



# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

И. А. Муленко, А. Л. Хомкин, Решение уравнения Больцмана для полностью ионизованной плазмы с короткодействующим потенциалом взаимодействия между зарядами,

*ТВТ*, 1991, том 29, выпуск 6, 1234–1236

<https://www.mathnet.ru/tvt4585>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением  
<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.88

20 мая 2025 г., 15:40:42



## БРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 533.932 © 1991 г.

И. А. Муленко, А. Л. Хомкин

## РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ БОЛЬЦМАНА ДЛЯ ПОЛНОСТЬЮ ИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЫ С КОРОТКОДЕЙСТВУЮЩИМ ПОТЕНЦИАЛОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ ЗАРЯДАМИ

Кинетические коэффициенты полностью ионизованной плазмы рассчитаны Спитцером и Хэрмом [1] с использованием обрезания прицельного параметра  $b$  резерфордовского сечения на дебаевском радиусе  $r_D = (8\pi\beta e^2 n_e)^{-1/2}$ , где  $T = 1/\beta$  — температура,  $e$  — заряд,  $n_e$  — концентрация электронов, а также с использованием предположения о большой величине кулоновского логарифма  $\Lambda = \ln(3/\Gamma)$ , где  $\Gamma = \beta e^2 / r_D$  — плазменный параметр.

К настоящему времени выполнены эксперименты [2], в которых величина  $\Gamma$  достигает, а иногда и превосходит значение «три» и формально вычисленная электропроводность и другие кинетические коэффициенты расходятся и становятся отрицательными.

Для оценки электропроводности в таких условиях, как правило, используется регуляризация кулоновского логарифма  $\Lambda = 1/2 \ln(1+9/\Gamma^2)$ , точность которой трудно оценить. При использовании модельных потенциалов [3] и тех или иных моделей [4] ограничиваются расчетом лоренцевской составляющей электропроводности ( $e$ - $i$ -столкновения), умножая последнюю на спитцеровский множитель  $\gamma = 0,582$ , учитывая  $e$ - $e$ -столкновения, но полученный в [1] лишь для кулоновского потенциала с логарифмической точностью. В [5] в одноэлектронном приближении с учетом эффектов перколяции было получено регулярное выражение для электропроводности и предложена интерполяционная формула для кулоновского логарифма  $\Lambda = \ln(1+3/\Gamma)$ .

В данной работе рассчитаны кинетические коэффициенты  $\sigma$  — электропроводность,  $\lambda$  — теплопроводность,  $\alpha$  — термоЭДС и др. полностью ионизованной плазмы с потенциалом межчастичного взаимодействия в muffin-tin (MT)-приближении

$$V(r) = \begin{cases} \pm e^2/r, & r < r_{cp}, \quad r_{cp} = (3/4\pi n_i)^{1/2} \\ \pm e^2/r_{cp}, & r > r_{cp} \end{cases} \quad (1)$$

Такой потенциал достаточно широко используется в физике неидеальной плазмы [6] и в физике твердого тела. Фактически при выборе такого потенциала предполагается, что электрон взаимодействует лишь с ближайшим к нему зарядом, что является разумной альтернативой в той области, где  $r_D$  становится меньшим  $r_{cp}$ .

Расчет кинетических коэффициентов выполнен путем решения кинетического уравнения Больцмана методом Чепмена — Энскога с учетом  $e$ - $i$ - и  $e$ - $e$ -столкновений. Используется приближение [4×4], что соответствует разложению асимметричной по полю добавки к функции распределения по четырем полиномам Сонина. Использование четырех полиномов Сонина приводит к погрешности не более 0,5%. Рассчитанные кинетические коэффициенты остаются конечными при всех значениях параметра  $\Gamma$ , даже при использовании конечного числа полиномов Сонина. Это обстоятельство связано с тем, что для потенциала (1) в аналитическом виде можно получить все необходимые для решения кинетического уравнения соотношения классической задачи рассеяния.

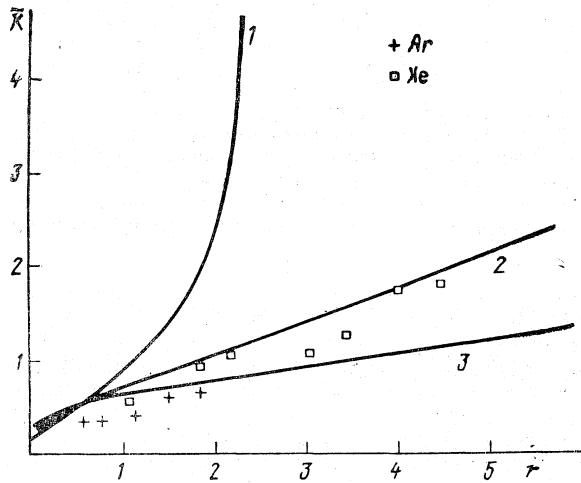
Для зависимости прицельного параметра  $b$  от угла рассеяния  $\chi$  имеем

$$b = r_{cp} / \left( 1 + \xi^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\chi}{2} \right)^{1/2}, \quad (2)$$

где  $\xi = r_{cp} / b_0 \pm 1$ ,  $b_0 = e^2 / \mu v$ ,  $\mu$  — приведенная масса,  $v$  — относительная скорость сталкивающихся частиц. Отсюда для дифференциального сечения рассеяния

$$d\sigma = \pi r_{cp}^2 \xi^2 \frac{\operatorname{tg}(\chi/2)}{\cos^2(\chi/2) (1 + \xi^2 \operatorname{tg}^2(\chi/2))^2} d\chi. \quad (3)$$

При  $r_{cp} / b_0 \gg 1$  (3) переходит в резерфордовское сечение. В выражении для  $\xi$  знак плюс соответствует рассеянию одноименных, а знак минус — разноименных зарядов. Последний случай подробно исследован в [7].



Зависимость приведенных кинетических коэффициентов от параметра неидеальности: 1 — формула Спитцера; 2 — расчет по [5]; 3 — данная работа; точки — эксперимент [2]

Для решения уравнения Больцмана необходимы транспортные сечения рассеяния  $n$ -го порядка

$$\sigma_i^{(n)} = 2\pi \int_{\pi}^0 b \left| \frac{db}{d\chi} \right| (1 - \cos^n \chi) d\chi. \quad (4)$$

Все они могут быть рассчитаны в аналитическом виде с использованием (2) для  $b$ , например

$$\sigma_i^{(1)} = \frac{2\pi r_{cp}^2}{\xi^2 - 1} \left\{ \frac{\xi^2}{\xi^2 - 1} \ln \xi^2 - 1 \right\}. \quad (5)$$

В четвертом приближении по полиномам Сонина  $S_n^{3/2}(mv^2/2T)$  выражение для электропроводности имеет вид

$$\sigma_e = \frac{3n_e e^2}{m_e} \frac{L_{00}}{L^{(5)}}, \quad (6)$$

где

$$L^{(5)} = \begin{vmatrix} L_{00} & \dots & L_{01} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ L_{40} & \dots & L_{44} \end{vmatrix}, \quad \tilde{L}_{00} = \begin{vmatrix} L_{11} & \dots & L_{14} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ L_{41} & \dots & L_{44} \end{vmatrix},$$

Величины  $L_{rn} = \tilde{L}_{rn}^{ei} + L_{rn}^{ee}$  представляют собой сумму электрон-ионных и электрон-электронных компонент, где

$$L_{rn}^{ei} = 16n_i \sqrt{\frac{T}{2\pi m_e}} \int_0^{\infty} y^5 e^{-y^2} \sigma_i^{(1)}(y^2) S_r^{3/2}(y^2) S_n^{3/2}(y^2) dy, \quad (7)$$

$y^2 = mv^2/2T$ ; величины  $L_{rn}^{ee}$  достаточно громоздки и здесь не приводятся [8].

Результаты расчетов приведены на рисунке в безразмерных координатах. Оказывается, что все рассчитанные кинетические коэффициенты можно представить в виде универсальной зависимости от параметра  $\Gamma$ , используя безразмерную величину  $\bar{K} = K/K_0$  для кинетического коэффициента  $K = \sigma, \lambda, \alpha, \dots$ . Физический смысл приводимых ниже кинетических коэффициентов поясняется в [9]. При этом в качестве  $K_0$  используются  $\sigma_0^e, \lambda_0^e, \alpha_0^e, \dots$ , равные

$$\begin{aligned} \sigma_0^e &= 0,591 \frac{(k_B T)^{3/2}}{\sqrt{m_e} e^2}, & \alpha_0^e &= 0,419 \frac{k_B (k_B T)^{3/2}}{\sqrt{m_e} e^3}, \\ \beta_0^e &= 1,894 \frac{(k_B T)^{5/2}}{\sqrt{m_e} e^4}, & \lambda_0^e &= 0,918 \frac{(k_B T)^{5/2}}{\sqrt{m_e} e^4}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$D_{e0}^E = 0,59 \frac{(k_B T)^{3/2}}{\sqrt{m_e} e^3}, \quad D_{e0}^T = 0,419 \frac{k_B (k_B T)^{3/2}}{\sqrt{m_e} e^4}.$$

Здесь  $k_B$  – постоянная Больцмана, температура  $T$  – в К.

Для сравнения на рисунке представлено спитцеровское значение для  $\bar{K}=1/\ln(3/\Gamma)$ , а также экспериментально полученная в [2] величина кулоновской составляющей проводимости плазмы инертных газов. Для полученной в данной работе универсальной зависимости приведенных кинетических коэффициентов от параметра  $\Gamma$  можно предложить простую линейную аппроксимацию при  $0,5 \leq \Gamma \leq 10$

$$\bar{K} = 1 + \delta(\Gamma - \Gamma_0), \quad (9)$$

где  $\delta = 0,155$ ,  $\Gamma_0 = 3,6$ .

Интересно отметить, что при больших значениях  $\Gamma$ , когда приближение можно считать  $\bar{K} \approx \delta\Gamma$ , величина электропроводности  $\sigma$  становится пропорциональной плазменной частоте  $\omega_p = \sqrt{4\pi n_e e^2 / m}$ , как впервые отмечалось в [10].

Удовлетворительное согласие с экспериментом убедительно свидетельствует об изменении характера экранировки в неидеальной плазме. Полученные результаты не содержат особенностей в зависимости от параметра  $\Gamma$  и могут быть использованы для расчета тех кинетических коэффициентов ( $\lambda$ ,  $\alpha$ , ...), экспериментальные данные для которых отсутствуют.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Спитцер Л., Хэрм Р. // В сб.: Проблемы современной физики. Т. 2. М.: ИЛ, 1956. С. 70.
2. Иванов Ю. В., Минцев В. Б., Фортгов В. Е., Дремин А. Н. // ЖЭТФ. Т. 71. № 1. 1976. С. 216.
3. Mihajlov A. A., Djordjević D., Popović M. M. et al. // Contrib. Plasma Phys. 1989. V. 29. N 4/5. P. 441.
4. Kurilenkov Yu. K., Valuev A. A. // Beitr. Plasma Phys. 1984. V. 24. P. 161.
5. Воробьев В. С. // ТВТ. 1987. Т. 25. № 3. С. 430.
6. Фортгов В. Е., Якубов И. Т. Физика неидеальной плазмы. Черноголовка: ОИХФ АН СССР, 1984. 264 с.
7. Mihajlov A. A., Dimitrijević M. C., Djordjević D. et al. // Contrib. Plasma Phys. 1987. V. 27. № 1. P. 1.
8. Движущаяся плазма. Сб. переводов / Под ред. Е. В. Кудрявцева и В. П. Ионова. М.: ИЛ, 1961. 612 с.
9. Очерки физики и химии низкотемпературной плазмы / Под ред. Л. С. Полака. М.: Наука, 1971. 436 с.
10. Асиновский Э. И., Валувев А. А. // ТВТ. 1980. Т. 18. № 5. С. 1318.

Институт высоких температур  
Академии наук СССР

Поступило в редакцию  
31.05.91

УДК 536.71 © 1991 г.

*В. Ф. Лысенков, В. А. Рыков*

#### СВЯЗЬ ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ РЕШЕТОЧНОГО ГАЗА И УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ РЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

При описании свойств газов и жидкостей в околокритической области наибольшее распространение получила так называемая линейная модель (ЛМ) [1]

$$\Delta_{r\Gamma} = a_{r\Gamma} r^{\beta_0} \theta (1 - \theta^2), \quad \tau_{r\Gamma} = r (1 - b^2 \theta^2), \quad \Delta_{p\Gamma} = k_{p\Gamma} r^{\beta_0}. \quad (1)$$

Используемые здесь обозначения традиционны для масштабной теории и не требуют расшифровки. Система уравнений (1) содержит, вообще говоря, три подгоночных параметра  $a_{r\Gamma}$ ,  $b^2$ ,  $k_{p\Gamma}$ . Однако часто  $b^2$  фиксируется на универсальном значении  $b^2 = b_0^2 \equiv (\gamma - 2\beta) / \gamma (1 - 2\beta)$ . Тогда параметрами ЛМ, разыскиваемыми из обработки экспериментов, остаются  $a_{r\Gamma}$  и  $k_{p\Gamma}$  (помимо коэффициентов регулярных составляющих термодинамических функций). ЛМ обладает известными свойствами симметрии. Например, в соответствии с (1) линия фазового равновесия в координатах  $\tau$ – $\Delta_r$  является строго симметричной. Современный эксперимент, с другой стороны, неопровержимо свидетельствует об обратном: термодинамическая поверхность реальных жидкостей не обладает симметричными свойствами, характерными для ЛМ. Поэтому, строго говоря, модель (1) применима только для модельной системы – решеточного газа. Этим объясняется наличие индексов «РГ» в соотношениях (1).

Учет асимметрии жидкости позволяют преобразования Покровского [2]. Согласно [2], переход от переменных, описывающих РГ, к переменным, задающим