

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

П. Н. Вабищевич, Л. М. Дегтярёв, Ю. Ю. Пошехонов, Численное решение прямой и обратной задач МГД-равновесия с поверхностным током, *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, 1980, том 20, номер 2, 491–500

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.89

23 марта 2025 г., 11:18:29



УДК 519.6:517.958

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧ
МГД-РАВНОВЕСИЯ С ПОВЕРХНОСТНЫМ ТОКОМ

П. Н. ВАБИЩЕВИЧ, Л. М. ДЕГТЯРЁВ, Ю. Ю. ПОШЕХОНОВ

(Москва)

Рассматриваются прямая и обратная задачи МГД-равновесия в приближении поверхностного тока. Прямая задача решается методом обращения переменных. Обратная задача решается разностными методами. Приведены примеры численного решения прямой и обратной задач.

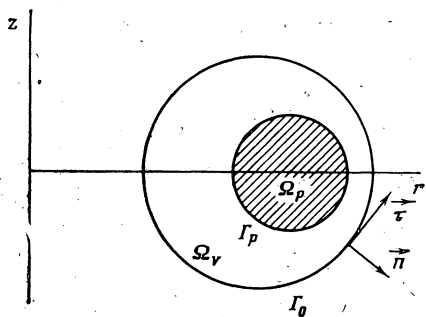
§ 1. Введение

Исследование свойств высокотемпературной плазмы в установках токамак начинается с изучения возможных равновесных состояний плазменного шнура и топологии магнитного поля. Задача МГД-равновесия сводится к краевой задаче для квазилинейного уравнения эллиптического типа с правой частью, определяемой плотностью продольного электрического тока в плазме. Численному решению этой задачи, которую будем называть прямой задачей МГД-равновесия, посвящено большое количество работ, из которых отметим обзоры [1, 2]. Обычно рассматриваются две математические модели равновесия плазменного шнура: с закрепленной границей, когда плазма касается идеально проводящей стенки (кожуха), и со свободной границей, когда между плазменным шнуром и кожухом имеется вакуумный промежуток. В последнем случае граница плазмы — вакуум неизвестна, а правая часть в уравнении равновесия разрывна. Эллиптическое уравнение, описывающее равновесие, как правило, решается при заданных правых частях, выбор которых обусловлен качественными соображениями и в значительной степени произволен.

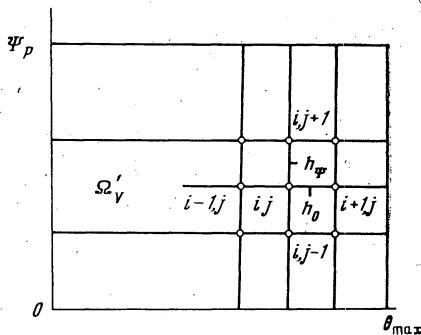
В [3] ставится обратная задача МГД-равновесия, которая состоит в том, чтобы по известному равновесному магнитному полю в области вне плазмы определить поле во всей области внутри кожуха, в том числе и внутри плазменного шнура. Эту задачу, в свою очередь, можно разделить на две самостоятельные задачи. Первая состоит в «продолжении» равновесного поля на весь вакуумный промежуток и в построении границы плазменного шнура. Она сводится к задаче Коши для однородного уравнения равновесия. Целью второй задачи является отыскание правой части уравнения равновесия (плотности продольного электрического тока в плазме) по некоторой дополнительной информации на границе плазмы.

В настоящей работе прямая и обратная задачи МГД-равновесия для аксиально-симметричных плазменных конфигураций обсуждаются в при-

ближении поверхностного тока. Предполагается, что электрический ток в плазме сосредоточен на ее границе, положение которой неизвестно. В § 2, 3 обсуждается прямая задача равновесия с поверхностным током и метод ее решения. Такая задача численно решалась в [4, 5] методом, основанным на минимизации соответствующего функционала. В настоящей работе для численного решения прямой задачи использован вариант метода обращения переменных [7] — метод неортогональных координат [6]. Из достоинств этого метода отметим следующие. Задача в обращенных переменных решается в заданной прямоугольной области, и тем самым проб-



Фиг. 1



Фиг. 2

лема свободной границы в таких координатах снимается. Результатом численного решения является топология равновесного магнитного поля, что исключает построение магнитных поверхностей при исследовании устойчивости полученных равновесных конфигураций. Кроме того, здесь привлекательна возможность алгоритмически реализуемого обобщения метода на задачи с объемным током [7].

Обратной задаче МГД-равновесия посвящен § 4. Равновесное магнитное поле, которое предполагается известным на кожухе, «продолжается» до границы плазмы. Здесь более удобно использовать ортогональные обращенные переменные. Возникающая при этом задача Коши для системы типа Коши — Римана решается по явной разностной схеме. Такой алгоритм, как показано в [8], является регуляризирующим по А. Н. Тихонову. Далее предлагается простейший алгоритм определения некоторых характеристик плазмы, таких, как, например, давление.

В § 5 приведен пример расчета равновесия в кожухе сложной формы, а также сравнение результатов решения прямой и обратной задач равновесия плазмы в кожухе кругового сечения. Здесь для задания начальных условий, необходимых при решении обратной задачи, используется результат численного решения прямой задачи.

§ 2. Формулировка прямой задачи в потоковых координатах

Пусть плазма с постоянным давлением p занимает область Ω_p с границей плазма — вакуум Γ_p (фиг. 1). В вакуумной области Ω_v равновесие в аксиально-симметричной плазменной конфигурации описывается одно-

родным уравнением равновесия для функции потока Ψ :

$$(1) \quad \Delta^* \Psi = r \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = 0, \quad (r, z) \in \Omega_v.$$

Функция потока Ψ определена с точностью до постоянного слагаемого и принимает постоянные значения на Γ_0 и Γ_p . Положим,

$$(2) \quad \Psi = 0, \quad (r, z) \in \Gamma_0, \quad \Psi = \Psi_p, \quad (r, z) \in \Gamma_p.$$

В задаче (1), (2) граница Γ_p неизвестна. Поэтому к (2) необходимо добавить еще одно краевое условие на свободной границе Γ_p . Это условие вытекает из баланса полных (газодинамических и магнитных) давлений на Γ_p :

$$(3) \quad B_0^2 / 2 = p + B_p^2 / 2,$$

B_0, B_p — магнитные поля в вакуумной и плазменной областях соответственно. В вакуумной области Ω_v

$$(4) \quad B_0^2 = \frac{1}{r^2} |\nabla \Psi|^2 + \frac{1}{r^2} f_0^2,$$

внутри плазменного шнура

$$(5) \quad B_p^2 = \frac{1}{r^2} f_p^2$$

(f_0, f_p — постоянные параметры). Таким образом, (3) с учетом (5), (6) дает второе граничное условие на Γ_p :

$$(6) \quad |\nabla \Psi|^2 = 2pr^2 + (f_p^2 - f_0^2).$$

Величина f_p определяется заданным потоком Φ продольного магнитного поля в плазменном шнуре Ω_p :

$$(7) \quad f_p = \Phi \left(\int_{\Omega_p} \frac{1}{r} ds \right)^{-1},$$

f_0 задается.

Таким образом, (1), (2), (4) — (7) полностью определяют постановку задачи о равновесии плазменного шнура с поверхностным током внутри идеально проводящего кожуха Γ_0 . Она содержит четыре параметра p, Ψ_p, Φ, f_0 .

Сформулируем поставленную задачу в естественных для нее координатах. В качестве одной независимой переменной выберем функцию потока Ψ , т. е. решение исходной задачи, а в качестве другой — некоторую вспомогательную функцию θ , которую можно вводить несколькими способами. Потребуем, чтобы θ удовлетворяла исходному уравнению (1):

$$(8) \quad \Delta^* \theta = 0, \quad (r, z) \in \Omega_v.$$

В дальнейшем координаты (Ψ, θ) будем называть потоковыми. На границе Γ_0 функцию θ зададим монотонно возрастающей (или убывающей)

при обходе Γ_0 (т. е. θ является аналогом угловой переменной в полярной системе координат на плоскости (r, z)).

Реализуем в уравнениях (1) и (8) переход от координат (r, z) к поточковым координатам (Ψ, θ) (такая замена осуществляет преобразование, известное в гидродинамике как преобразование годографа).

Для первых производных имеют место равенства

$$(9) \quad \Psi_r = J^{-1} z_\theta, \quad \Psi_z = -J^{-1} r_\theta, \quad \theta_r = -J^{-1} z_\Psi, \quad \theta_z = J^{-1} r_\Psi;$$

здесь $J = r_\Psi z_\theta - r_\theta z_\Psi$ — якобиан преобразования. Нетрудно получить также выражение для вторых производных от Ψ, θ по r и z . Так,

$$(10) \quad \Psi_{rr} = -J^{-2} [\Psi_r (r_{\Psi\Psi} z_\theta^2 - 2r_{\Psi\theta} z_\Psi z_\theta + r_{\theta\theta} z_\Psi^2) + \\ + \Psi_z (z_{\Psi\Psi} z_\theta^2 - 2z_{\Psi\theta} z_\Psi z_\theta + z_{\theta\theta} z_\Psi^2)],$$

вторая производная Ψ_{zz} получается заменой в (10) r на z , а производные θ_{rr} и θ_{zz} — заменой Ψ на θ . Используя (9), а также выражения для вторых производных, уравнения (1) и (9) приводим к виду

$$(11) \quad Lr + J^2/r = 0, \quad Lz = 0;$$

здесь $Lu = \alpha u_{\Psi\Psi} - 2\beta u_{\Psi\theta} + \gamma u_{\theta\theta}$, $\alpha = (r_\theta^2 + z_\theta^2)$, $\beta = r_\Psi r_\theta + z_\Psi z_\theta$, $\gamma = r_\Psi^2 + z_\Psi^2$. Заметим, что уравнения (11), в отличие от исходных (1) и (8), нелинейны и удовлетворяют условию эллиптичности

$$\alpha\gamma - \beta^2 = (r_\Psi z_\theta - r_\theta z_\Psi)^2 = J^2 > 0.$$

Двухсвязная вакуумная область Ω_V отображается на прямоугольник $\Omega_V' = \{[0, \Psi_p] \times [0, \theta_{\max}]\}$ в плоскости (Ψ, θ) (см. фиг. 2).

Остановимся на граничных условиях для (11).

Поскольку координаты границы Γ_0 (кожуха) заданы явным образом, а функция θ выбрана здесь монотонной, то при $\Psi = 0$ неизвестные функции $r(\Psi, \theta)$, $z(\Psi, \theta)$ должны удовлетворять краевым условиям I рода

$$(12) \quad r(0, \theta) = r_0(\theta), \quad z(0, \theta) = z_0(\theta).$$

Для $\Psi > 0$ по переменной θ выполняются условия периодичности с периодом θ_{\max} :

$$(13) \quad r(\Psi, \theta) = r(\Psi, \theta + \theta_{\max}), \quad z(\Psi, \theta) = z(\Psi, \theta + \theta_{\max}).$$

На неизвестной границе Γ_p , которая отображается в отрезок прямой $\Psi = \Psi_p$, выполнено условие (6), принимающее в переменных (Ψ, θ) форму

$$(14) \quad r_\Psi^2 + z_\Psi^2 - (r_\Psi r_\theta + z_\Psi z_\theta)^2 / (r_\theta^2 + z_\theta^2) = (2pr^2 + f_p^2 - f_0^2)^{-1}.$$

Кроме того, будем считать, что здесь выполнено также второе условие — условие ортогональности Ψ и θ :

$$(15) \quad r_\Psi r_\theta + z_\Psi z_\theta = 0.$$

Уравнения (14), (15) удобно разрешить относительно r_Ψ , z_Ψ и записать в виде равенств

$$(16) \quad r_\Psi = z_0 [J(2pr^2 + f_p^2 - f_0^2)]^{-1}, \quad z_\Psi = -r_0 [J(2pr^2 + f_p^2 - f_0^2)]^{-1},$$

которые являются краевыми условиями для (11) при $\Psi = \Psi_p$.

§ 3. Вычислительный алгоритм прямой задачи

В § 2 исходная задача (1), (2), (6) сформулирована в потоковых координатах (Ψ, θ) в виде двух эллиптических уравнений (11) с краевыми условиями (12), (13), (16). В такой формулировке она не содержит неизвестной границы и ее решение определено в прямоугольнике Ω_V' . Эти обстоятельства с точки зрения построения вычислительного алгоритма потоковую формулировку делают более предпочтительной.

Остановимся на некоторых моментах, связанных с численной реализацией (11) — (13), (16). В области Ω_V' введем равномерную по каждому направлению сетку:

$$\omega_h = \begin{cases} \theta_i = ih_\theta, & i=0, 1, \dots, N-1, & h_\theta = \theta_{\max}/N, \\ \Psi_j = jh_\Psi, & j=0, 1, \dots, M, & h_\Psi = \Psi_p/M. \end{cases}$$

На этой сетке уравнения для координат (11) аппроксимируем разностными уравнениями:

$$(11') \quad \Delta r + \frac{I^2}{r} = ar_{\Psi\Psi} - 2br_{\Psi\theta} + gr_{\theta\theta} + \frac{I^2}{r} = 0,$$

$$\Delta z = az_{\Psi\Psi} - 2bz_{\Psi\theta} + gz_{\theta\theta} = 0.$$

Коэффициенты α , β , γ , J во внутренних узлах аппроксимируем центральными разностями:

$$\begin{aligned} \alpha \sim a &= r_\theta^2 + z_\theta^2, & \beta \sim b &= r_\Psi r_\theta + z_\Psi z_\theta, \\ \gamma \sim g &= r_\Psi^2 + z_\Psi^2, & J \sim I &= r_\Psi z_\theta - r_\theta z_\Psi. \end{aligned}$$

На участке границы Γ_p' первые производные по Ψ в коэффициентах α , β , γ , J и смешанных производных уравнений аппроксимируются соответствующими односторонними разностями. Краевые условия (16) рассматриваются как краевые условия II рода и аппроксимированы с помощью уравнений с порядком $O(h_\Psi^2)$:

$$(16') \quad \begin{aligned} a \frac{s - r_\Psi}{h_\Psi/2} - 2br_{\Psi\theta} + gr_{\theta\theta} + \frac{I^2}{r} &= 0, \\ a \frac{t - z_\Psi}{h_\Psi/2} - 2bz_{\Psi\theta} + gz_{\theta\theta} &= 0, \\ s = z_\theta/q, & \quad t = -r_\theta/q, & \quad q = I(2pr^2 + f_p^2 - f_0^2). \end{aligned}$$

Для решения разностной краевой задачи (11'), (12), (13), (16') использована продольно-поперечная схема с постоянным параметром [9]. При

обращении оператора, содержащего вторые разности по переменной θ , применена циклическая прогонка. В итерационном цикле коэффициенты a, b, g, I и смешанные производные уравнений (11'), а также правые части s, t краевых условий (16') берутся с предыдущей итерации.

§ 4. Постановка и решение обратной задачи

Обратимся к обратной задаче МГД-равновесия с поверхностным током. Остановимся на «продолжении» равновесного магнитного поля, известного на кожухе Γ_0 , в вакуумную область Ω_v . Эта задача эквивалентна следующей задаче Коши для однородного уравнения равновесия:

$$(17) \quad \Delta^* \Psi = 0, \quad (r, z) \in \Omega_v,$$

$$(18) \quad \Psi = 0, \quad (r, z) \in \Gamma_0,$$

$$(19) \quad \frac{\partial \Psi}{\partial n} = F(r, z), \quad (r, z) \in \Gamma_0.$$

Граница плазма — вакуум определяется линией уровня $\Psi = \Psi_p$:

$$\Gamma_p = \{(r, z) \mid \Psi = \Psi_p\}.$$

Задачу (17) — (19), так же как и прямую задачу, сформулируем в поточковых координатах. Здесь удобно воспользоваться ортогональными поточковыми координатами (Ψ, η) :

$$(20) \quad \Psi_r \eta_r + \Psi_z \eta_z = 0, \quad (r, z) \in \Omega_v.$$

Из уравнений (17) и (20) следует

$$(21) \quad r r_\Psi = z \eta, \quad r z_\Psi = -r \eta.$$

Такое преобразование переменных переводит вакуумную область Ω_v в прямоугольник $\Omega_v'' = \{[0, \Psi_p] \times [0, \eta_{\max}]\}$. Заметим, что здесь величина η_{\max} неизвестна, а переменная η не может быть задана произвольным образом на Γ_0 . Действительно, из (21) следует, что

$$(22) \quad \frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial n}, \quad (r, z) \in \Gamma_0;$$

здесь $\partial / \partial \tau$ — производная по касательной к Γ_0 при обходе контура в положительном направлении, n — внешняя нормаль. Учитывая начальное условие (19), из последнего равенства с точностью до постоянной находим η на Γ_0 :

$$(23) \quad \eta(r, z) = \int_{(r_1, z_1)}^{(r, z)} \frac{1}{r'} F(r', z') d\tau, \quad (r', z') \in \Gamma_0,$$

где (r_1, z_1) — произвольная точка и $d\tau$ — элемент дуги контура Γ_0 . Так как координаты Γ_0 известны, то, определив $\eta(\tau)$ из (23) для неизвестных $r(\Psi, \eta)$, $z(\Psi, \eta)$, зададим начальные условия при $\Psi = 0$, удовлетворяю-

щие системе уравнений (21):

$$(24) \quad r(0, \eta) = r_0(\eta), \quad z(0, \eta) = z_0(\eta).$$

Отсюда следует, что Ψ и η удовлетворяют условию ортогональности (20) на Γ . Потребовав дополнительно, чтобы решение (21) удовлетворяло условию периодичности

$$(25) \quad r(\Psi, \eta) = r(\Psi, \eta + \eta_{\max}), \quad z(\Psi, \eta) = z(\Psi, \eta + \eta_{\max}),$$

заменяем исходную задачу Коши (17) – (19) задачей (21), (24), (25) в потоковых координатах. Остановимся на ее численном решении. Как и для прямой задачи в Ω_V'' , введем разностную сетку

$$\omega_h = \begin{cases} \eta_i = \eta_{i-1} + h_{\eta_i}, & i=1, 2, \dots, N-1, \quad \eta_0=0, \quad \eta_N=\eta_{\max}, \\ \Psi_j = \Psi_{j-1} + h_{\Psi_j}, & j=1, 2, \dots, M, \quad \Psi_0=0, \quad \Psi_M=\Psi_p. \end{cases}$$

Из (23) находим значение переменной η на контуре Γ_0 :

$$h_{\eta, i+1} = \frac{1}{\bar{r}_{i0}} \bar{F}_i \delta \tau_i,$$

где $\bar{r}_{ij} = 0.5(r_{i+1, j} + r_{ij})$, $\bar{F}_i = 0.5(F_{i+1} + F_i)$, $\delta \tau_i = [(r_{i+1, 0} - r_{i0})^2 + (z_{i+1, 0} - z_{i0})^2]^{0.5}$. Систему уравнений (21) аппроксимируем следующей нелинейной явной разностной схемой второго порядка аппроксимации:

$$\begin{aligned} 0.5 \frac{r_{i,j+1}^2 - r_{ij}^2}{h_{\Psi, j+1}} &= \frac{z_{i+1, j} - z_{ij}}{h_{1i}} + \frac{z_{ij} - z_{i-1, j}}{h_{1, i+1}} - \\ &- \left[\frac{1}{h_{2, i+1}} \ln \frac{r_{i+1, j}}{r_{ij}} - \frac{1}{h_{2i}} \ln \frac{r_{ij}}{r_{i-1, j}} \right], \\ \frac{z_{i, j+1} - z_{ii}}{h_{\Psi, i+1}} &= - \left[\frac{1}{h_{1i}} \ln \frac{r_{i+1, j}}{r_{ij}} + \frac{1}{h_{1, i+1}} \ln \frac{r_{ij}}{r_{i-1, j}} \right] - \\ &- \left[\frac{z_{i+1, j} - z_{ij}}{h_{2, i+1}} - \frac{z_{ij} - z_{i-1, j}}{h_{2i}} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{1i} &= \frac{h_{\eta_i}^2}{h_{\eta_i} h_{\eta, i+1} (h_{\eta_i} + h_{\eta, i+1})}, & h_{1, i+1} &= \frac{h_{\eta, i+1}^2}{h_{\eta_i} h_{\eta, i+1} (h_{\eta_i} + h_{\eta, i+1})}, \\ h_{2i} &= \frac{h_{\Psi, j+1}}{h_{\eta_i} (h_{\eta_i} + h_{\eta, i+1})}, & h_{2, i+1} &= \frac{h_{\Psi, j+1}}{h_{\eta, i+1} (h_{\eta_i} + h_{\eta, i+1})}. \end{aligned}$$

Решение $r(\Psi, \eta)$, $z(\Psi, \eta)$ в Ω_V'' дает топологию равновесного магнитного поля в вакуумной области Ω_V , а линия уровня $\Psi = \Psi_p$ – границу плазменного шнура Γ_p .

Далее можно поставить вопрос об определении параметров плазмы в Ω_p . В модели с поверхностным током – это давление плазмы p и постоянная f_p продольного магнитного поля $B_p = f_p / r$ при заданном магнитном

доле $B_0 = f_0 / r$ в Ω_V . Напомним, что на Γ_p имеет место баланс давлений (6):

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial n} \right)^2 = \alpha_0 r^2 + \beta_0, \quad \alpha_0 = 2p, \quad \beta_0 = f_p^2 - f_0^2.$$

Значение $\partial \Psi / \partial n$ на Γ_p найдено с некоторой погрешностью, так что (24), вообще говоря, не имеет места. Необходимо по приближенному значению $\delta \Psi / \delta n \approx \partial \Psi / \partial n$ на Γ_p найти параметры α_0 и β_0 . Естественно их находить из условия минимума функционала

$$(26) \quad W = \int_0^{\eta_{\max}} \left[\left(\frac{\delta \Psi}{\delta n} \right)^2 - (\alpha_0 r^2 + \beta_0) \right]^2 d\eta, \quad \Psi = \Psi_p.$$

Требование $\partial W / \partial \alpha_0 = 0$, $\partial W / \partial \beta_0 = 0$ приводит к

$$(27) \quad \alpha_0 = (I_1 J_1 - \eta_{\max} I_2) / \Delta, \quad \beta_0 = (I_2 J_1 - I_1 J_2) / \Delta, \quad \Delta = J_1^2 - \eta_{\max} J_2,$$

$$I_1 = \int_0^{\eta_{\max}} \left(\frac{\delta \Psi}{\delta n} \right)^2 d\eta, \quad I_2 = \int_0^{\eta_{\max}} \left(\frac{\delta \Psi}{\delta n} \right)^2 r^2 d\eta,$$

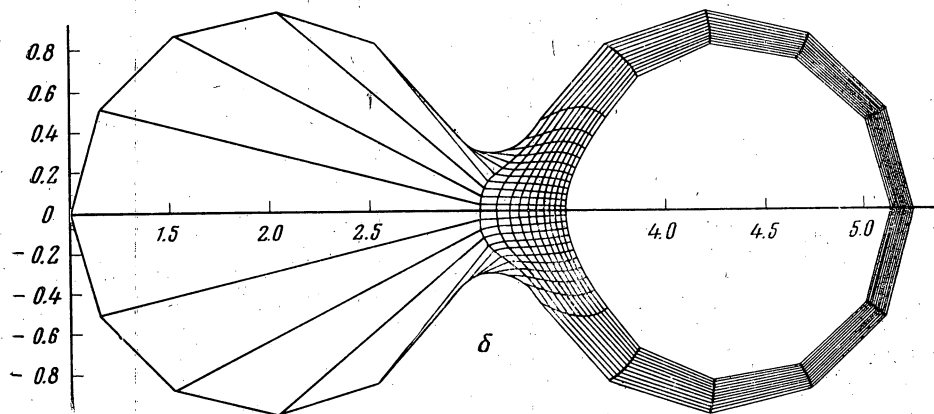
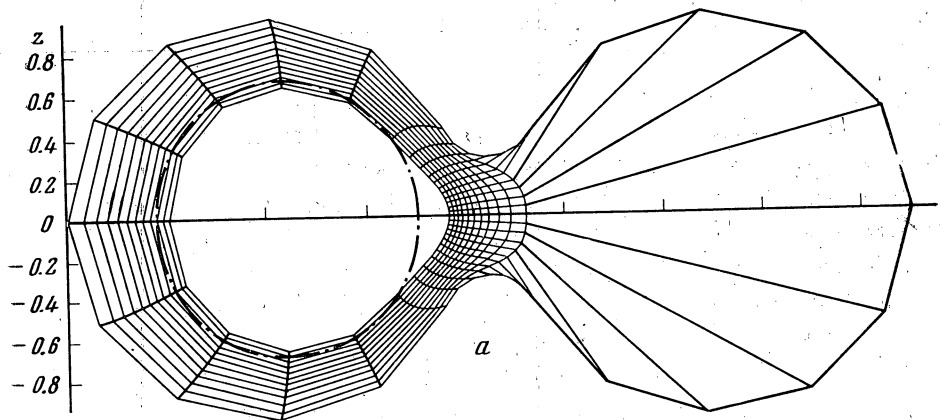
$$J_1 = \int_0^{\eta_{\max}} r^2 d\eta, \quad J_2 = \int_0^{\eta_{\max}} r^4 d\eta.$$

Заметим, что, минимизируя функционал (26) по Ψ , α_0 , β_0 , дополнительно к α_0 , β_0 можно найти значение $\Psi = \Psi_p$ (если оно неизвестно), т. е. границу плазменного шнура.

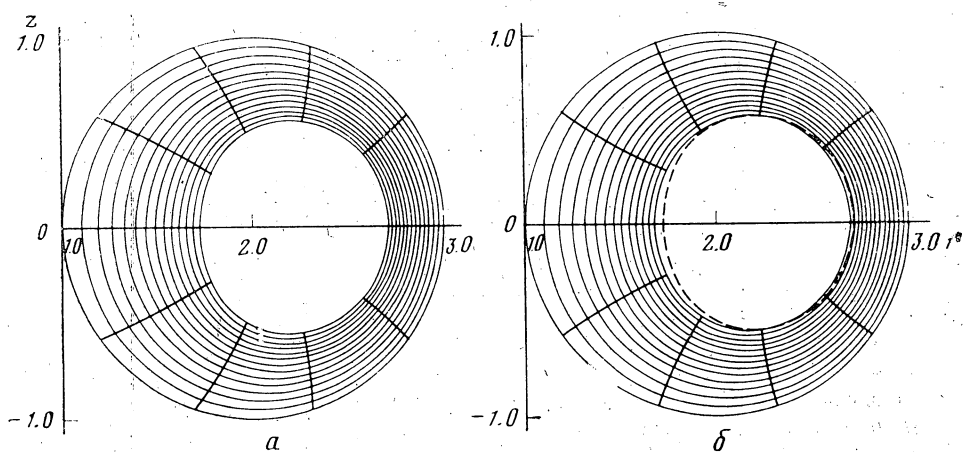
§ 5. Примеры расчетов

Предложенный в § 2, 3 алгоритм решения прямой задачи был применен к расчету равновесия плазмы в двухкамерном кожухе (см. фиг. 3) [6]. Задача эволюции плазменного шнура при повышении давления в кожухе такой формы возникает в связи с рассмотрением различных возможностей очистки рабочей камеры токамака от плазмы после протекания в ней реакции. На фиг. 3 показано, что увеличение давления выталкивает плазменный шнур из рабочей камеры. Штрихпунктирная линия соответствует границе плазмы для однокамерного кожуха. Здесь использована сетка с $N=31$, $M=11$, равномерная по θ и Ψ при $\theta_{\max}=1$, $\Psi_p=1$. На фиг. 4, а приведен пример решения прямой задачи равновесия в круговом кожухе на равномерной по каждому направлению сетке с $N=M=39$, $\theta_{\max}=1$, $\Psi_p=1$, $p=2$, $f_0=10$, $\Phi=5$. На фиг. 4, б дан результат решения обратной задачи, для которой начальное условие (19) рассчитано по полученному численному решению прямой задачи. Нормальная производная $\partial \Psi / \partial n$ на Γ_0 по известным координатам r_{i0} , z_{i0} , r_{i1} , z_{i1} магнитных поверхностей $\Psi_0=0$, $\Psi_1=h_\Psi$ определена следующим образом:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial n} \approx \frac{h_\Psi}{2S_i} [(r_{i+1,0} - r_{i-1,0})^2 + (z_{i+1,0} - z_{i-1,0})^2]^{0.5},$$

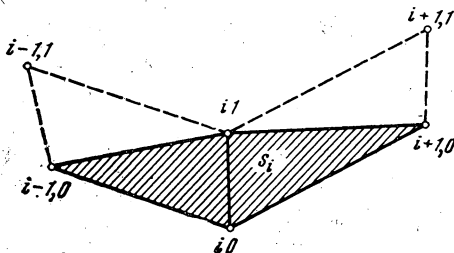


Фиг. 3 а - для $p=1$, $f_0=14$, $\Phi=10$; б - для $p=2.5$, $f_0=14$, $\Phi=10$



Фиг. 4

где S_i — площадь соответствующего четырехугольника (фиг. 5). Здесь для ортогональных координат (Ψ, η) также использована сетка с $N=M=39$, $\Psi_p=1$. Штриховой линией показана граница плазменного шнура в прямой задаче. Можно отметить хорошее совпадение решений прямой и обратной задач. Однако определение параметров α_0 и β_0 по формулам (27) дало несколько завышенное значение для α_0 и, следовательно, заниженное для β_0 . Тем не менее средние по всему контуру величины $\alpha_0 r^2 + \beta_0$ для



Фиг. 5

прямой и обратной задач отличаются незначительно. Поэтому использование дополнительной априорной информации, например $\beta_0=0$, значительно улучшает точность определения давления плазмы.

Приведенные примеры расчетов показывают эффективность предлагаемых методов решения как прямых, так и обратных задач МГД-равновесия с поверхностным током.

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность А. А. Самарскому и В. Д. Шафранову за постоянное внимание к работе и ценные обсуждения.

Поступила в редакцию 22.01.1979

Цитированная литература

1. B. McNamara. Equilibria of magnetically confined plasmas. In «Methods in Computational Phys.». Vol. 16. New York, Acad. Press, 1976, 211–252.
2. K. Lacner. Computational of ideal MHD equilibria. Comput. Phys. Commun, 1976, 12, № 1, 33–44.
3. П. Н. Вабищевич, Л. М. Дегтярёв. О численном решении обратной задачи МГД равновесия. Препринт ИПМ АН СССР, 1978, № 74.
4. O. Betancourt, P. Garabedian. Equilibrium and stability code for a diffuse plasma. Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 1976, 73, № 4, 984–987.
5. B. Steffen. A numerical method the evaluation of an equilibrium configuration of a toroidal pinch. J. Comput. Phys., 1978, 27, № 2, 180–191.
6. П. Н. Вабищевич и др. Эволюция равновесия тороидального плазменного шнура в кожухе сложной формы. Препринт ИПМ АН СССР, 1978, № 119.
7. П. Н. Вабищевич, Л. М. Дегтярёв, А. П. Фаворский. Метод обращения переменных в задачах МГД равновесия. Физ. плазмы, 1978, 4, № 5, 995–1000.
8. П. Н. Вабищевич. О решении задачи Коши для уравнения Лапласа в двухсвязной области. Докл. АН СССР, 1978, 241, № 6, 1257–1260.
9. А. А. Самарский. Теория разностных схем. М., «Наука», 1977.