



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. А. Судаков, Ю. П. Титов, Применение метода муравьиных колоний в оптимизационных задачах авиационной отрасли,
Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша, 2025, 001

<https://www.mathnet.ru/ipmp3298>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.169

18 апреля 2025 г., 06:23:02





ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 1 за 2025 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

В.А. Судаков, Ю.П. Титов

Применение метода
муравьиных колоний в
оптимизационных задачах
авиационной отрасли

Статья доступна по лицензии
[Creative Commons Attribution 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Судаков В.А., Титов Ю.П. Применение метода муравьиных колоний в оптимизационных задачах авиационной отрасли // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2025. № 1. 14 с.

<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2025-1>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Российской академии наук**

В.А. Судаков, Ю.П. Титов

**Применение метода муравьиных
колоний в оптимизационных задачах
авиационной отрасли**

Москва — 2025

В.А. Судаков, Ю.П. Титов

Применение метода муравьиных колоний в оптимизационных задачах авиационной отрасли

В работе рассматриваются предметно-ориентированные задачи авиационной отрасли, различные задачи маршрутизации, задача о назначении, параметрические задачи, например, задача о составлении заявки на производство, и решение данных задач с применением модификаций метода муравьиных колоний. Предложен подход к формализации метода муравьиных колоний путем разделения на слои сомножителей или слагаемых функции вычисления вероятности. Предложены модификации алгоритма для решения задач маршрутизации для беспилотных летательных аппаратов и легкой авиации, в том числе и с учетом динамического изменения параметров маршрута, возможности полетов в неоднородной среде, одновременной маршрутизации нескольких летательных аппаратов и определения наилучших мест базирования.

Ключевые слова: метод муравьиных колоний, задача маршрутизации, задача о назначении, кластеризация, параметрический граф.

Sudakov Vladimir Anatolyevich, Titov Yurii Pavlovich

Application of the Ant Colony Method in Optimization Problems of the Aviation Industry

The paper considers domain-specific problems of the aviation industry, various routing problems, the assignment problem, parametric problems, for example, the problem of drawing up a production request and solving these problems using modifications of the ant colony method. An approach to formalizing the ant colony method by dividing the probability calculation function into layers of factors or terms is proposed. Modifications of the algorithm for solving routing problems for unmanned aerial vehicles and light aviation are proposed, including taking into account dynamic changes in route parameters, the possibility of flights in a heterogeneous environment, simultaneous routing of several aircraft and determining the best basing locations.

Key words: Ant colony method, routing problem, assignment problem, clustering, parametric graph.

Введение

Среди алгоритмов, использующих метод Монте-Карло, но позволяющих обеспечить направленный поиск, можно выделить метаэвристический бионический метод муравьиных колоний. За счет хранения информации о предыдущих, успешных действиях алгоритма происходит автоматическое определение направления поиска, при этом сам поиск остается стохастическим. Муравей-агент в каждой вершине выбирает следующую дугу или вершину исходя из генерации случайного перехода методом Монте-Карло. При этом алгоритм определяет правила вычисления распределения вероятностей переходов с целью увеличения вероятности перехода по дуге или в вершину, обеспечивающую наилучшее решение задачи. Такой метод на начальных итерациях обучается на задаче (подбирает значения вероятностей), что делает его менее эффективным, чем классические методы оптимизации, но после обучения метод муравьиных колоний не уступает им в эффективности. В процессе обучения информация о лучших решениях запоминается для учета при вероятностном выборе, что позволяет рассмотреть все возможные решения в рамках стохастического поиска.

Метод муравьиных колоний является хорошим стохастическим методом метаэвристической оптимизации. Его распространенность меньше, чем у генетического метода, но сравнима с методами пчелиного роя, имитации отжига, поведения бактерий и т.д. [1, 2]. Комбинация стохастического и алгоритмического поиска в данных методах способствует ускорению алгоритмов оптимизации для решения NP-полных задач за счет возможности поиска рационального, близкого к оптимальному решения. Такой подход позволяет уменьшить число итераций алгоритма, тем самым ускорив поиск решения. При этом условием окончания работы алгоритма является либо выполнение определенного числа итераций, либо сходимость к одному решению, так как сходимость может приводить к нахождению рационального решения и для поиска глобального экстремума в многоэкстремальных функциях применяют процедуру мультистарта. Исследование возможностей модификации и применения данного метода, в том числе и при непосредственном взаимодействии с лицом, принимающим решения, позволит расширить область применения и, возможно, решить ряд технических проблем.

Цель работы – исследовать возможность формализации метода муравьиных колоний путем разделения информации в методе на слои. Рассмотреть возможности применения и модификации метода муравьиных колоний для решения предметно-ориентированных задач в авиационной отрасли. Рассмотреть решение различных задач маршрутизации авиационных средств: самолетов, вертолетов, в том числе и беспилотных летательных аппаратов. Рассмотреть применение модификаций метода муравьиных колоний для решения задач на немаршрутных графах, задач классификации,

кластеризации, задачи о назначении и других параметрических задач применительно к авиационной отрасли.

Метод муравьиных колоний и его модификации

Оригинальный метод муравьиных колоний решает задачу коммивояжера: поиска кратчайшего пути, проходящего через все вершины [3]. В данной задаче метод муравьиных колоний использует информацию о длине дуг, образуя статичный слой значений $\eta_i; H \in \mathbb{R}$ на графе. Для данного поля можно определить путь коммивояжера, применяя NP-полные алгоритмы: A^* , волновой алгоритм и т.д. Другой важной информацией является динамический вес дуги, называемый феромоном. Данный вес заносится на каждую дугу и образует слой с переменными значениями $\tau_i; T \in \mathbb{R}$. В начале работы алгоритма каждое значение веса определяется начальным значением и изменяется в процессе работы метода муравьиных колоний. Для решения задачи коммивояжера, заданной на графе, слои, со статичными и переменными значениями, образуются дискретными множествами $H, T \in \mathbb{Z}$ размерность которых определяется количеством элементов в графе, для оригинального алгоритма – количество дуг (рис 1).

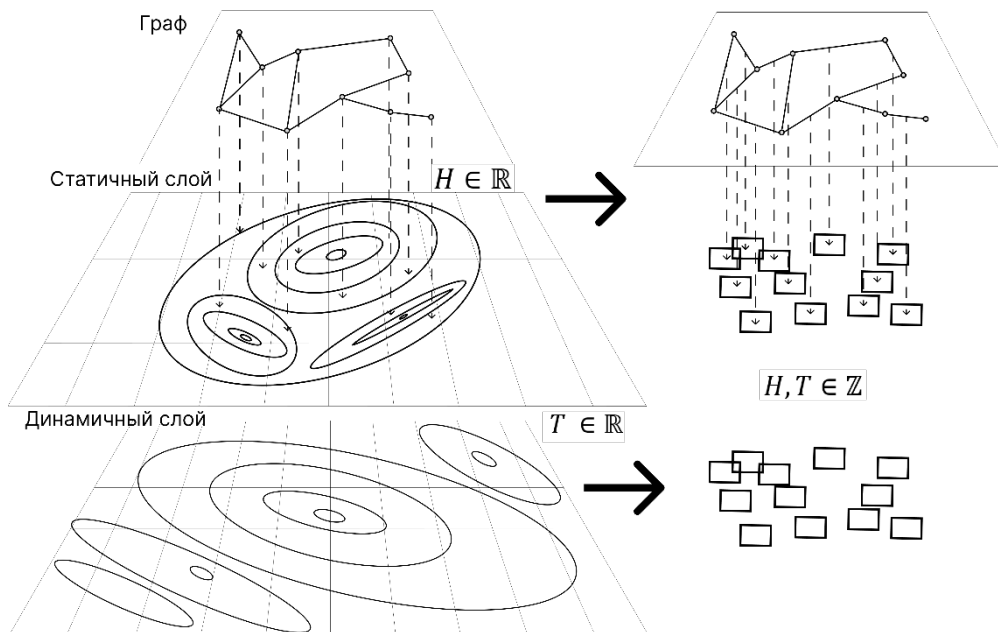


Рис 1. Разделение информации о графе на слои в методе муравьиных колоний

В процессе работы алгоритма по графу перемещаются муравьи-агенты. На каждой итерации муравьи-агенты, находящиеся в вершине, определяют следующую вершину для перехода путем вероятностного выбора. Вероятностный выбор осуществляется путем определения случайного события

«переход по дуге i », вероятность события определяется исходя из произведения значений обоих слоев $T * H$ для i -й дуги по формуле:

$$P_{i,k}(t) = \frac{\tau_i^\alpha(t) \frac{1}{\eta_i}^\beta}{\sum_{s \in J_k} (\tau_s^\alpha(t) \frac{1}{\eta_s}^\beta)}, \quad (1)$$

где $P_{i,k}(t)$ – вероятность перехода по дуге i для муравья-агента k на итерации t (муравей-агент находится в определенной вершине, i – дуги по которым может перемещаться агент, множество J_k); $\tau_i^\alpha(t)$ – значение i -й дуги из слоя T на итерации t , обычно называемое феромоном; $\frac{1}{\eta_i}^\beta$ – значение i -й дуги из слоя H , в оригинальном алгоритме – величина, обратная длине дуги.

Муравей-агент производит данный поиск, пока не пройдет по всем вершинам графа, после определяется значение целевой функции – суммарная длина дуг, по которым прошел муравей-агент. После того, как заданное (параметр алгоритма N) количество муравьев-агентов определили пути, происходит пересчет значений слоя T для всех дуг:

$$\tau_i(t+1) = (1 - \lambda)\tau_i(t) + \lambda \sum_k \frac{Q}{L_k}, \text{ для } \forall \tau_i \in T, \quad (2)$$

где t – номер итерации; L_k – длина пути k муравья-агента; $Q > 0$ – параметр метода муравьиных колоний; $\lambda \in (0..1)$ – параметр метода муравьиных колоний. Формула (2) используется для минимизируемого критерия, как в случае длины пути. Для максимизируемого критерия используется

$$\tau_i(t+1) = (1 - \lambda)\tau_i(t) + \lambda \sum_k Q L_k, \text{ для } \forall \tau_i \in T. \quad (3)$$

Обновление значений слоя T позволяет изменять распределение вероятностей, так как слой H остается постоянным и не изменяется между итерациями. При этом значения статичного слоя H не участвуют в сложных расчетах наподобие NP-полных алгоритмов, но при этом учитываются совместно со значениями слоя T , которые итерационно изменяют структуру итогового поля и позволяют алгоритму сходиться к оптимальному (рациональному) решению. При этом для N муравьев-агентов, которые определяют путь на одной итерации, все слои стационарны и в течение итерации не изменяются.

Широкое распространение получили модификации, изменяющие поведение агентов: наибольшей популярностью пользуются алгоритмы элитной и Min-Max стратегий [3], в которых не все муравьи-агенты изменяют значение слоя T (не заносят феромон). Такой алгоритм позволяет выделить только оптимальные маршруты и значительно ускоряет работу алгоритма.

Основные результаты

Модификации метода муравьиных колоний для задач маршрутизации в авиационной отрасли. Задачи маршрутизации в гражданской авиации обычно определяются возможностями систем навигаций: спутниковой навигации, инерциальной-навигационной системы и навигации по радиомаякам и ориентирам. Широкое распространение беспилотных летательных аппаратов привело к необходимости рассмотрения систем динамического составления маршрутов. Если основной задачей маршрутизации является облет объектов, то граф строится таким образом, чтобы невозможно было построить маршрут через препятствие. В таких графах обычно имеются все дуги в свободном пространстве и отсутствуют дуги через препятствия. Задача отличается от задачи коммивояжера, так как посещение всех вершин в данном графе бессмысленно. Обычно решается задача составления оптимального (по дистанции, топливу или энергии) маршрута от точки старта до точки финиша. Статический слой H будет задавать не только длину дуги, но и расстояние до точки назначения. При большом количестве дуг и достаточно небольшом количестве препятствий, поиск маршрутов методом муравьиных колоний возможен, но неэффективен.

Интересен случай, когда кроме препятствий существуют зоны с пониженной эффективностью перемещения или некоторым уровнем угроз. Примером такой зоны может служить рельеф, когда при перемещении между вершинами потребуется дополнительное топливо или энергия для изменения высоты полета. Такие точки на местности могут быть эффективны, например, перелет через перевал в возвышенности может по требуемой энергии аккумуляторов быть эффективнее, чем облет. Если установить только две вершины графа (вершину старта и финиша), то между ними будет только одна дуга и перелет будет осуществлен по прямой. Для создания сложного маршрута для данной задачи создается сетка вершин (рис. 2), и муравьи-агенты перемещаются между вершинами, создавая маршрут. Так как все дуги одинаковой длины, то статический слой H может определять направление до целевой вершины, на правом рисунке 2 расставлены значения слоя H на дугах при условии наличия целевой вершины сверху. Выбор дуги перехода определяется в результате вероятностного выбора, где вероятность определяется (1). После достижения целевой вершины для муравья-агента вычисляются потребленная мощность или топливо (L_k) с целью минимизации. После прохождения группы муравьев-агентов, состоящей из N муравьев-агентов, происходит изменение значений динамического слоя T (2) [4].

Данный алгоритм легко модернизируется для задачи вычисления маршрута беспилотного летательного аппарата около зон противодействия. В данном случае при вычислении целевой функции L_k не только учитывается потребляемое топливо или энергия, но и разыгрывается потеря аппарата, где вероятность потери аппарата может быть задана функцией, зависящей от

дистанции между аппаратом и источником противодействия. При этом можно учесть перемещение источника, изменение конфигураций и другие различные сценарии. Алгоритм показал эффективность работы, при этом интересной особенностью алгоритма является возможность его «подстройки» под изменение условий задачи. Например, проводились тесты, когда метод муравьиных колоний сначала искал путь при стационарных источниках противодействия, а после, используя уже измененный динамический слой T , алгоритм мог перестроить маршрут под перемещаемые средства противодействия.

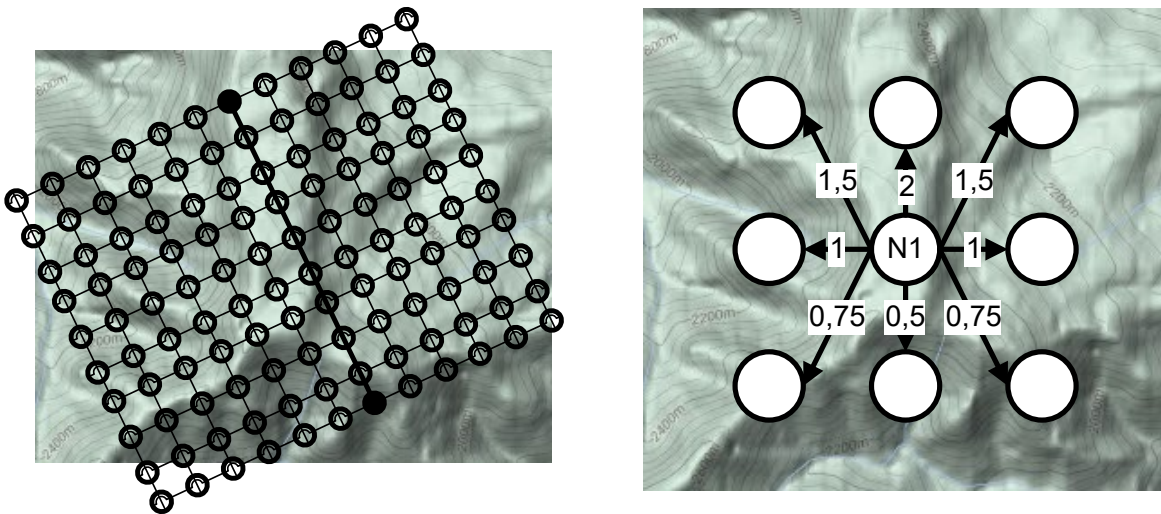


Рис 2. Пример построения маршрута по координатной сетке на местности (слева) и пример построения дуг из вершины N1 в соседние вершины сетки и установка весов слоя H при условии целевой вершины сверху вершины N1 (справа)

Отдельно следует отметить множество возможных модификаций и дополнений метода муравьиных колоний для решения подобных задач: возможно применение различных сеток, в том числе и с изменяемым шагом и трехмерных; исследование метода муравьиных колоний с негативным феромоном [5], изменяющим слой T ; потребляемое топливо или энергия могут быть рассмотрены ступенчатой функцией, описывающей ограничение.

Другие задачи маршрутизации авиационных средств. За счет удобного разделения на статичный и динамичный слои метод муравьиных колоний нашел множество применений для других оптимизационных задач в авиационной области. Например, он используется для решения задачи оптимизации маршрута летательных аппаратов малой авиации при орошении полей или проведении разведывательных миссий над различными объектами, маршрутизации поисковых миссий. Требуется определить маршрут, который при ограничении на топливо или энергию позволит посетить объекты с суммарной максимальной важностью. Если статичный слой H будет задавать «очки» за посещение муравьями-агентами определенных вершин графа, то в

результате работы метода муравьиных колоний будет решаться задача оптимизации маршрута с целью сбора максимального количества «очков» [6]. Учет требования возвращения летательного аппарата на аэродром может осуществляться путем динамического изменения ограничения на объем топлива. Так как в таких задачах применяется полносвязанный граф, то имеется возможность из каждой вершины вернуться в начальную вершину по кратчайшему пути и учесть топливо на обратный путь.

Отдельно стоит выделить возможность перемещения по графу сразу нескольких муравьев-агентов. Движение таких агентов может быть синхронизировано с помощью пройденного расстояния. Такой подход позволяет проводить поиск сразу нескольких синхронизированных маршрутов в графе (рис 3). При добавлении абстрактной точки старта летательных средств можно совместить данную задачу с задачей определения оптимальных мест базирования, так как первая вершина пути муравья-агента определит координаты аэродрома [6].

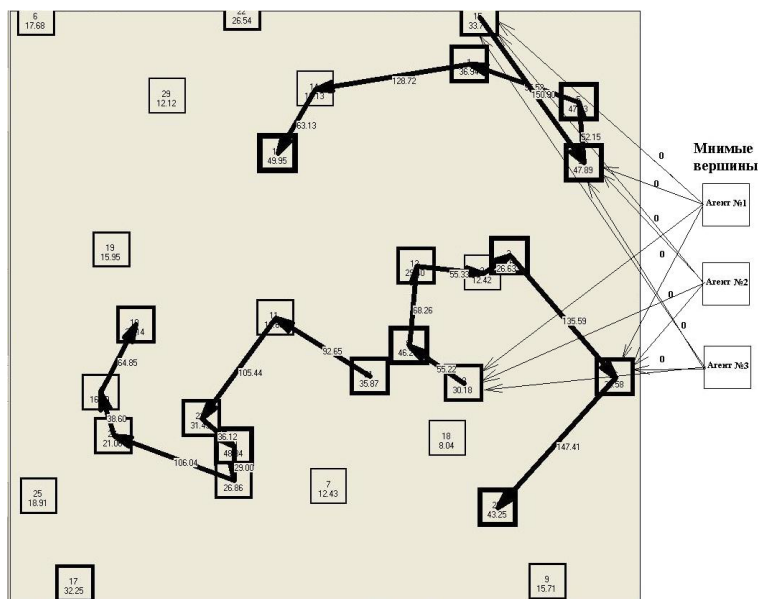


Рис 3. Пример решения задачи маршрутизации группы авиатранспортных средств с необходимостью определения мест базирования

В приведенном примере (см. рис. 3) построено 3 маршрута авиатранспортных средств с целью получения максимальной суммарной выгоды от посещения вершин с определением мест базирования. При этом не требовался возврат в начальную вершину и ограничения по топливу или энергии у авиатранспортных средств были одинаковыми, в результате одинаковы и длины маршрутов на графе.

Модификации метода муравьиных колоний для задач кластеризации в авиационной отрасли. Если в задачах маршрутизации каждая точка графа имеет физическую интерпретацию, то в задачах кластеризации граф определяет, к какому кластеру относится отдельный объект. При этом

процедура выбора вершины (кластера для определенного объекта из множества возможных кластеров) остается неизменной. Модификация метода муравьиных колоний ACOC (ACO-Based Clustering) [7] предлагает для статичного слоя H использовать расстояния, аналогичные методу k-means. Выбор, к какому кластеру относится объект, осуществляется на основании значений динамического слоя T (количество феромона) и расстояний до центроидов, аналогично методу k-means. После проведения процедуры кластеризации всех объектов на основе метрик, например, коэффициента силуэта или коэффициента Фаулкса-Маллова, изменяются значения слоя T и пересчитываются новые координаты центроидов, обновляя значения слоя H . По результатам слой H перестает быть статичным и динамично изменяет свои значения на каждой итерации. Модификация MACOC (Medoid-Based ACO Clustering) [8] использует понятие медойды, когда центром кластера является определенный объект из выборки. В таком случае сначала вероятностно выбираются центры кластеров – медойды, а уже потом производится кластеризация методом ACOC.

Одним из перспективных применений метода кластеризации на основе муравьиных колоний является кластеризация авиационных пассажирских маршрутов между городами. Для реализации данного метода требуется информация, характеризующая каждый отдельный пассажиропоток, которая может включать такие параметры, как количество пассажиров в месяц, расстояние между городами и длительность рейса. Кластеризация маршрутов проводилась в связи с переходом отечественной гражданской авиации на самолеты отечественного производства, большинство из которых проходят этап сертификации. По результатам кластеризации можно определить, какие типы самолетов наиболее эффективно смогут обслуживать соответствующие маршруты. Классификации подверглись 938 маршрутов между отдельными городами Российской Федерации. Проводилось исследование зависимости эффективности кластеризации от различных значений параметров, в том числе и оптимизация гиперпараметра – количества кластеров, на которые производится разбиение датасета. В результате вычислено оптимальное количество кластеров: 2, 3 или 5 кластеров [9]. На рисунке 4 приведен пример кластеризации маршрутов между городами по двум параметрам: дистанции между городами и количеству пассажиров, перемещающихся между городами за месяц.

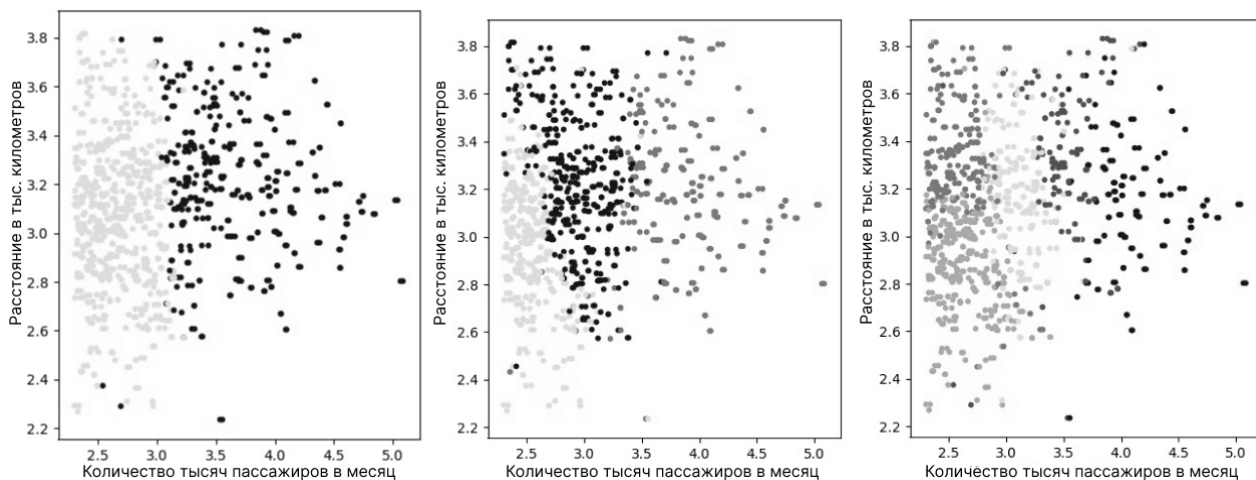


Рис 4. Примеры кластеризации пассажирских авиационных маршрутов на 2, 3 и 5 кластеров

В результате кластеризации видно, что при большом пассажиропотоке нет смысла разделять летательные аппараты по дальности и даже на небольшие дистанции следует использовать тот же самолет, что и на большие, с максимальной грузоподъемностью. Для малого пассажиропотока (рис. 4 правый график) выгодно разделить летательные аппараты для ближних перелетов (до 3 тысяч км) и дальних. Также следует отметить, что данная классификация проводилась не по всем параметрам датасета и приведена для иллюстрации работы модификации метода муравьиных колоний.

Модификации метода муравьиных колоний для задач классификации в авиационной отрасли. Задачи классификации возникают при анализе данных и необходимости обобщения данных, примером таких задач может служить задача классификации тарифов на перевозки. Метод муравьиных колоний легко модифицируется и для решения задач классификации [10-11]. В этом случае слой $H \in \mathbb{R}$ определяет разделение данных на два класса и определяет возможные непрерывные значения для разделяющей области (в частном случае – плоскости). А вот слой T является дискретной сеткой, в которой строится путь муравьев-агентов. Процедура выбора пути аналогична оригинальному поиску пути в графе, а целевая функция определяется ошибкой кластеризации.

Проводя дальнейшее развитие метода муравьиных колоний, возможно применение непрерывного слоя T , определяющего количество феромона. Методы непрерывной оптимизации: CACO (Continuous Ant Colony Optimization – непрерывная оптимизация колонией муравьев), ACOR (Ant Colony Optimization for continuous domain – оптимизация муравьиной колонии для непрерывного домена) [12] и CIAC (Continuous Interacting Ant Colony – непрерывно взаимодействующая колония муравьев) [13] позволяют решать задачи оптимизации непрерывной функции. Основой слоя $T \in \mathbb{R}$ является

множество многомерных нормальных законов распределения с различными значениями математического ожидания и дисперсии. Муравьи-агенты выбирают закон распределения и получают распределение соответствующего веса в слое T . Слой $H \in \mathbb{R}$ может определять производные целевой функции. Тем не менее, как и у других методов поиска экстремума, возникают трудности при поиске оптимума в многоэкстремальных и овражных функциях.

Модификации метода муравьиных колоний для решения параметрических, предметно-ориентированных задач в авиационной отрасли. Также следует отметить модификации алгоритма для решения параметрических задач и задач оптимизации гиперпараметров [14]. Специальный параметрический граф, близкий к графу для кластеризации объектов, состоящий из значений каждого параметра (рис. 5), позволяет в результате определения пути муравья-агента определить значения параметров системы. Примером такой задачи может служить задача составления заявки на производство, где для каждой номенклатурной единицы (параметра) определяется их количество в заявке (значение параметра) [15-16]. В таком виде дискретный слой $T \in \mathbb{Z}$ заполняется по результатам работы логистической модели и модели производства. При этом целевая функция может быть многокритериальной, например эффективность-стоимость [15]. Слой H в таком случае может определять стоимостные характеристики или потребность, вычисленную по результатам работы упрощенной модели, например системы массового обслуживания.

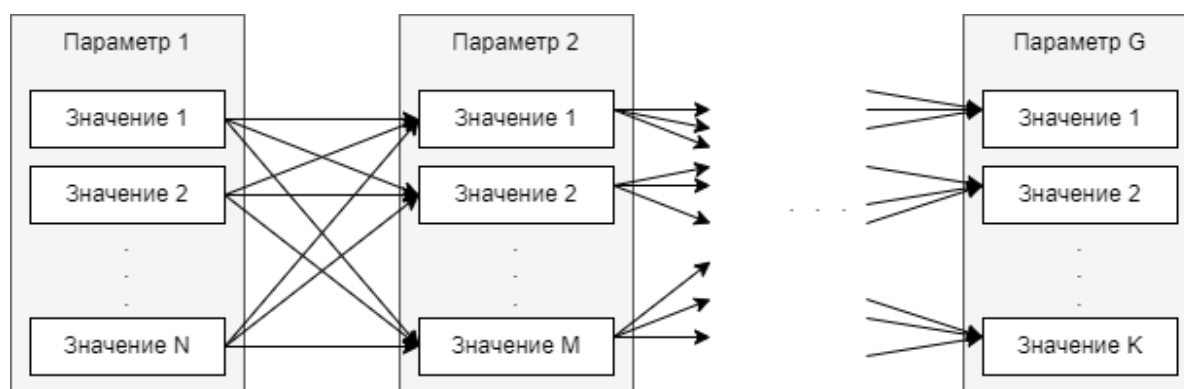


Рис 5. Структура графа для решения дискретной параметрической задачи

Аналогично применяется метод муравьиных колоний при решении задачи о назначении сотрудников для выполнения различных инженерных и расчетных задач при проектировании летательных аппаратов. Для данной задачи параметрический граф состоит из вершин, определяющих назначение конкретного сотрудника на конкретную задачу. Слой H заполняется информацией об эффективности выполнения сотрудником данной задачи. В работах исследуется возможность одновременного назначения нескольких сотрудников на одну задачу. Для возможностей определения итогового

времени выполнения задачи применяются нечеткие множества описания производительности сотрудников [18-19].

Если проводить поиск только по изменяемому слою T , то алгоритм становится близким к методу Монте-Карло. При старте алгоритма количество весов феромона в слое T одинаковое (начальное), а следовательно, одинаково и распределение вероятностей выбора вершины параметрического графа. При дальнейшей работе алгоритма значения слоя T будут изменяться в соответствии с найденной целевой функцией, что позволяет производить направленный случайный поиск. Тем не менее наличие только одного слоя стохастического T приводит к быстрой стагнации алгоритма, метод муравьиных колоний сходится к первому найденному хорошему решению [1, 2, 20]. Вероятность, что данное решение окажется оптимальным, очень низкая, и поэтому приходится применять процедуру мультистарта метода. Повторный запуск позволит выбрать другие вершины параметрического графа, так как вероятности выбора каждой вершины одинаковые, и, возможно, сойтись к другому решению. Предложенный алгоритм близок к стохастическому методу Монте-Карло с модифицированным стохастическим блужданием к некоторому близкому решению.

Заключение

Теория и практика применения и модификации стохастического метода муравьиных колоний позволяют существенно упростить расширение применимости данного метода на широкий круг задач. Способность модифицировать метод для решения различных задач маршрутизации, параметрических задач, задач классификации и кластеризации обеспечивают широкий простор для исследований и возможных модернизаций технологических и вычислительных процессов авиационной отрасли. Предложенные алгоритмы и модификации показали свою эффективность и могут применяться для случаев, когда возможен метаэвристический поиск рациональных решений.

В связи с бурным развитием средств беспилотной авиации и средств противодействия планируется широкое исследование различных модификаций метода муравьиных колоний для универсализации подхода и расширения на большой класс задач. Ведутся исследования с негативным феромоном, различными методами построения сетки и задания значений расстояний, исследований целевых функций и т.д. При этом следует отметить возможность роевого планирования, когда строится несколько согласованных маршрутов. Среди задач на параметрических графах исследуются оптимизационные задачи, в общем виде интерес вызывает подход к быстрому поиску множества Парето для многокритериальных задач.

Отдельно стоит отметить возможность параллельной работы алгоритма: муравьи-агенты могут перемещаться по графу в отдельных потоках. Но решение «в лоб», связанное с созданием для каждого агента отдельного потока,

только замедляет алгоритм. Перспективны исследования структуры программного обеспечения для работы параллельного метода муравьиных колоний и возможности запуска его вычислений на суперкомпьютерах.

Библиографический список

1. Карпенко А.П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой. М.: изд-во МГТУ им. Баумана. 2-е изд. 2017. 446 с.
2. Саймон Д. Алгоритмы эволюционной оптимизации / пер. с англ. А.В. Логунова. // М.: ДМК Пресс. 2020. 1002 с.
3. Dorigo M., Stutzle T. Ant Colony Optimization // MIT Press. 2004. p. 321.
4. Титов Ю.П., Романов О.Т., Машкин М.Н. Алгоритм метода муравьиных колоний для выбора маршрута беспилотного летательного аппарата // Информационные технологии в проектировании и производстве. 2022. № 3(187). С. 27-31. DOI:10.52190/2073-2597_2022_3_27.
5. Титов Ю.П., Чернов Д.А. Реализация модифицированного алгоритма муравьиных колоний для поиска оптимального маршрута летательного аппарата // Фундаментальные, поисковые, прикладные исследования и инновационные проекты: сборник трудов Национальной научно-практической конференции. – М.: Ассоциация выпускников и сотрудников ВВИА им. проф. Жуковского, 2024, с 63-66.
6. Titov Y. P. Modifications of the ant colony method for aviation routing // Automation and Remote Control. 2015. V.76. No3. P.458-471. DOI:10.1134/S0005117915030091.
7. Kao Y., Cheng K., An ACO-Based Clustering Algorithm // ANTS 2006. 2006. P. 340–347.
8. Menendez H. D., Otero F. E. B., Camacho D. MACOC: A Medoid-Based ACO Clustering Algorithm // ANTS 2014. 2014. P. 122–133.
9. Кильмишкин Н.В. Исследование модификации алгоритма кластеризации методом муравьиных колоний на основе медоидов и его практическое применение // Фундаментальные, поисковые, прикладные исследования и инновационные проекты: сборник трудов Национальной научно-практической конференции. – М.: Ассоциация выпускников и сотрудников ВВИА им. проф. Жуковского, 2024, с 179-184.
10. Martens D., De Backer M., Haesen R., Vanthienen J. Classification with ant colony optimization // IEEE Trans. Evol. Comput. 2007. V.11. No.5. P. 651–665.
11. Yang L. Li K., Zhang W. Ant colony classification mining algorithm based on pheromone attraction and exclusion // Soft Comput. 2017. Vol. 21. P. 5741–5753. DOI:10.1007/s00500-016-2151-9
12. Socha K., Dorigo M. Ant colony optimization for continuous domains // European Journal of Operational Research. 2008. V. 185. Issue 3. pp. 1155-1173. DOI:10.1016/j.ejor.2006.06.046

13. Карпенко А.П., Чернобривченко К.А. Эффективность оптимизации методом непрерывно взаимодействующей колонии муравьев (CIAC) // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2011. №2. DOI:10.7463/0211.0165551

14. Сеницын И.Н., Титов Ю.П. Развитие стохастических алгоритмов муравьиной организации // Бионика – 60 лет. Итоги и перспективы. Сборник статей Первой Международной научно-практической конференции, 17-19 декабря 2021 года, г. Москва // М.: Ассоциация технических университетов. 2022. с. 210-220. DOI:10.53677/9785919160496_210_220

15. Хахулин Г.Ф. Титов Ю.П. Система поддержки решений поставок запасных частей летательных аппаратов военного назначения // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2014. Т. 16. № 1-5. С. 1619-1623.

16. Титов Ю.П. Опыт моделирования планирования поставок с применением модификаций метода муравьиных колоний в системах высокой доступности // Системы высокой доступности. 2018. Т. 14. № 1. С. 27-42.

17. Титов Ю.П. Модификации метода муравьиных колоний для разработки программного обеспечения решения задач многокритериального управления поставками // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2017. Т. 13. № 2 С. 64-74. DOI:10.25559/SITITO.2017.2.222.

18. Судаков В.А., Батьковский А.М., Титов Ю.П. Алгоритмы ускорения работы модификации метода муравьиных колоний для поиска рационального назначения сотрудников на задачи с нечетким временем выполнения // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2020 .Т. 16. № 2. с. 338-350. DOI:10.25559/SITITO.16.202002.338-350

19. Sudakov V.A., Titov Y.P. Modified Method of Ant Colonies Application in Search for Rational Assignment of Employees to Tasks // Proceedings of 4th Computational Methods in Systems and Software 2020. 2020. Vol.2, P. 342-348. DOI:10.1007/978-3-030-63319-6_30.

20. Сеницын И.Н., Титов Ю.П. Управление наборами значений параметров системы методом муравьиных колоний // Автоматика и телемеханика. 2023. № 8. С. 153-168. DOI:10.31857/S000523102308010X.

Оглавление

Введение	3
Метод муравьиных колоний и его модификации	4
Основные результаты.....	6
Заключение.....	12
Библиографический список.....	13