения (см. (7)) для „точных" старших приближений, в которых каждое последующее приближение $\overset{n+1}{v}_\omega$ рекуррентно связано с предыдущим $\overset{n}{v}_\omega$. Потом (лемма 2) покажем, что при определении из таких уравнений $\overset{n+1}{v}_\omega$ вместо $\overset{n}{v}_\omega$ можно взять другую достаточно близкую к нему функцию. При этом точность приближения сохранится (т. е. малое возмущение $\overset{n}{v}_\omega$ в уравнениях (7) приводит также к малому возмущению $\overset{n+1}{v}_\omega$). Наконец, в лемме 3 показываем, что если в уравнение (7) вместо $\overset{n}{v}_\omega$ поставить функцию вида (I), то оно эффективно разрешается относительно $\overset{n+1}{v}_\omega$ с точностью до ω^{-d}, с каким угодно наперед заданным $d > 0$, причем эффективно получаемое решение также будет функцией вида (*I*) В п.п. 3°—4° мы проводим доказательство лемм 2, 3.

2°. Лемма 1. 1. *При ω больших некоторого $\omega_0 (> 0)$ существует и единственна последовательность $\overset{n}{v}_\omega$ $(n = 0, 1, \ldots)$ $\frac{2\pi}{\omega}$-периодических по t отображений, удовлетворяющих рекуррентным соотношениям*

$$\overset{\circ}{v}_\omega = \overset{\circ}{u}, \ldots, \frac{\partial \overset{n+1}{v}_\omega}{\partial t} - A \overset{n+1}{v}_\omega - [(D_\alpha \bar{P})(x; \alpha \overset{\circ}{u})](\alpha \overset{n+1}{v}_\omega) =$$

$$= P(x; \alpha \overset{n}{v}_\omega, e^{i\omega t}, e^{-i\omega t}) - [(D_\alpha \bar{P})(x, \alpha \overset{\circ}{u})](\alpha \overset{n}{v}_\omega), \ldots$$

2. *Пусть r, μ и m — положительные числа. Тогда существует такое число N, что для всякого $n > N$ существует c, для которого при всех $\omega (> \omega_0)$ выполняется неравенство*[1]

$$\| u_\omega - \overset{n}{v}_\omega \|_{C_r(W_q^{2k\mu}(\bar{\Omega}))} \leqslant c\omega^{-m}.$$

Доказательство этой леммы здесь опускается.

Ниже исследуются некоторые общие (не зависящие от номера n) свойства уравнений (7). Поэтому вместо (7) будем обращаться к уравнению

[1] Лемма 1 справедлива и в более общей ситуации, аналогичной [2]. Доказательство проводится по схеме [2].

$$\frac{\partial v}{\partial t} - Av - [(D_\alpha \bar{P})(x;\ \alpha \overset{\circ}{u})](\alpha v) = P_1(x;\ \alpha u,\ e^{i\omega t},\ e^{-i\omega t}), \tag{8}$$

где P_1 — некоторое произвольное отображение, имеющее тот же вид, что и P, а u — известная функция.

Лемма 2. *Пусть $r, \mu \geqslant 0$ и v опеределяется через стационарную функцию u, а $\tilde{v}$ — через стационарную $\tilde{u}$ по закону* (8), *причем существует постоянная c, для которой выполняются оценки*

$$\|u\|_{W_q^{2k\mu}} \leqslant c\omega^\mu, \quad \|\tilde{u}\|_{W_q^{2k\mu}} \leqslant c\omega^\mu,$$

$$\|u\|_{C^{2k-1}} \leqslant c, \quad \|\tilde{u}\|_{C^{2k-1}} \leqslant c.$$

Тогда существует постоянная c_1, для которой выполняется оценка

$$\|v - \tilde{v}\|_{C_r(W_q^{2k\mu})} \leqslant \begin{cases} c_1 \omega^{r+2k\mu\left(\mu - \frac{2k-1}{2k}\right)+2} \|u - \tilde{u}\|_{W_q^{2k\mu}}, & \mu > \frac{2k-1}{2k}; \\ c_1 \omega^r \|u - \tilde{u}\|_{W_q^{2k\mu}}, & \mu < \frac{2k-1}{2k}. \end{cases}$$

Доказательство этой леммы дается в следующем пункте.

Лемма 3. *Пусть u является функцией вида* (*I*). *Тогда уравнение* (8) *имеет решение v, причем для всяких неотрицательных r, μ и m существуют постоянная $c_{r,\mu,m}$ и функция $v_{r,\mu,m}$ тоже вида* (*I*), *такие, что*

$$\|v - v_{r,\mu,m}\|_{C_r(W_q^{2k\mu})} \leqslant c \cdot \omega^{-m},$$

причем функции f и φ в $v_{r,\mu,m}$ эффективно вычисляются.

Доказательство этой леммы дается в п. 4°.

3°. Докажем лемму 2. Пусть $T(t)$ — полугруппа оператора A_1 и пусть t_1 ($\in [0, 1]$) такое число, что при $\lambda \in \sigma(A_1)$ $\exp(\lambda t_1) \neq 1$. Обозначим через t_ω величину $[t_1\omega(2\pi)^{-1}]\,2\pi\omega^{-1}$ и построим при $\omega \gg 1$ оператор $\hat{T}_\omega$ $(C_0^{[0,t_1]}(L_q) \to C_0^{[0,t_1]}(L_q))$[1].

$$(\hat{T}_\omega \varphi)(t) = \int_0^{t_\omega} G_\omega(t - \tau)\,\varphi(\tau)\,d\tau,$$

где

$$G_\omega(t - \tau) = \begin{cases} [I - T(t_\omega)]^{-1}\, T(t - \tau), & t > \tau; \\ [I - T(t_\omega)]^{-1}\, T(t_\omega + t - \tau), & t < \tau. \end{cases}$$

Отметим, что решение v_ω уравнения (8) при $t \in (0, t_\omega)$ является результатом действия на правую часть (8) оператором $\hat{T}_\omega$.

---

[1] Индекс $[0, t_1]$ указывает, что рассматривается пространство непрерывных на $[0, t_1]$ функций

$$\|u\|_{C_0^{[0,t_1]}(L_1)} = \max_{t \in [0,t_1]} \|u(t)\|_{L_q}.$$

Доказательству леммы 2 предпосылается аналогичная лемме 7 [2]

Лемма 4. *Пусть r — натуральное число* $0<\mu<r$, $\mu<\mu_1<\mu+1$, $0<\delta<\frac{t_1}{2}$, $\omega\gg 1$. *Тогда сужение оператора* $\hat{T}_\omega$ *на пространство* $C_{2r+1}^{[0,t_1]}[W_q^{2k\mu}(\bar{\Omega})]$ *непрерывно действует в пространство* $C_{\delta,r}^{[0,t_1]}[W_q^{2k\mu_1}(\bar{\Omega})]$ (*определение этого пространства см. в* [2]) *и норма этого сужения равномерно относительно* $\omega\gg 1$ *ограничена.*

Доказательство леммы 2 проведем для случая, когда

$$P_1=P(x;\ \alpha u)\,e^{il_\omega t}.$$

Пусть $r_1=[\mu+1]$. При $\mu>\frac{2k-1}{2k}$ имеем

$$\|(v-\tilde{v})\,e^{-il\omega t}\|_{W_q^{2k\mu}}\leqslant\omega^{-r_1}\|v-\tilde{v}\|_{C_{r_1}(W_q^{2k\mu})}\leqslant$$

$$\leqslant c\omega^{r_1+1}\|P(u)-P(\tilde{u})\|_{W_q^{2k\left(\mu-\frac{2k-1}{2k}\right)}}\leqslant c\omega^{2k\mu\left(\mu-\frac{2k-1}{2k}\right)+2}\|u-\tilde{u}\|_{W_q^{2k\mu}}.$$

При $\mu<\frac{2k-1}{2k}$ оценка очевидна.

4°. Докажем лемму 3. Достаточно показать, что для решения уравнения

$$\frac{\partial v_\omega}{\partial t}=A_1 v_\omega+\psi(x,\ \omega)\,e^{il\omega t},\tag{9}$$

где $\psi(x,\ \omega)\,e^{il\omega t}$ — одно из слагаемых функции вида (I), выполняется заключение леммы 3.

Рассмотрим вначале случай, когда в (9) $l\neq 0$. Произведя замену

$$v_\omega(x,\ t)=\frac{1}{\omega}\hat{v}_\omega(x)\,e^{il\omega t},$$

придем к уравнению

$$\frac{1}{\omega}A_1\hat{v}-ie\hat{v}=\psi(x,\ \omega).$$

Лемма 5. *Для уравнения* (10) *выполняются условия регулярности вырождения и равномерной* (*относительно* $\omega\gg 1$) *разрешимости в* $L_q(\bar{\Omega})$ *в смысле работы* [6].

Доказательство. Регулярность вырождения показана в п. 1° (см. (6)), равномерная разрешимость легко следует из того, что A_1 порождает аналитическую полугруппу.

Из леммы 5 согласно [6] следует, что к уравнению (10) применим метод погранслоя. В этом случае решение $\hat{v}$ с желаемой асимптотической точностью ищется, как известно, в виде суммы

$$S_N=\sum_{j=0}^{N}\omega^{-\frac{j}{2k}}(w_j+v_j),$$

где w_j — функции первого, v_j — второго итерационного процесса, причем S_N — функция вида (I). Для простоты ниже считаем, что $\psi(x,\ \omega)=\omega^\alpha f(x)$.

Оценка в лемме 3 вытекает из следующего утверждения.

Лемма 6. *Для всяких* $\mu > 0$ *и* $N = 0, 1, 2,$ *можно указать постоянную* c, *для которой выполняется оценка*

$$\| \hat{v} - S_N \|_{W_q^{2k\mu}(\bar{\Omega})} \leqslant c\omega^{-\frac{N+1-2k\mu}{2k}+\alpha}.$$

Лемма 6 легко вытекает из равномерной разрешимости уравнения (10) в $L_q(\bar{\Omega})$ и некоторых результатов [8]—[9].

Рассмотрим теперь случай, когда $l = 0$, в этом случае мы приходим к эквивалентному (9) эллиптическому уравнению

$$A_1 v_\omega = -\psi(x, \omega). \tag{11}$$

Если $\psi(x, \omega)$ имеет вид $\omega^\alpha f(x)$, то обращая оператор A_1, мы эффективно находим решение v вида (I).

Если $\psi(x, \omega)$ имеет вид

$$\omega^\beta \varphi(x) \exp(-\lambda(\varphi)\chi(x)\rho\omega^{-1/2k}),$$

то для нахождения v_ω в погранполоске $\bar{\Omega}$ шириной $\eta = \omega^{-1/2k(1-\delta/2k)}$, где δ — произвольное число из интервала (0, 1), перейдем в уравнении (11) к координатам (ρ, φ) и проведем такие же рассуждения, как и во втором итерационном процессе в [6]. При этом решение ищется в виде асимптотического ряда

$$\sum_{j=0}^{\infty} \omega^{-j/2k} v_j, \tag{12}$$

причем при $j = 0, 1, \ldots, 2k-1$ $v_j = 0$, при $j = 2k + l$ $(l = 0, 1, 2, \ldots)$ $v_j = \omega^\beta P_{2k(l+1)-1}(t, \varphi, \exp(-\lambda(\varphi)\chi(x)\rho\omega^{1/2k}))$, где $P_m(t, \varphi, u)$ есть полином степени не выше m с коэффициентами, зависящими от φ и, возможно, от u, причем по φ они бесконечно дифференцируемы, а от u, если зависят, то линейно. Продолжим функции v_j нулем вовнутрь $\bar{\Omega}$ и сгладим функцией $\chi(x)$, а затем определенным образом „исправим" внутри Ω те v_j, которые не зависят от u. Обозначения оставим прежними.

Лемма 7. *Для всякого натурального* N *отрезок* $v_N = \sum_{j=0}^{N} \omega^{-\frac{j}{2k}} v_j$ *ряда* (12) *является функцией вида* (I). *Для всяких* $0 < \delta < 1$ *и* $\mu > 0$ *справедлива оценка.*

$$\| v - v_N \|_{W_q^{2k\mu}} \leqslant c\omega^{-\frac{(N+1)-2k\mu}{2k}+\beta}.$$

Автор глубоко признателен И. Б. Симоненко за постановку задачи и постоянное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Симоненко И. Б. Обоснование метода осреднения для абстрактных параболических уравнений. Матем. сб., т. 81 (123), 1970, с. 53—61.
2. Симоненко И. Б. Старшие приближения метода осреднения для абстрактных параболических уравнений. Матем. сб., т. 92 (134): 4, 1973, с. 541—549.
3. Симоненко И. Б. Старшие приближения метода осреднения для параболических уравнений. ДАН СССР, т. 213, № 6, 1973, с. 1255—1257.

4. Левенштам В. Б. Старшие приближения метода осреднения. Случай ограниченных решений. Изв. Сев.-Кавказ. науч. центра высш. школы. Сер. естеств. н., № 4, 1974, с. 118—119.

5. Левенштам В. Б. Оценки некоторых интегральных операторов, возникающих при применении метода осреднения к абстрактным параболическим уравнениям. Изв. Сев.-Кавказ. науч. центра высш. школы. Сер. естеств. н., № 4, 1974, с. 77—82.

6. Вишик М. И., Люстерник Л. А. Регулярное вырождение и пограничный слой для линейных дифференциальных уравнений с малым параметром УМН, т. XII, вып. 5, 1957, с. 3—122.

7. Соболевский П. Е. Об уравнениях параболического типа в банаховых пространствах. Тр. Моск. матем. о-ва, т. 10, 1961, с. 297—356.

8. Кошелев А. И. Априорные оценки в L_p и обобщенные решения эллиптических уравнений и систем. УМН, т. XIII, вып. 4, 1958, с. 29—88.

9. Агмон С., Дуглис А., Ниренберг Л. Оценки решений эллиптических уравнений вблизи границы. М., ИИЛ, 1962.

г. Ростов-на-Дону

Поступила
9 IX 1975

Л. Д. Менихес. Линейная регуляризуемость отображений, обратных к линейным операторам

(аннотация статьи, принятой к печати)

В статье изучается вопрос о регуляризуемости отображений, обратных к произведению двух операторов. Доказано, что при некоторых условиях на один из операторов из конечномерной линейной регуляризуемости обратного отображения ко второму оператору вытекает конечномерная линейная регуляризуемость отображения, обратного к произведению этих операторов. (Работа поступила в журнал „Математика“ 6 XII 1976.)

Б. И. Одвирко-Будко. Вариант обобщения теоремы об острие клина

(аннотация статьи, принятой к печати)

В работе сформулирована теорема, дающая достаточные условия для возможности аналитического продолжения голоморфных функций многих переменных, следствием которой является теорема об острие клина. (Работа поступила в журнал „Математика“ 17 XI 1977.)

С. З. Рафальсон. Об аналоге одной теоремы А. Зигмунда для многочленов Лежандра

(аннотация статьи, принятой к печати)

Рассматривается некоторое видоизменение понятия сильной суммируемости для рядов Фурье—Лежандра. Вводится обобщение понятия точки Лебега и доказывается необходимое и достаточное условие того, что ряд Фурье—Лежандра указанным образом суммируем к функции в обобщенных точках Лебега. В тригонометрическом случае аналогичная теорема была доказана А. Зигмундом. (Работа поступила в журнал „Математика“ 3 XI 1976.)

А. К. Рябогин. Интегральные неравенства для сопряженных гармонических функций многих переменных

(аннотация статьи, принятой к печати)

В заметке изучаются соотношения между интегральными средними сопряженных в смысле М. Рисса гармонических функций многих переменных. (Работа поступила в журнал „Математика“ 19 IV 1977.)