

Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

V. M. Gol'dfarb, I. E. Kostigova, G. A. Luk'yanov,
Параметры водородной плазмы в сверхзвуковом
сферическом источнике,
TVT, 1969, Volume 7, Issue 4, 610–614

<https://www.mathnet.ru/eng/tvt7162>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that
you have read and agreed to these terms of use
<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.82

May 20, 2025, 18:48:53



УДК 533.92

ПАРАМЕТРЫ ВОДОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ В СВЕРХЗВУКОВОМ СФЕРИЧЕСКОМ ИСТОЧНИКЕ

В. М. Гольдфарб, И. Е. Костыгова, Г. А. Лукьянов

Приводятся результаты численного интегрирования системы уравнений для стационарного источника неравновесной водородной плазмы. Определяющим элементарным процессом считается столкновительно-излучательная рекомбинация. Для выявления влияния реабсорбции расчет проведен для случаев плазмы, оптически тонкой и оптически толстой для всех видов излучения, и плазмы, оптически толстой только для резонансного излучения. В области течения наблюдается сильное нарушение термического и ионизационного равновесия. Реабсорбция излучения приводит к большему отрыву электронной температуры от температуры тяжелых частиц и уменьшению скорости рекомбинации. В квазистационарном приближении по найденным значениям концентрации и температуры электронов определены заселенности уровней водорода. Рассчитаны коэффициенты усиления излучения для ряда переходов.

При быстром расширении плазмы, которое реализуется, например, в случае сверхзвукового истечения в вакуум, возникает сильно неравновесное состояние газа. Для этого состояния характерно расхождение температур электронов и тяжелых частиц ($T_e > T$), повышенная по сравнению с равновесной концентрация электронов N_e и избыточная концентрация атомов, находящихся в верхних возбужденных состояниях. При некоторых условиях возникает инверсная заселенность возбужденных состояний, что может представить определенный практический интерес.

Указанные явления изучались теоретически и экспериментально в [4—6]. В настоящей работе выполнен расчет параметров плазмы, включая расчет заселенностей уровней, для течения в сферическом источнике. В качестве рабочего тела выбран водород, для которого значения входящих в расчет величин сравнительно хорошо известны.

Основные допущения. Примем, что на исходной сферической поверхности водородная плазма состоит из электронов, ионов и атомов. При выбранных начальных параметрах (см. ниже) начальная степень диссоциации велика, а образованием молекул в потоке можно пренебречь, так как скорость рекомбинации мала по сравнению со скоростью расширения. Равновесная концентрация отрицательных ионов водорода при интересующих нас условиях не превышает 10^{-5} [7].

Будем рассматривать течение после нарушения ионизационного равновесия. Считаем, что скорости всех компонентов равны и плазма квазинейтральна.

Определяющим элементарным процессом будем считать столкновительно-излучательную рекомбинацию, представляющую собой последовательность рекомбинации электронов на верхние возбужденные уровни при тройных столкновениях и каскадного перехода на основной уровень (см., например, [8]). Для определения кинетики заселенностей уровней водорода при движении плазмы необходимо решать совместно систему

дифференциальных уравнений баланса заселенностей и уравнений газодинамики.

Однако, когда концентрация возбужденных атомов N_k ($k \neq 1$) удовлетворяет условиям

$$N_k \ll N_1, \quad N_k \ll N_e, \quad (k \neq 1), \quad (1)$$

возможно квазистационарное решение системы уравнений баланса заселенностей. Время релаксации уровня $k \neq 1$ оказывается значительно меньше времени релаксации основного уровня или свободных электронов. Заселенность уровня $k \neq 1$ изменяется при этом чрезвычайно медленно по сравнению со скоростью образования и разрушения систем на рассматриваемом уровне. Дифференциальные уравнения баланса заселенностей заменяются системой алгебраических уравнений, позволяющей определить N_k ($k \neq 1$) по N_e и T_e , известным из газодинамического расчета. При этом кроме условия (1) должно выполняться условие

$$\tau_k \ll \tau_r, \quad (2)$$

где τ_k — время релаксации уровня $k \neq 1$, τ_r — характерное газодинамическое время.

Рассматриваемая ниже область изменения параметров удовлетворяет условиям (1) и (2). На больших расстояниях от полюса источника при $T_e \lesssim 500^\circ \text{K}$ происходит их нарушение, и квазистационарное приближение позволяет получить только полуколичественные результаты.

Система уравнений. Система уравнений газодинамики, включающая уравнения сохранения массы, импульса и энергии, а также уравнения состояния, имеет вид

$$\frac{d}{dr} (N_e u r^2) = -\alpha N_e^2 r^2, \quad (3)$$

$$\frac{d}{dr} (N_a u r^2) = \alpha N_e^2 r^2, \quad (4)$$

$$dp_e / dr = -e N_e E, \quad (5)$$

$$m_a (N_e + N_a) u \frac{du}{dr} = -\frac{d(p_i + p_a)}{dr} + e N_e E, \quad (6)$$

$$\frac{d}{dr} \left(N_e u r^2 \frac{5}{2} k T_e \right) = Q r^2 - I^* \frac{d}{dr} (N_e u r^2) - N_e u r^2 e E, \quad (7)$$

$$\frac{d}{dr} \left[N_e u r^2 \left(\frac{5}{2} k T + \frac{m_a u^2}{2} \right) + N_a u r^2 \left(\frac{5}{2} k T + \frac{m_a u^2}{2} \right) \right] = -Q r^2 + N_e u r^2 e E, \quad (8)$$

$$p_e = N_e k T_e, \quad (9)$$

$$p_i = N_e k T, \quad (10)$$

$$p_a = N_a k T, \quad (11)$$

$$Q = \frac{N_e^2 e^4}{(4\pi e)^2 m_a} \left(\frac{8\pi m_e}{k T_e} \right)^{1/2} \left(\frac{T}{T_e} - 1 \right) \ln \left[\frac{72\pi^2 (k T_e)^3 e^3}{N_e e^6} \right].$$

Здесь p — давление, N — концентрация, u — скорость направленного движения, m — масса частицы, T — температура, r — расстояние от полюса источника. Индексы e , i , a относятся соответственно к электронам, ионам и атомам. Значения коэффициента рекомбинации $\alpha(N_e, T_e)$ взяты из [8].

Скорость передачи энергии от электронов к тяжелым частицам при упругих соударениях Q при заметной степени ионизации целиком определяется электронно-ионными столкновениями. Величина I^* представляет

собой часть энергии рекомбинации, которая возвращается электронному газу при дезактивации возбужденных состояний электронными столкновениями второго рода. Часть энергии рекомбинации $I - I^*$ высвечивается в спектральных линиях. Некоторая доля этой энергии также может перейти в тепловую энергию электронов, если часть излучения реабсорбируется в плазме. В энергетическом отношении основную роль играет реабсорбция резонансного излучения.

Чтобы выявить влияние реабсорбции на параметры плазмы, рассмотрим три случая.

1. Плазма, оптически тонкая для всех видов излучения [9]

$$I^* = 3,1 \cdot 10^{-4} N_e^{1/6} T_e^{1/12} I.$$

2. Плазма, оптически тонкая для всех видов излучения, кроме линии L_{α}

$$I^* = 3,1 \cdot 10^{-4} N_e^{1/6} T_e^{1/12} I + I_{21}$$

$$(I_{21} = 10,15 \text{ эв}).$$

3. Плазма, оптически толстая для всех видов излучения:

$$I^* = I \quad (I = 13,53 \text{ эв}).$$

Параметры плазмы. Система уравнений (3) — (11) с помощью несложных преобразований была приведена к системе пяти дифференциальных безразмерных уравнений первого порядка, удобной для машинного решения. Чис-

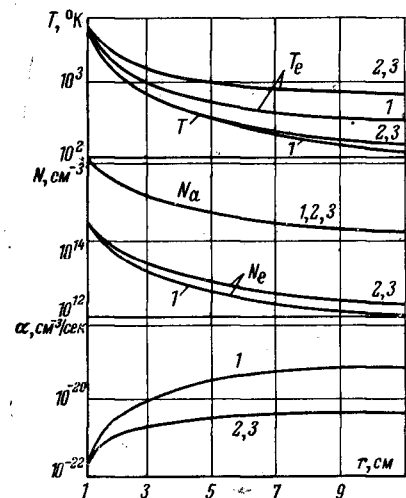


Рис. 1. Коэффициент рекомбинации, температура и концентрация частиц в сверхзвуковом источнике:

1 — плазма, оптически тонкая для всех видов излучения; 2 — плазма, оптически тонкая для всех видов излучения, кроме линии L_{α} ; 3 — плазма, оптически толстая для всех видов излучения

ленное интегрирование выполнялось на ЦВМ «Урал-1» методом Рунге — Кутты с переменным шагом. Были выбраны следующие исходные данные: $r_0 = 1 \text{ см}$, $N_{e0} = N_{i0} = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $N_{\alpha 0} = 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $T_{e0} = 5 \cdot 10^3 \text{ К}$, $T_0 = 4,5 \cdot 10^3 \text{ К}$, $u_0 = 10^6 \text{ см/сек}$.

Начальные значения T_e и T выбирались из условий баланса

$$Q = I^* \alpha N_e^2.$$

На рис. 1 представлены результаты расчета T_e , T , N_e , N_{α} и α для области течения $1 \leq r \leq 10 \text{ см}$. Значения параметров для оптически толстой плазмы (случай 3) практически не отличаются от таковых для плазмы, оптически толстой только в линии L_{α} (случай 2). Сравнение результатов для случаев 1 и 2, 3 показывает, что реабсорбция излучения приводит к увеличению T_e , N_e и степени ионизации, а также к уменьшению коэффициента рекомбинации. Последнее объясняется сильной температурной зависимостью $\alpha \sim T^{-9/2}$. При больших r коэффициент рекомбинации меняется слабо. Резкий рост α вблизи начальной поверхности связан с принятым значением температуры электронов T_e , которое, вообще говоря, определяется предьсторией потока. При реальном расширении плазмы следует ожидать меньших градиентов α при $r \simeq 1 \text{ см}$.

Концентрации возбужденных атомов. Концентрации атомов водорода, находящихся в различных возбужденных состояниях, рассчитаны как функции T_e и N_e в [8, 10, 11]. На рис. 2, 3 приведены заселенности N_k ряда нижних возбужденных состояний, отнесенные к статистическим весам g_k , вычисленные по данным [8] и полученным нами значениям T_e и N_e для различных r .

Верхние возбужденные состояния ($k \geq 5-6$) находятся в равновесии между собой и с электронным континуумом. В случае оптически тонкой

плазмы почти во всем поле течения существует инверсная заселенность верхних уровней по отношению ко второму, а начиная с $r \approx 3-4$ см — и к третьему уровню. Для плазмы, оптически толстой в линии L_{α} , заселенность второго уровня возрастает до $10^{12} - 10^{13}$ см $^{-3}$ (см. ниже). Поэтому об инверсии по отношению ко второму уровню в слабо ионизован-

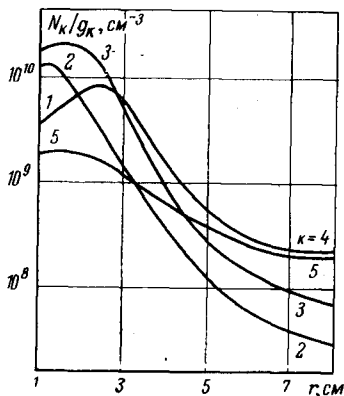


Рис. 2. Заселенность уровней в источнике, оптически тонком для всех видов излучения

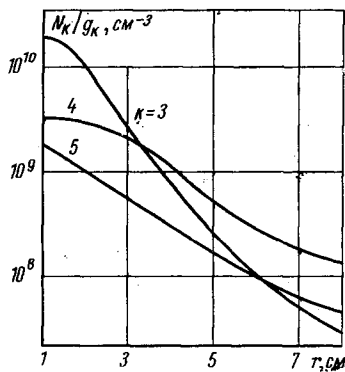


Рис. 3. Заселенность уровней в источнике, оптически тонком для всех видов излучения, кроме линии L_{α}

ной плазме с заметной оптической толщиной не может быть речи. На заселенностях N_3 и N_4 реабсорбция L_{α} практически не сказывается, если T_e не превышает соответственно 2000 и 4000° К. Начиная с $r \approx 3$ см, возникает инверсия для пары уровней 4—3, а начиная с $r \approx 7$ см — для пары уровней 5—3.

Коэффициент усиления излучения и влияние реабсорбции. Коэффициент усиления излучения при инверсной заселенности уровней рассчитывается по формуле

$$\kappa_{kl} = \frac{1}{4\pi^2} s(\lambda) \lambda_{kl}^2 g_h A_{hl} \left(\frac{N_h}{g_h} - \frac{N_l}{g_l} \right). \quad (12)$$

Для доплеровского контура $s(\lambda) = \sqrt{\pi} \ln 2 \lambda^2 / c \Delta\lambda$.

Для штарковского контура $s(\lambda) = \lambda^2 / \pi c \Delta\lambda$,

где $s(\lambda)$ — коэффициент формы спектральной линии, A_{hl} — вероятность спонтанного перехода.

Для рассматриваемого источника полуширина линий $\Delta\lambda$ находится в пределах от 0,2 до 2,5 Å, причем контур линии H_{α} практически полностью определяется эффектом Доплера, а для переходов с четвертого и пятого уровней при $r \lesssim 2-3$ см преобладает штарковское уширение.

Коэффициенты усиления для оптически тонкой плазмы и плазмы, реабсорбирующей только линию L_{α} , приведены на рис. 4. Для переходов 4—3 ($\lambda = 1,88$ мк) и 3—2 ($\lambda = 0,65$ мк) в случае оптически тонкой плазмы коэффициент усиления достаточно велик. Уже при толщине излучающего слоя 1—3 см достигается усиление порядка 3%, достаточное для компенсации концевых потерь в резонаторе. Значительное усиление достигается также для перехода 4—2 (H_{β}), а в плазме, оптически толстой для L_{α} , — для перехода 4—3.

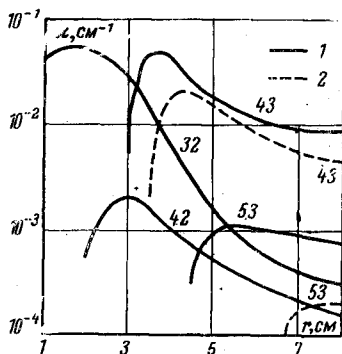


Рис. 4. Изменение коэффициента усиления вдоль радиуса источника

Реабсорбция излучения, возникающая при переходах на второй уровень, мало сказывается на значениях N_e и T_e , однако может существенно уменьшить инверсию.

Оценим оптическую толщину плазмы источника в линиях L_α и H_α . Значительная реабсорбция линий с доплеровским контуром в слое толщиной x происходит при условии, что

$$k(L_\alpha) = 6 \cdot 10^{-12} T_e^{-1/2} N_1 x > 1, \quad k(H_\alpha) = 5 \cdot 10^{-11} T_e^{-1/2} N_2 x > 1.$$

Принимая, что излучение покидает источник в радиальном направлении, для точки с координатой r получим условия

$$k(L_\alpha) \simeq 10^{-13} N_1(r) r > 1, \quad k(H_\alpha) \simeq 10^{-12} N_2(r) r > 1.$$

Численный анализ показывает, что по всему полю течения $k(L_\alpha) \gg 1$, резонансное излучение полностью заперто и оптически тонкая плазма не реализуется. Скорость заселения второго уровня можно оценить по формуле

$$dN_2 / dt = \alpha N_e^2 - R N_e N_2$$

(значения коэффициента R приведены в [8]). Уже на расстоянии порядка 0,1 см от исходной поверхности N_2 достигает 10^{13} см^{-3} и далее уменьшается довольно медленно. Поэтому $k(H_\alpha) > 1$, линия H_α реабсорбируется в значительной части источника и заселенность N_3 может заметно возрасти.

Более точное определение концентраций возбужденных атомов, инверсии и коэффициентов усиления требует решения задачи о переносе излучения в источнике.

Ленинградский государственный
педагогический институт
им. А. И. Герцена

Поступила в редакцию
22 IV 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Гудзенко, Л. А. Шелепин. Докл. АН СССР, **160**, 1296, 1965.
2. A. Hertzberg, J. Hurler. Phys. Fluids, **8**, 1601, 1965.
3. Н. Г. Васов, А. Н. Ораевский, В. А. Шеглов. Ж. техн. физ., **37**, 339, 1967.
4. Л. И. Гудзенко, С. С. Филиппов, Л. А. Шелепин. Ж. эксперим. и теор. физ., **51**, 1115, 1966.
5. В. М. Гольдфарб, Е. В. Ильина, И. Е. Костыгова, Г. А. Лукьянов, В. А. Силантьев. Оптика и спектроскопия, **20**, 1085, 1966.
6. В. М. Гольдфарб, Г. А. Лукьянов. Ж. техн. физ., **38**, № 10, 1969.
7. Р. А. Гросс, К. Л. Айзен. Сб. Ионные, плазменные и дуговые ракетные двигатели. Госатомиздат, 1961.
8. D. R. Bates, A. E. Kingston, R. W. P. McWhirter. Proc. Roy. Soc., **A267**, 297, 1962; **A270**, 152, 1962.
9. И. М. Кузнецов, Ю. П. Райзер. ПМТФ, № 4, 10, 1965.
10. H. W. Drawin. Ann. Physik, **14**, 262, 1964.
11. Б. Ф. Гордиец, Л. И. Гудзенко, Л. А. Шелепин. Препринт № 29, оптическая лаборатория ФИАН, 1967.