

УДК 536.23:553.065

О ВОЗНИКНОВЕНИИ ДВУХ ПОДВИЖНЫХ ГРАНИЦ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ ПРИ ДОБЫЧЕ ПАРА ИЗ ГИДРОТЕРМАЛЬНОГО ВОДОНАСЫЩЕННОГО ПЛАСТА

© 1994 г. Г. Г. Цыпкин

Представлено академиком Г.Г. Черным 23.12.93 г.

Поступило 18.01.94 г.

1. Технология извлечения тепла земных недр предполагает добычу теплоносителя из подземного высокотемпературного резервуара. Опыт показывает, что понижение давления, вызванное действием добывающей скважины, может приводить к кипению воды и изменению структуры течения и поля температур в призабойной области. Для описания указанных процессов требуется совместное рассмотрение гидродинамических и тепловых аспектов с учетом фазовых переходов, которые могут иметь место как в области пароводяной смеси, так и в узкой зоне, моделируемой фронтом [1 - 6].

В [7] рассматривалась задача об извлечении пара из водонасыщенного пласта. Математическая модель этого процесса содержит неизвестную подвижную границу испарения и представляет собой обобщение тепловой задачи Стефана, учитывающее влияние давления на температуру фазового перехода вода-пар.

Как показывают приведенные ниже расчеты, предположение о существовании поверхности кипения, разделяющей области воды и пара, приводит к тому, что найденная в процессе решения температура воды перед фронтом превышает температуру парообразования, вычисленную по распределению давления в этой области.

В настоящей работе предлагается математическая модель фазовых переходов вода-пар, учитывающая образование протяженной области испарения и устраняющая указанное противоречие. В этом случае в рассмотрение вводятся две неизвестные подвижные границы, разделяющие три области различного состояния теплоносителя.

2. Предположим, что гидротермальный резервуар представляет собой неподвижную и несжимаемую пористую среду, насыщенную либо водой, либо паром, либо их смесью. Для описания процессов тепломассопереноса с равновесными

фазовыми переходами воспользуемся системой законов сохранения масс, энергии, обобщенным законом Дарси [3], уравнениями состояния для воды и пара, уравнением кривой равновесия пар-вода [8], а также термодинамическими соотношениями

$$m \frac{\partial}{\partial t} S \rho_w + \operatorname{div} \rho_w \mathbf{v}_w = M,$$

$$m \frac{\partial}{\partial t} (1 - S) \rho_v + \operatorname{div} \rho_v \mathbf{v}_v = -M,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho e)_m + \operatorname{div} (\rho_w h_w \mathbf{v}_w + \rho_v h_v \mathbf{v}_v) = \operatorname{div} (\lambda_m \operatorname{grad} T),$$

$$\mathbf{v}_j = -\frac{k}{\mu_j} f_j(S) \operatorname{grad} P, \quad j = w, v,$$

$$\rho_w = \rho_{w0} (1 + \alpha(P - P_0) - \beta(T - T_0)),$$

$$P = \rho_v R T, \quad \lg P = A + \frac{B}{T}, \quad e_j = h_j - \frac{P}{\rho_j}, \quad (1)$$

$$dh_w = C_w dT + \frac{1 - \beta T}{\rho_w} dP,$$

$$dh_v = C_p dT, \quad de_s = C_s dT,$$

$$\lambda_m = m S \lambda_w + m (1 - S) \lambda_v + (1 - m) \lambda_s,$$

$$(\rho e)_m = m S \rho_w e_w + m (1 - S) \rho_v e_v + (1 - m) \rho_s e_s.$$

Здесь S – водонасыщенность, M – интенсивность фазовых превращений, f – фазовая проницаемость, α – коэффициент сжимаемости воды, β – коэффициент теплового расширения воды, e – плотность внутренней энергии, h – плотность энтальпии, $A = 5.44$, $B = -2005.1$. Остальные обозначения общепринятые; индексы: w – вода, v – пар, s – скелет пористой среды, m – эффективное значение.

Уравнения движения в однофазных областях, насыщенных паром или водой, можно получить из системы (1), формально полагая $S = 0$ или $S = 1$

соответственно. Уравнение термодинамического равновесия воды и пара при этом не рассматривается.

Формулировка задачи предполагает существование фронтов фазовых переходов. Условия на таких поверхностях могут быть получены из законов сохранения массы H_2O и энергии на скачках функции водонасыщенности:

$$[\rho(V_n - u_n)]_+^- = 0, \quad [\rho h(V_n - u_n) - Q_n]_+^- = 0. \quad (2)$$

Здесь V – скорость скачка, u – скорость воды или пара, Q – кондуктивный тепловой поток; индексы: n – нормаль, плюс и минус – величины соответственно справа и слева от фронта.

Система граничных условий (2) должна быть дополнена термодинамическим соотношением, выражающим связь между давлением и температурой фазового перехода,

$$\lg P_* = A + B/T_*. \quad (3)$$

Индекс “звездочка” соответствует значениям величин на фронте.

3. Следуя [7], рассмотрим задачу об отборе пара из водонасыщенного гидротермального резервуара. Предположим, что отбор производится от границы контакта резервуара с окружающими породами. Такая ситуация возникает, например, при истечении теплоносителя в трещину между проницаемыми и непроницаемыми породами, отборе системой скважин с поверхности проницаемого блока и т.д. [4].

Пусть полупространство $x < 0$ занимают непроницаемые породы, а полупространство $x > 0$ заполнено в начальный момент времени водой с температурой T_0 и давлением P_0 . Предположим, что на неподвижной стенке $x = 0$, соответствующей отбирающей скважине (системе скважин), давление упало до некоторого значения $P^0 < P_f(T_0)$, где $P_f(T_0)$ – давление парообразования при температуре T_0 . Тогда от поверхности $x = 0$ вправо распространяется фронт кипения $x = X(t)$, разделяющий области пара и воды. Падение температуры на фронте вызывает приток тепла из областей, расположенных за и перед фронтом.

Начальные и граничные условия:

$$\begin{aligned} t = 0: & \quad X(0) = 0; \\ \text{в области } x > 0: & \quad T = T_0, \quad P = P_0; \\ \text{в области } x < 0: & \quad T = T_0; \\ x = 0: & \quad P = P^0 \quad (P^0 < P_0), \\ & \quad (\lambda \text{grad} T)_{n+} = (\lambda \text{grad} T)_{n-}. \end{aligned} \quad (4)$$

Соотношения на подвижной поверхности раздела следуют из (2) и при условии непрерывности давления и температуры имеют вид

$$\begin{aligned} m \left(1 - \frac{\rho_{v*}}{\rho_w}\right) V_n &= \frac{k \rho_{v*}}{\mu_v \rho_w} (\nabla P)_{n-} - \frac{k}{\mu_w} (\nabla P)_{n+}, \\ m \rho_w q V_n &= \lambda_+ (\nabla T)_{n+} - \lambda_- (\nabla T)_{n-} - \\ & - \rho_w q \frac{k}{\mu_w} (\nabla P)_{n+}. \end{aligned} \quad (5)$$

Соотношения (5) вместе с (3) составляют полную систему условий на фронте кипения, разделяющем области пара и воды.

Рассмотрим решение задачи в линейном приближении, когда изменения давления, температуры и водонасыщенности невелики.

Тогда в этих областях система основных уравнений в линейном приближении приводится к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial P'}{\partial t} + \delta_j \frac{\partial T'}{\partial t} &= \kappa_j \Delta P', \\ \frac{\partial T'}{\partial t} + \omega_j \frac{\partial P'}{\partial t} &= a_j \Delta T', \quad j = L, R, \end{aligned} \quad (6)$$

где в области пара ($j = L$)

$$\begin{aligned} \delta_L &= -\frac{P^0}{T_0}, \quad \kappa_L = \frac{k P^0}{m \mu_v}, \\ \omega_L &= -\frac{m}{(\rho C)_L}, \quad a_L = \frac{\lambda_L}{(\rho C)_L}, \end{aligned}$$

$\lambda_L = \lambda_m$ при $S = 0$, $(\rho C)_L = m \rho_v C_v + (1 - m) \rho_s C_s$,
а в области воды ($j = R$)

$$\begin{aligned} \delta_R &= -\frac{\beta}{\alpha}, \quad \kappa_R = \frac{k}{\alpha m \mu_w}, \\ a_R &= \frac{\lambda_R}{(\rho C)_R}, \quad \omega_R = \frac{m \beta T_0}{(\rho C)_R}, \\ \lambda_R &= m \lambda_w + (1 - m) \lambda_s, \\ (\rho C)_R &= m \rho_w C_w + (1 - m) \rho_s C_s. \end{aligned}$$

В области $x < 0$ справедливо обычное уравнение теплопроводности.

Если T_0 , S_0 , P^0 – постоянные величины, то задача имеет автомодельное решение

$$T = T(\xi), \quad P = P(\xi), \quad X(t) = \varphi t^{1/2}, \quad \xi = x t^{1/2}.$$

Решения в обеих областях выражаются через интегралы вероятности. Подставляя эти решения в условия (5) и (3), получаем систему трансцендентных уравнений относительно φ , T_* и P_* , которая решалась численно при следующих значениях параметров:

$$\begin{aligned} \rho_w &= 800 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_s = 2.5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \\ \lambda_w &= 0.58 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}, \end{aligned}$$

$$\lambda_s = 2 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}, \lambda_v = 0.02 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)},$$

$$C_w = 4.2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)},$$

$$C_s = 0.9 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}, \alpha = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Па}^{-1},$$

$$\beta = 10^{-3} \text{ К}^{-1},$$

$$R = 402 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}, q = 1.85 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг},$$

$$\mu_w = 1.8 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с},$$

$$\mu_v = 1.72 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

На рис. 1 приведены результаты расчетов при $T_0 = 500 \text{ К}, P_0 = 2.7 \cdot 10^6 \text{ Па}, k = 10^{-17} \text{ м}^2, m = 0.2, P^0 = 10^6 \text{ Па}; T_1 = T/T_0$ (кривая 1), $P_1 = P/P^0$ (кривая 2), $\xi = 2\sqrt{a_R}\zeta$. Численные эксперименты показывают, что при всех значениях параметров температура фазового перехода $T_f = T_f(P)$ (кривая 3) в области перед фронтом, определяемая по формуле (3), ниже температуры воды в этой области. Физически это соответствует перегреву воды перед фронтом испарения. Таким образом, сформулированная математическая модель процесса испарения содержит противоречие термодинамического характера и не может быть использована для описания поведения гидротермальной системы.

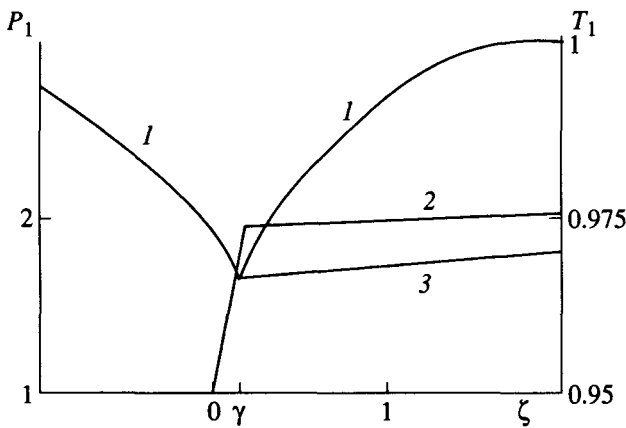


Рис. 1.

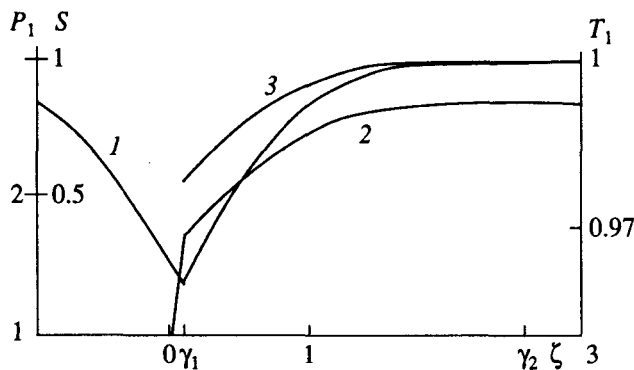


Рис. 2.

4. Построим непротиворечивое теоретическое описание, предполагающее существование трех областей с различным фазовым составом, разделенных двумя подвижными границами. Для этого введем протяженную область фазовых переходов ($X_1(t) < x < X_2(t)$), расположенную между областями, насыщенными водой ($x > X_2(t)$) и паром ($0 < x < X_1(t)$). В промежуточной области пар и вода находятся в состоянии локального термодинамического равновесия. Система основных уравнений пароводяной смеси следует из (1) и в линейном приближении имеет вид

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{P_0}{\rho_w RT_0} \right) \frac{\partial S'}{\partial t} + \left(\alpha S_0 + \frac{1 - S_0}{\rho_w RT_0} \right) \frac{\partial P'}{\partial t} - \\ & - \left(\beta S_0 + P_0 \frac{1 - S_0}{\rho_w RT_0^2} \right) \frac{\partial T'}{\partial t} = \\ & = \frac{k \mu_v}{m} \left(\frac{\mu_w f_w(S_0)}{\mu_v} + \frac{f_v(S_0) P_0}{\rho_w RT_0} \right) \Delta P', \\ & \left(\frac{(\rho C)_m}{m} - (1 - S_0) \frac{q P_0}{RT_0^2} \right) \frac{\partial T'}{\partial t} + \\ & + (S_0 (1 - \beta T_0) + q \frac{1 - S_0}{RT_0} - 1) \frac{\partial P'}{\partial t} - \\ & - \frac{q P_0}{RT_0} \frac{\partial S'}{\partial t} = \frac{k q f_v P_0}{m R \mu_v T_0} \Delta P' + \frac{\lambda_m}{m} \Delta T', \\ & \frac{P'}{P_0} = F_0 \frac{T'}{T_0}, \quad F_0 = -2.3 \frac{B}{T_0}. \end{aligned} \tag{7}$$

Здесь

$$\begin{aligned} (\rho C)_m &= m S_0 \rho_w C_w + m (1 - S_0) \rho_v C_v + \\ & + (1 - m) \rho_s C_s, \end{aligned}$$

а последнее уравнение системы представляет собой линейризованное условие фазового равновесия, справедливое также и на обеих границах.

В однофазных областях имеет место система (6). Условия на задней движущейся границе, разделяющей области пара и смеси, запишем как

$$\begin{aligned} m S_+ \left(1 - \frac{\rho_{v*}}{\rho_w} \right) V_{1n} &= \frac{k}{\mu_v} \frac{\rho_{v*}}{\rho_w} (\nabla P)_{n-} - \\ & - k \left(\frac{f_w}{\mu_w} - \frac{\rho_{v*} f_v}{\rho_w \mu_v} \right) (\nabla P)_{n+}, \\ m S_+ \rho_v q V_{1n} &= \lambda_+ (\nabla T)_{n+} - \lambda_- (\nabla T)_{n-} + \\ & + k q \frac{\rho_v}{\mu_v} (f_v (\nabla P)_{n+} - (\nabla P)_{n-}). \end{aligned} \tag{8}$$

Здесь функция водонасыщенности претерпевает скачок от искомого значения S_+ до значения $S_- = 0$ в области пара. Конфигурация передней границы $x = X_2(t)$, разделяющей области воды и пароводяной смеси, определяется отсутствием перегрева

воды, что реализуется только при условии непрерывности функции водонасыщенности $S_+ = S_-$. В этом случае соотношения на скачке имеют вид

$$(\nabla T)_{n+} = (\nabla T)_{n-}, \quad (\nabla P)_{n+} = (\nabla P)_{n-}.$$

Сформулированная задача также решена в автомодельном приближении. Результаты расчетов при прежних значениях параметров, начальных и граничных условиях представлены на рис. 2. (Здесь кривая 3 представляет собой функцию водонасыщенности.) Следует отметить, что скорость передней границы более чем на порядок превосходит скорость границы полного испарения. Однако положение границы раздела областей пара и смеси имеет принципиальное значение, так как на этой границе происходит выпадение растворенных в воде солей в осадок, что может приводить к закупорке пласта и прекращению движения теплоносителя.

Автор выражает благодарность А.А. Бармину и А.Г. Куликовскому за полезные обсуждения и ценные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (93-013-17622).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Brownell D.H., Garg S.K., Pritchett J.W.* // *Water Resour. Res.* 1977. V. 13. № 6. P. 929 - 934.
2. *Faust C.R., Mercer J.W.* // *Ibid.* 1979. V. 15. № 1. P. 23 - 30.
3. *O'Sullivan M.J.* // *Intern. J. Energy Res.* 1985. V. 9. P. 319 - 332.
4. *Grant M.A.* // *Geothermics.* 1983. V. 12. № 4. P. 251 - 263.
5. *Garg S.K., Pritchett J.W.* // *Water Resour. Res.* 1988. V. 24. № 6. P. 843 - 852.
6. *Pruess K., Calore C., Celati R., Wu Y.S.* // *Int. J. Heat and Mass Transfer.* 1987. V. 30. № 11. P. 2595 - 2602.
7. *Веригин Н.Н., Голубев В.С.* // *ДАН.* 1975. Т. 223. № 6. С. 1355 - 1358.
8. *Вукалович М.П.* Термодинамические свойства воды и водяного пара. М.: Машгиз, 1955.