



Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

E. V. Tyurikov, On an extended class of infinitesimal bendings of regular locally convex surfaces, *Vladikavkaz. Mat. Zh.*, 2005, Volume 7, Number 1, 61–66

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.88

February 9, 2025, 15:12:00



УДК 513.03+517.944

ОБ ОДНОМ РАСШИРЕННОМ КЛАССЕ БЕСКОНЕЧНО МАЛЫХ ИЗГИБАНИЙ РЕГУЛЯРНЫХ ЛОКАЛЬНО ВЫПУКЛЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Е. В. Тюриков

В работе предлагается достаточно естественное (как с геометрической, так и с аналитической точек зрения) расширение класса бесконечно малых изгибов в рамках задачи об отыскании всех бесконечно малых изгибов регулярных локально выпуклых поверхностей при условии стационарности нормальной кривизны края. Установлен достаточный признак жесткости таких поверхностей в расширенном классе.

Теория бесконечно малых (б.м.) изгибов регулярных локально выпуклых поверхностей с краем традиционно рассматривает лишь непрерывные б.м. изгибы, что соответствует интуитивному представлению о б.м. изгибе как о непрерывной деформации поверхности. Класс регулярности б.м. изгиба определяется классом регулярности поверхности, а также классом регулярности решений соответствующей граничной задачи для одной из следующих эллиптических систем дифференциальных уравнений первого порядка на плоскости (см. [1]):

1. системы уравнений для компонентов поля смещений;
2. системы уравнений для контрвариантного тензора изгибов (или поля изгибов).

При этом из рассмотрения исключаются неограниченные решения, что вполне оправдано с геометрической точки зрения при построении б.м. изгибов с использованием решений системы 1, а при условии гладкости края — и решений системы 2. Ниже предлагается естественное в определенном смысле расширение класса непрерывных б.м. изгибов в рамках задачи об отыскании всех б.м. изгибов поверхности класса регулярности $W^{3,p}$, $p > 2$, с кусочно-гладким краем, совместимых с граничным условием вида $\mu_1 \delta k_n + \mu_2 \delta \tau_g = \sigma$, где μ_i ($i = 1, 2$), σ — заданные функции точек края, а δk_n и $\delta \tau_g$ — вариации нормальной кривизны и геодезического кручения соответственно. Для простоты ограничимся рассмотрением частного случая $\delta k_n = 0$.

1. Бесконечно малые изгибы класса $H(c_1, \dots, c_m)$. Формулировка основного результата

Пусть S — односвязная поверхность положительной кривизны в трехмерном евклидовом пространстве E^3 , принадлежащая классу регулярности $W^{3,p}$, $p > 2$. Через S_ν , $\nu = (\nu_1, \dots, \nu_n)$ обозначим односвязную поверхность, являющуюся строго внутренней частью поверхности S , с кусочно-гладким краем $L = \bigcup_{j=1}^n L_j$, состоящим из конечного числа

дуг L_j класса регулярности $C^{1,\tau}$, $0 < \tau < 1$, и содержащим n угловых точек c_j с внутренними углами $\nu_j\pi$, $0 < \nu_j < 2$, соответственно, образованными векторами $\bar{s}_j^{(1)}$, $\bar{s}_j^{(2)}$ с началом в точке c_j ($j = 1, \dots, n$) и задающими направления дуг, сходящихся в этой точке. В пространстве E^3 поверхность S задается уравнением в векторной форме $\bar{r} = \bar{r}(u^1, u^2)$, где (u^i) — сопряженно изометрическая система координат на поверхности. При этом с помощью параметризации (u^i) поверхность S_ν отображится на некоторую область D_θ , $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_n)$ плоскости (u^1, u^2) , ограниченную кусочно-гладкой кривой $\Gamma = \bigcup_{j=1}^n \Gamma_j$, содержащей угловые точки q_i с внутренними углами $\theta_j\pi$ ($0 < \theta_j < 2$, $j = 1, \dots, n$) соответственно. Если $g_{ij}du^i du^j$, $b_{ij}du^i du^j$ ($i, j = 1, 2$) — основные формы поверхности S , то следуя [1], систему б.м. изгибаний поверхности S_ν в вариациях δb_{ij} коэффициентов второй основной формы запишем в виде:

$$\partial_{\bar{\zeta}} w(\zeta) - \overline{B(\zeta)} w(\zeta) = 0, \quad \zeta \in D_\theta, \quad (1)$$

$\zeta = u^1 + iu^2$, $\partial_{\bar{\zeta}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right)$ — оператор комплексного дифференцирования, $w = \sqrt[4]{K}(\delta b_{11} + i\delta b_{22})$ — комплекснозначная функция напряжений, $K = (b_{11}b_{22} - b_{12}^2)(g_{11}g_{22} - g_{12}^2)^{-1}$, $B(\zeta)$ — вполне определенная поверхностью S_ν функция класса регулярности $L_p(D_\theta)$, $p > 2$. При этом, согласно [1] (см. гл. 2, § 6) набор $(\theta_1, \dots, \theta_n) = \omega(\nu_1, \dots, \nu_n)$ (или $\theta = \omega(\nu)$) вполне определен выбором точек c_j , направлений $\bar{s}_j^{(1)}$, $\bar{s}_j^{(2)}$ на поверхности S и соотношениями

$$\cos \nu_j \pi = \sqrt{k_j^{(2)}/k_j^{(1)}} \left(\cos \theta_j \pi - \frac{\tau_j^{(1)}}{\sqrt{K}} \sin \theta_j \pi \right), \quad \sin \nu_j \pi = \sqrt{k_j^{(1)}k_j^{(2)}/K} \cdot \sin \theta_j \pi,$$

($j = 1, \dots, n$), где $k_j^{(i)}$ — нормальная кривизна поверхности S в точке c_j в направлении $\bar{s}_j^{(i)}$, $\tau_j^{(1)}$ — геодезическая кривизна поверхности S в точке c_j в направлении $\bar{s}_j^{(1)}$ ($i = 1, 2$; $j = 1, \dots, n$). Внешняя связь $\delta k_n = 0$ при б.м. изгибании поверхности порождает для комплексного поля напряжений $w(\zeta)$ краевое условие

$$\operatorname{Re} \left\{ \left(\frac{d\zeta}{ds} \right)^2 w(\zeta) \right\} = 0, \quad \zeta \in \bigcup_{j=1}^n \Gamma_j, \quad (2)$$

$\frac{d\zeta}{ds} = s^1 + is^2$, s^1, s^2 — координаты касательного к Γ вектора \bar{s} . Задача (1), (2) есть задача Римана — Гильберта (задача R) с коэффициентом $\left(\frac{d\zeta}{ds} \right)^2$ граничного условия, имеющим разрывы 1-го рода в точках ζ_j ($j = 1, \dots, n$) комплексной плоскости $\zeta = u^1 + iu^2$ (или в точках q_i (u^1, u^2) -плоскости). Задача R рассматривалась ранее (см. [2]) в классе ограниченных решений при изучении непрерывных б.м. изгибаний поверхности S_ν . В дальнейшем мы будем следовать обозначениям, используемым в теории кусочно гёльдеровой задачи Римана — Гильберта для аналитических функций, а также в теории соответствующей задачи для обобщенных аналитических функций (см. [3, 4]). Пусть ζ_1, \dots, ζ_m ($1 \leq m \leq n$) — произвольно отмеченные точки из числа ζ_1, \dots, ζ_n . Введем в рассмотрение решение класса $h(\zeta_1, \dots, \zeta_m)$ задачи R , т.е. решение $w(\zeta)$, ограниченное в точках ζ_1, \dots, ζ_m и допускающее в $D_\theta \cap U(\zeta_j)$, где $U(\zeta_j)$ — некоторая окрестность точки ζ_j ($j = m+1, \dots, n$), оценку $|w(\zeta)| \leq A|\zeta - \zeta_j|^{-\alpha_j}$, $0 < \alpha_j < 1$, $A = \text{const}$, а величины α_j вполне определены коэффициентом граничного условия (2). Пусть c_1, \dots, c_m — произвольно отмеченные точки поверхности S_ν из числа c_1, \dots, c_n , а ζ_1, \dots, ζ_m ($1 \leq m \leq n$) — соответствующие им точки ζ_1, \dots, ζ_m комплексной плоскости ζ .

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Будем говорить, что поверхность S_ν допускает б. м. изгибание класса $H(c_1, \dots, c_m)$ ($1 \leq m \leq n$), если на $S_\nu \setminus \bigcup_{k=1}^m c_k$ определено поле изгибаний, порожденное решением класса $h(\zeta_{m+1}, \dots, \zeta_n)$ задачи R .

Для формулировки результата воспользуемся классификацией угловых точек поверхности S_ν , данной в [2]. Пусть ξ_j — фиксированное направление на поверхности S ($S_\nu \subset S$) в точке c_j , причем направление одной из двух дуг границы L , сходящихся в точке c_j , совпадает с направлением ξ_j ($j = 1, \dots, n$).

Пусть, далее, ξ_j^* — направление на S в точке c_j , сопряженное направлению ξ_j , а $\bar{s}_j^{(1)}$, $\bar{s}_j^{(2)}$ — введенные выше векторы на поверхности S , образующие внутренний угол $\nu_j\pi$ в точке c_j . Точку c_j назовем особенной точкой поверхности S_ν , если направление одного из векторов $\bar{s}_j^{(k)}$ ($k = 1, 2$) коллинеарно направлению ξ_j^* . Неособенную угловую точку c_j , для которой $0 < \nu_j < 1$, назовем выступом и отнесем ее к 1-му (2-му) типу, если сектор $s^{(j)}$ направлений, образованный векторами $s_j^{(1)}$, $s_j^{(2)}$ в точке c_j , не содержит (содержит) направление ξ_j^* . Точку c_j , для которой $1 < \nu_j < 2$, назовем впадиной и отнесем ее к 3-му (4-му) типу, если сектор $s^{(j)}$ содержит (не содержит) направление ξ_j^* . При этом каждая точка гладкости края формально может быть отнесена ко 2-му типу.

ЗАМЕЧАНИЕ 1. В силу свойств гомеоморфизма второй основной квадратичной формы поверхности ([1, гл. 2]) величинам ν_j , $1 \leq j \leq n$, в угловых точках, являющихся выступами и относящихся к 1-му (2-му) типу, в наборе $\theta = \omega(\nu)$ соответствуют величины θ_j , для которых $0 < \theta_j < 1/2$ (соответственно, $1/2 < \theta_j < 1$).

Точно так же, величинам ν_j , $1 \leq j \leq n$, в точках, являющихся впадинами и относящихся к 3-му (4-му) типу, в наборе $\omega(\nu)$ соответствуют величины θ_j , для которых $1 < \theta_j < 3/2$ ($3/2 < \theta_j < 2$).

Теорема. Пусть S_ν — заданная выше поверхность класса регулярности $W^{3,p}$, $p > 2\theta_0$, где $\theta_0 = \max\{1, \omega(\nu)\}$, край которой содержит $n^{(k)}$ неособенных угловых точек k -го типа соответственно ($1 \leq k \leq 4$; $\sum_{k=1}^4 n^{(k)} = n$), а c_1, \dots, c_m ($1 \leq m \leq n$) — произвольно отмеченные точки края из числа c_1, \dots, c_n . Если $n^{(1)} + m - 3 > n^{(3)} + 2n^{(4)}$, то поверхность S_ν при условии стационарности нормальной кривизны вдоль края ($\delta k_n = 0$) допускает точно $\ell = n^{(1)} + m - n^{(3)} - 2n^{(4)} - 3$ линейно независимых б. м. изгибаний класса $H(c_1, \dots, c_m)$, и является жесткой в классе $H(c_1, \dots, c_m)$, если $n^{(1)} + m - 3 \leq n^{(3)} + 2n^{(4)}$.

ЗАМЕЧАНИЕ 2. На основании выражения для функции напряжений можно допустить, что порождаемая соответствующим решением деформация класса $H(c_1, \dots, c_m)$ сопровождается «скручиванием» поверхности в окрестности угловых точек c_1, \dots, c_m .

2. Доказательство основного результата

Для доказательства теоремы нам понадобится вспомогательная конструкция. Рассмотрим следующую граничную задачу для уравнения (1):

$$\operatorname{Re}\{\bar{\lambda}(\zeta)w(\zeta)\} = 0, \quad \zeta \in \Gamma = \bigcup_{j=1}^n \Gamma_j, \quad (3)$$

$\lambda(\zeta) = \lambda_1(\zeta) + i\lambda_2(\zeta)$, $\lambda(\zeta)$ — гёльдерова на каждой из дуг Γ_j функция, имеющая разрывы 1-го рода в точках ζ_j ($j = 1, \dots, n$), $|\lambda(\zeta)| = 1$. При этом точки ζ_j и ζ_{j+1} есть начало и

конец дуги Γ_j ($j = 1, \dots, n-1$) соответственно, а концом дуги Γ_n является точка c_1 . Введем следующие обозначения: $\bar{\ell}_{(-j)}, \bar{\ell}_{(+j)}$ — предельные значения векторного поля $\bar{\ell} = \{\lambda_1(\zeta), \lambda_2(\zeta)\}$ в точке ζ_j , $\varphi_j = (\bar{\ell}_{(-j)}, \bar{\ell}_{(+j)})$ — величина угла между векторами $\bar{\ell}_{(-j)}$ и $\bar{\ell}_{(+j)}$, $-\pi \leq \varphi_j \leq \pi$; при этом отсчет производится от $\bar{\ell}_{(-j)}$ до $\bar{\ell}_{(+j)}$, а угол считается положительным, если отсчет ведется против часовой стрелки.

Пусть \mathcal{L} — множество векторных полей $\bar{\ell}$ на L , удовлетворяющих условиям:

1) Для любого поля $\bar{\ell} \in \mathcal{L}$ в точках гладкости угол φ между вектором $\bar{\ell}$ и вектором \bar{s} направленной касательной к L удовлетворяет условию $0 \leq \varphi \leq \pi$, а отсчет угла производится от $\bar{\ell}$ к \bar{s} против хода часов.

2) В угловых точках выполняются неравенства

$$0 \leq (\bar{\ell}_{(-j)}, \bar{s}_{(-j)}) \leq \pi, \quad 0 \leq (\bar{\ell}_{(+j)}, \bar{s}_{(+j)}) \leq \pi, \quad |\varphi_j| \neq \pi \quad (j = 1, \dots, n).$$

Через $\mathcal{L}_{r,q}$ (r, q — целые неотрицательные, $r+q = n$) обозначим подмножество множества \mathcal{L} векторных полей, для которых выполнены условия

$$\begin{aligned} 0 < \varphi_j < \pi, \quad j = i_1, \dots, i_r \quad (1 \leq i_r \leq n); \\ -\pi \leq \varphi_j \leq \pi, \quad j = k_1, \dots, k_q \quad (1 \leq k_q \leq n). \end{aligned}$$

Сведем задачу (1), (3) к случаю, когда область D_θ — единичный круг. Пусть $\zeta = \varphi(z)$ — конформное преобразование единичного круга G на область D_θ , в результате которого уравнение (1) и условие (3) принимают вид

$$\partial_{\bar{z}} w_0(z) + B_0(z) \overline{w_0(z)} = 0, \quad (4)$$

$$\operatorname{Re}\{\overline{\lambda_0(z)} w_0(z)\} = 0, \quad (5)$$

где $B_0(z) = \overline{\varphi'(z)} B[\varphi(z)]$, $\lambda_0(z) = \lambda[\varphi(z)]$, причем $\lambda_0(z)$ есть кусочно гёльдерова функция с узлами $z_j = \varphi^{-1}(\zeta_j)$, а производная $\varphi'(z)$ в окрестности точки z_j имеет вид ([1, гл. 1, § 2]) $\varphi'(z) = (z - z_j)^{1/\theta_j - 1} \psi_0^{(j)}(z)$, где $\psi_0^{(j)}(z)$ — непрерывная в окрестности точки z_j функция, причем $\psi_0^{(j)}(z_j) \neq 0$ ($j = 1, \dots, n$). Таким образом, $B_0(z) \in L_q(G)$, где $2 < q < \frac{2p}{2+p(1-1/\theta_0)}$ при $p > 2\theta_0$. Будем отыскивать решения задачи (4), (5), принадлежащие классу регулярности $W^{1,q}$, $2 < q < \frac{2p}{2+p(1-1/\theta_0)}$, в любой замкнутой подобласти области D_θ и классу $h(z_1, \dots, z_m)$, $1 \leq m \leq n$, где z_1, \dots, z_m — произвольно отмеченные точки из числа z_1, \dots, z_n . Следуя [3], индекс \varkappa граничного условия (5) в классе $h(z_1, \dots, z_m)$ вычислим по формуле

$$\varkappa = \sum_{j=1}^n \varkappa_j, \quad (6)$$

где $\varkappa_j = [\frac{\omega_j}{2\pi}]$ при $j = 1, \dots, m$, и $\varkappa_j = [\frac{\omega_j}{2\pi}] + 1$ при $j = m+1, \dots, n$, ω_j — скачок аргумента функции $\Lambda_0(z) = \frac{\lambda_0(z)}{\lambda_0(z)}$ в точке разрыва z_j , взятый с обратным знаком, $[a]$ — целая часть числа a . Покажем, что если $\bar{\ell} \in \mathcal{L}_{r,q}$, то индекс \varkappa граничного условия (5) в классе $h(z_1, \dots, z_m)$ вычисляется по формуле

$$\varkappa = n - m + 2 - r. \quad (7)$$

В силу конформной инвариантности индекса все рассуждения будем проводить для контура Γ плоскости ζ . Вывод формулы (7) удобно начать с рассмотрения частного случая $m = n$, т. е. с доказательства равенства

$$\varkappa = 2 - r \quad (8)$$

в классе $h(\zeta_1, \dots, \zeta_n)$. Обозначим через Δ_j приращение $\arg \lambda(\zeta)$ по дуге Γ_j ($j = 1, \dots, n$). По определению $\mathcal{L}_{r,q}$ имеем

$$\sum_{j=1}^n (\Delta_j + \varphi_j) = 2\pi. \quad (9)$$

Примем за начало обхода угловую точку ζ_1 , положив при этом $\arg \lambda(\zeta_1 + 0) = \beta$. Выбирая в точках ζ_j ($j = 2, \dots, n$) скачок аргумента $\Delta_{\zeta_j} \arg \lambda(\zeta)$ равным φ_j , получим:

$$\arg \lambda(c_1 - 0) = \beta + \sum_{j=1}^n \Delta_j + \sum_{j=2}^n \varphi_j$$

или, в силу (9), $\arg \lambda(\zeta_1 - 0) = \beta + 2\pi - \varphi_1$. Отсюда при выбранных $\Delta_{\zeta_j} \arg \lambda(\zeta) = \varphi_j$ ($j = 2, \dots, n$) находим $\Delta_{\zeta_1} \arg \lambda(\zeta) = \varphi_1 - 2\pi$. Выбрав $\arg \Lambda(\zeta) = 2 \arg \lambda(\zeta)$ и обозначив через ω_j скачок $\arg \Lambda(\zeta)$ в точке ζ_j с обратным знаком, получаем:

$$\omega_1 = 2(2\pi - \varphi_1), \quad \omega_j = -2\varphi_j, \quad j = 2, \dots, n.$$

В силу последних соотношений равенство (6) переписется так:

$$\varkappa = \sum_{j=2}^n \left[-\frac{\varphi_j}{\pi} \right] + \left[2 - \frac{\varphi_1}{\pi} \right].$$

Возможны следующие случаи.

1) $r \neq 0$, т. е. существует точка ζ_j , в которой $\varphi_j > 0$. Не нарушая общности, будем считать, что в точке ζ_1 выполняется неравенство $0 < \varphi_1 < \pi$. Тогда

$$\sum_{j=2}^n \left[-\frac{\varphi_j}{\pi} \right] = 1 - r, \quad \left[2 - \frac{\varphi_1}{\pi} \right] = 1,$$

откуда следует (8).

2) $r = 0$, т. е. для всех ζ_j , $j = 1, \dots, n$, выполняется неравенство $-\pi < \varphi_j < 0$. Тогда $\sum_{j=2}^n \left[-\frac{\varphi_j}{\pi} \right] = 0$, $\left[2 - \frac{\varphi_1}{\pi} \right] = 2$, откуда и следует (8) при $r = 0$. Для доказательства (7) отметим, что выбрав за начало обхода вместо точки ζ_1 любую точку гладкости границы Γ и повторив процедуру вычисления индекса \varkappa в классе $h(\zeta_1, \dots, \zeta_n)$, мы получим то же равенство (8). Но эта же процедура вычисления индекса \varkappa в классе $h(\zeta_1, \dots, \zeta_m)$ в силу (6) с очевидностью приводит к (7).

Рассмотрим теперь задачу (1), (2) для поверхности S_ν , записав граничное условие (2) в виде

$$\operatorname{Re} \{ \overline{\lambda_1(\zeta)} w(\zeta) \} = 0, \quad \zeta \in \Gamma, \quad (10)$$

где $\lambda_1(\zeta) = \left(\frac{d\zeta}{ds} \right)^2$, $\frac{d\zeta}{ds} = s^1 + is^2$, s^1, s^2 — координаты касательного к Γ вектора \bar{s} .

Лемма. Индекс \varkappa граничного условия (10) в классе $h(\zeta_1, \dots, \zeta_m)$, где ζ_1, \dots, ζ_m — произвольно отмеченные точки контура Γ , вычисляется по формуле

$$\varkappa = n - m + n^{(1)} - n^{(3)} - 2n^{(4)} - 4, \quad (11)$$

где $n^{(k)}$ — число угловых точек k -го типа.

◁ Как и в случае граничного условия (5), вычислим индекс граничного условия (10) в классе $h(\zeta_1, \dots, \zeta_n)$. Обозначим угловую точку c_j k -типа через $c_j^{(k)}$, соответствующую величину ν_j — через $\nu_j^{(k)}$, число точек $c_j^{(k)}$ — через $n^{(k)}$. При этом точкам $c_j^{(k)}$ края L соответствуют точки $\zeta_j^{(k)}$ с внутренними углами $\theta_j^{(k)}\pi$ ($1 \leq j \leq n$, $1 \leq k \leq 4$). Так как сопряженно изометрическая система координат сопряженные направления на поверхности S переводит в ортогональные на плоскости (u^1, u^2) (см. [1]), то в точках $\zeta_j^{(k)}$ выполняются неравенства

$$0 < \theta_j^{(1)} < \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} < \theta_j^{(2)} < 1, \quad 1 < \theta_j^{(3)} < \frac{3}{2}, \quad \frac{3}{2} < \theta_j < 2.$$

Рассмотрим теперь кусочно непрерывное поле $\bar{s} = (s^1, s^2)$ касательных к Γ векторов; очевидно, $\bar{s} \in \mathcal{L}_{r,q}$, где $r = n^{(1)} + n^{(2)}$, $q = n^{(3)} + n^{(4)}$, причем в точках $\zeta_j^{(k)}$ для величин $\varphi_j^{(k)}$, определяемых полем \bar{s} , выполняются неравенства

$$\frac{\pi}{2} < \varphi_i^{(1)} < \pi, \quad 0 < \varphi_i^{(2)} < \frac{\pi}{2}; \quad -\frac{\pi}{2} < \varphi_i^{(3)} < 0; \quad -\pi < \varphi_i^{(4)} < -\frac{\pi}{2}, \quad (12)$$

($1 \leq i \leq 4$). Для вычисления значения \varkappa граничного условия (10) повторим процедуру вычисления \varkappa граничного условия (5). Если $\Lambda(\zeta) = \frac{\lambda(\zeta)}{\lambda(\bar{\zeta})}$, то, вводя обозначение $\Delta_{\Gamma_j} \arg \frac{d\zeta}{ds}$ ($j = 1, \dots, n$), $\beta = \arg \frac{d\zeta}{ds} \Big|_{\zeta_1+0}$ и выбирая $\Delta_{\zeta_j} \arg \frac{d\zeta}{ds} = \varphi_j$ ($j = 2, \dots, n$), в силу (9) получаем:

$$\Delta_{\zeta_1} \arg \Lambda_1(\zeta) = 4(\pi - \varphi_1), \quad \Delta_{\zeta_j} \arg \Lambda_1(\zeta) = -4\varphi_j \quad (j = 2, \dots, n).$$

Тогда в силу (6) в классе $h(\zeta_1, \dots, \zeta_n)$

$$\varkappa = \sum_{j=2}^n \left[\frac{2\varphi_j}{\pi} \right] + \left[\frac{2\varphi_1}{\pi} - 4 \right],$$

откуда на основании (12) получаем (11) при $m = n$. Для завершения доказательства осталось повторить указанную процедуру, выбрав за начало обхода контура Γ вместо точки ζ_1 любую точку гладкости. При этом формула (11) есть очевидное следствие формулы (6) и доказанного частного случая ($m = n$) формулы (11). ▷

Теорема (основной результат) есть следствие леммы и результатов (см. [4]) о разрешимости задачи Римана — Гильберта для обобщенных аналитических функций (по И. Н. Векуа) с разрывным граничным условием.

Литература

1. Векуа И. Н. Обобщенные аналитические функции.—М.: Физматгиз, 1959.—628 с.
2. Тюриков Е. В. Краевые задачи теории б.м. изгибаний поверхностей // Мат. сб.—1977, № 3 (7).—С. 445–462.
3. Мухелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения.—М.: Физматгиз, 1962.—599 с.
4. Тюриков Е. В. Краевая задача Гильберта для обобщенных аналитических функций с разрывным коэффициентом в граничном условии // Изв. Сев.-Кав. научн. центра высш. шк. Естеств. науки.—1975, № 4.—С. 104–105.

Статья поступила 6 ноября 2004 г.

Тюриков Евгений Владимирович
Ростов-на-Дону, Ростовский государственный университет
E-mail: tjorikov@newmail.ru