



Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

D. V. Speranskiy, Recognition of a linear automaton outputs by the fuzzy outputs,
Izv. Saratov Univ. Math. Mech. Inform., 2014, Volume 14, Issue 1, 109–116

DOI: 10.18500/1816-9791-2014-14-1-109-116

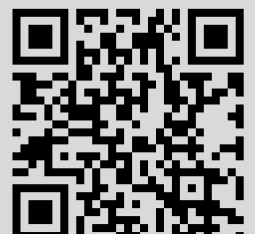
Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.81

February 10, 2025, 06:31:46





ИНФОРМАТИКА

УДК 501.1

РАСПОЗНАВАНИЕ ВХОДОВ ЛИНЕЙНОГО АВТОМАТА ПО НЕЧЕТКИМ ВЫХОДАМ

Д. В. Сперанский

Доктор технических наук, профессор кафедры высшей и прикладной математики, Московский государственный университет путей сообщений, Speranskiy.DV@gmail.com

Предложен метод решения задачи распознавания неизвестных входных последовательностей линейного автомата при наблюдении нечетких выходов.

Ключевые слова: автомат без потери информации, системы линейных уравнений с нечеткими переменными над полем $GF(p)$.

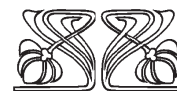
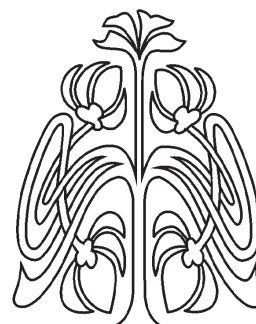
ВВЕДЕНИЕ

Названная в заголовке статьи задача возникает в ряде практических приложений. Так, устройства, описываемые моделью линейного автомата (ЛА), могут быть использованы как каналы связи, в которых осуществляется кодирование передаваемой информации. Использование таких каналов очевидно имеет смысл в том случае, если получаемая на выходе информация может быть декодирована. Кроме того, устройства, обладающие возможностью декодирования получаемой информации, позволяют применять для них простые и вместе с тем эффективные схемы встроенного контроля (СВК). Такие СВК основаны на принципе сравнения входных сигналов, восстановленных по наблюдаемым выходам с реальными сигналами, поступающими на входы устройства. Очевидно, что рассогласование восстановленных и реальных сигналов свидетельствует о неправильном функционировании контролируемого устройства.

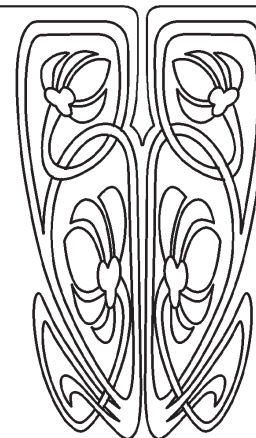
Класс автоматов (в общем случае нелинейных), для которых возможно распознавание неизвестных входных слов, был впервые введен Д. А. Ниффман [1] и назван классом автоматов без потери информации (БПИ). При этом предполагалась помимо знания выходных слов и его начального состояния возможность проведения дополнительного эксперимента.

В [2] было введено определение ЛА БПИ, распознавание неизвестных входных слов которого (в отличие от [1]) не требовало проведения дополнительного эксперимента. В [3] доказано, что для ЛА два упомянутых определения автомата БПИ эквивалентны.

При решении задачи распознавания неизвестных входных слов в [1, 2] использовался классический математический аппарат, базирующийся на операциях с точными значениями величин (данных), на традиционной математической логике и т. д. Однако информация о реальной системе, для которой строится модель ЛА, не всегда удовлетворяет упомянутым требованиям по объективным причинам.



НАУЧНЫЙ
ОТДЕЛ





Например, исходные данные (в частности, значения выходных сигналов ЛА) могут быть неточными (нечеткими) из-за несовершенства измерительной аппаратуры. В этих условиях важно наличие средств для отражения упомянутой нечеткости (неопределенности).

Возникшее в последние 50 лет понимание необходимости разработки математического аппарата для работы с неопределенностями различного типа привело к возникновению новых дисциплин, в частности, интервального анализа [4]. Задача, упомянутая в заголовке предлагаемой статьи в условиях неопределенностей интервального типа, была исследована в [5]. Важной вехой на пути создания подходящего математического аппарата для работы с неопределенностями других типов явилось создание Л. Заде (L. A. Zadeh) концепции нечетких множеств [6]. На этой основе начали развиваться нечеткая логика, нечеткая теория управления, нечеткая алгебра, нечеткая арифметика и т.д. Что касается нечеткой арифметики, развитой для операций с вещественными числами, то с основными ее результатами можно ознакомиться, например, по обобщающим работам [7–10].

Поскольку в предлагаемой статье объектом исследования является ЛА, заданный над полем $GF(p)$, то необходимо будет ввести соответствующие операции над элементами поля $GF(p)$ и исследовать особенности нечеткой арифметики над этим полем.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Объектом исследования является ЛА [2, 3], заданный над полем $GF(p)$, где p — простое число, следующими уравнениями переходов и выходов:

$$\bar{s}(t+1) = A\bar{s}(t) + B\bar{u}(t), \quad (1)$$

$$\bar{y}(t) = C\bar{s}(t) + D\bar{u}(t). \quad (2)$$

Здесь t — момент дискретного времени; $A = [a_{ij}]_{n \times n}$, $B = [b_{ij}]_{n \times l}$, $C = [c_{ij}]_{m \times n}$, $D = [d_{ij}]_{m \times l}$ — характеристические матрицы. Элементы всех этих матриц — это элементы поля $GF(p)$. Входной вектор $\bar{u}(t)$, выходной вектор $\bar{y}(t)$ и вектор-состояние $\bar{s}(t)$ представляют собой упорядоченные наборы столбцы из элементов того же поля:

$$\bar{u}(t) = [u_1(t), \dots, u_l(t)]', \quad \bar{y}(t) = [y_1(t), \dots, y_m(t)]', \quad \bar{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_n(t)]'.$$

Известно [2, 3], что конечное состояние ЛА и выходная реакция ЛА в результате подачи входной последовательности $\bar{u}(0), \bar{u}(1), \dots, \bar{u}(t)$ длины $t+1$ при начальном состоянии $\bar{s}(0)$ вычисляются по формулам:

$$\bar{s}(t+1) = A^{t+1}\bar{s}(0) + A^t B\bar{u}(0) + \dots + AB\bar{u}(t-1) + B\bar{u}(t), \quad (3)$$

$$\bar{y}(t) = CA^t\bar{s}(0) + CA^{t-1}B\bar{u}(0) + \dots + CB\bar{u}(t-1) + D\bar{u}(t). \quad (4)$$

В [2] рассматривалась следующая задача: у заданного ЛА БПИ известно его начальное состояние и на его выходах может наблюдаться реакция на неизвестную входную последовательность. По этим данным требуется распознать упомянутую входную последовательность.

В этой классической задаче наблюдаемый выходной сигнал $\bar{y}(t)$ был представлен в виде упорядоченной совокупности точных значений его координат. В предлагаемой статье рассматривается та же задача распознавания, но в предположении, что наблюдаемый выход ЛА есть вектор $\bar{y}(t)$, представленный в виде $\bar{y}(t) = [y_1^*, \dots, y_m^*]$, где y_i^* — нечеткие числа (например, «примерно k »). Условимся далее интерпретировать каждый элемент поля $GF(p)$ как «четкое» число из множества $\{0, 1, \dots, p-1\}$, считая его представителем соответствующего класса чисел по модулю p .

2. НЕЧЕТКАЯ АРИФМЕТИКА НАД ПОЛЕМ $GF(p)$

Известно [11], что нечеткие числа могут быть представлены в различных формах (табличной, графической и др.). Ниже будет использоваться так называемая L - R форма представления, которая отличается простотой и удобством выполнения операций над нечеткими числами. (Условимся, что все используемые в статье, но не определяемые в ней, понятия и термины понимаются в смысле [11].)



Поскольку при решении рассматриваемой задачи потребуется выполнять арифметические операции над нечеткими числами в поле $GF(p)$, нам придется их ввести. При определении правил вычисления в такой нечеткой арифметике будет использован известный принцип обобщения Л. Заде, который, в частности, детально описан в [11].

Условимся, что в поле $GF(p)$ нечеткое число A представляется в L - R форме вида $A = (m, \alpha, \beta)$, в которой степень принадлежности элемента x нечеткому множеству A есть

$$\mu_A(x) = \begin{cases} L((m-x)/\alpha), & \forall x \leq m, \alpha > 0, \\ R((x-m)/\beta), & \forall x \geq m, \beta > 0. \end{cases}$$

Здесь L и R — некоторые функции от x (например, показательные, экспоненциальные, линейные и т. п.), m — номинальное значение нечеткого числа, α и β — левая и правая границы интервала нечеткости соответственно. Это означает, что все носители числа A лежат в интервале $(m-\alpha, m+\beta)$. Такое число графически может быть изображено в аналоге декартовой системы координат. На оси абсцисс OX этой системы располагаются последовательно в возрастающем порядке периодически повторяющиеся элементы $GF(p) = \{0, 1, \dots, p-1\}$. На оси ординат OY этой системы располагаются значения функции принадлежности $\mu_A(x) \in [0, 1]$ элементов нечеткого множества A . Носители x числа A лежат в интервале с центром в точке m , а величины α и β есть соответственно левое и правое смещения, определяющие границы этого интервала. Таким образом, L - R представление числа A в выбранном нами варианте в графическом изображении имеет треугольную форму.

Заметим, что в L - R представлении нечетких чисел в поле $GF(p)$ параметры α и β не могут быть произвольными (как это было в случае нечетких вещественных чисел в [11]).

Введем теперь операцию сложения нечетких чисел в $GF(p)$. Пусть A_1 и A_2 — нечеткие числа, тогда их сумма также есть нечеткое число, которое задается выражением

$$(A_1 + A_2)(y) = \bigvee_{y=x_1+x_2} [A_1(x_1) \wedge A_2(x_2)], \quad \forall x_1, x_2, y \in GF(p). \quad (5)$$

В этой записи $A_1(x)$ ($A_2(x)$) — элементы x_1 (x_2) из множества носителей нечеткого числа A_1 (A_2), $(A_1 + A_2)(y)$ — элемент y из множества носителей нечеткого числа $(A_1 + A_2)$. Символы \wedge и \vee соответствуют операторам пересечения и объединения множеств на основе одной из известных норм.

Функцию принадлежности для суммы определим так:

$$\mu_{A_1+A_2}(y) = \max_{y=x_1+x_2} \{ \min \{ \mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2) \} \}, \quad \forall x_1, x_2, y \in GF(p). \quad (6)$$

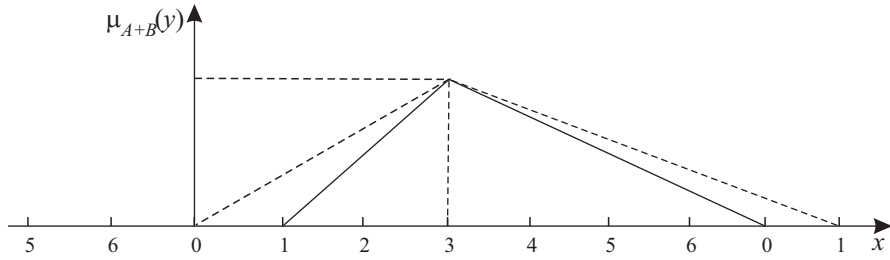
Понятно, что сложение нечетких чисел по формулам (5) и (6) есть трудоемкий процесс. По этой причине вместо него ниже предлагается упрощенный механизм вычисления характеристических параметров суммы, использующий L - R представление слагаемых. Этот механизм базируется на аналоге соответствующего механизма для нечетких вещественных чисел с учетом принципа обобщения, сформулированного Л. Заде.

Напомним, что для вещественных чисел L - R представление суммы нечетких чисел A и B в треугольной форме имеет следующий вид [11]:

$$(A + B) = (m_A + m_B, \alpha_A + \alpha_B, \beta_A + \beta_B). \quad (7)$$

Здесь индекс параметра указывает нечеткое число, к которому этот индекс относится.

Сохраняя этот механизм вычисления параметров для $GF(p)$, следует иметь в виду, что формальное применение формулы (7) может привести к получению интервала нечеткости, длина которого будет больше $p-1$. Например, рассмотрим в поле $GF(p)$ при $p=7$ два нечетких числа $A = (1, 2, 3)$ и $B = (2, 1, 2)$. Применение формулы (7) по правилам традиционной арифметики приводит к следующему результату: $(A + B) = (1 + 2, 2 + 1, 3 + 2) = (3, 3, 5)$. На рисунке представлено графическое изображение этого числа.



L-R представление числа $A + B = (3, 3, 5)$ до и после сжатия интервала нечеткости

Пунктиром представлено графическое изображение с учетом того, что $\alpha_{A+B} = 3$ и $\beta_{A+B} = 5$ являются смещениями от точки $m_{A+B} = 3$ на оси абсцисс влево и вправо соответственно (если m_{A+B} будет больше $p - 1$, то сумма берется по модулю p). Из этого рисунка видно, что длина интервала нечеткости Δ равна 8 и точками этого интервала являются, в частности, два элемента 0 и два элемента 1 поля $GF(p)$. Чтобы обеспечить корректность результатов суммирования для поля $GF(p)$, необходимо сжать этот интервал, превратив его в интервал $\bar{\Delta}$ длиной $p - 1 = 6$. Понятно, что такое сжатие естественно осуществлять на основе принципа пропорциональности. Проиллюстрируем его на нашем примере. Поскольку левый полуинтервал Δ имеет длину $\alpha_{A+B} = 3$, то соответствующий ему полуинтервал в $\bar{\Delta}$ должен иметь длину $(|\bar{\Delta}|/|\Delta|) \cdot \alpha_{A+B} = \frac{6}{8} \cdot 3 = 2.25$, а правый полуинтервал — длину $(|\bar{\Delta}|/|\Delta|) \cdot \beta_{A+B} = \frac{6}{8} \cdot 5 = 3.75$. Осуществив округление полученных результатов до целых чисел 2 и 4 соответственно, получаем искомое *L-R* представление суммы $A = (3, 2, 4)$. Графическое изображение этого нечеткого числа представлено на рисунке сплошными линиями.

Обратимся теперь к вопросу задания функции принадлежности $\mu_{A+B}(y)$ элементов нечеткого множества $(A + B)$. От соответствующей процедуры естественно потребовать, во-первых, чтобы она имела невысокую трудоемкость и обеспечивала гладкую зависимость $\mu_{A+B}(y)$ при изменении слагаемых. Обоим этим требованиям удовлетворяет простейшая кусочно-линейная функция, которая и будет нами использована. Проиллюстрируем ее построение на рассмотренном выше примере.

Опорными точками графика (вида, представленного на рисунке) кусочно-линейной функции $\mu_{A+B}(y)$ будут служить точки $M_0(m_A + m_B, 1)$, $M_1(\alpha_{A+B}, 0)$, $M_2(\beta_{A+B}, 0)$. Координаты этих точек очевидным образом формируются из выражения (7). Для нашего примера эти точки таковы: $M_0(3, 1)$, $M_1(1, 0)$, $M_2(0, 0)$. Отметим, что две последние точки лежат на оси абсцисс и являются границами интервала $\bar{\Delta}$. График этой функции состоит из четырех отрезков прямых: два из них лежат на оси абсцисс, а два других — отрезки (M_0, M_1) и (M_0, M_2) . Аналитические выражения для отрезков прямых (M_0, M_1) и (M_0, M_2) получим, используя аппарат аналитической геометрии. С этой целью «наложим» на ось абсцисс на рисунке ось 0 декартовой системы координат. Очевидно, что в общем случае в новой системе координаты точек M_1 и M_2 могут трансформироваться. Так, в нашем примере они превращаются в $M_1(1, 0)$ и $M_2(7, 0)$. С учетом этого уравнения прямых (M_0, M_1) и (M_0, M_2) имеют вид $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ и $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{4}$. При вычислении значений представленной ниже функции принадлежности следует помнить, что элементам $GF(p)$ $x = 1, 2, \dots, 6$ соответствуют вещественные числа $1, 2, \dots, 6$, а элементу $0 \in GF(p)$ — вещественное число 7. С учетом сказанного получаем аналитическое представление функции принадлежности:

$$\mu_{A+B}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 1, \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}, & \text{если } 1 < x \leq 3, \\ -\frac{1}{4}x + \frac{7}{4}, & \text{если } 3 < x \leq 7, \\ 0, & \text{если } x > 7. \end{cases}$$

Естественно, что вычисление значений этой функции производится по правилам традиционной арифметики.



Перейдем теперь к определению операции умножения нечетких чисел над полем $GF(p)$, которое в принципе можно сформулировать с помощью аналога формулы (5). Однако, как и в случае операции сложения, используем упрощенный механизм с учетом принципа обобщения Л. Заде. Напомним [11], что для вещественных чисел L - R представление произведения нечетких чисел A и B в треугольной форме $(AB) = (m_{AB}, \alpha_{AB}, \beta_{AB})$ его параметры вычисляются по формулам

$$m_{AB} = m_A \cdot m_B, \quad \alpha_{AB} = m_A \alpha_B + m_B \alpha_A - \alpha_A \alpha_B, \quad \beta_{AB} = m_A \beta_B + m_B \beta_A + \beta_A \beta_B. \quad (8)$$

Если результат перемножения приводит к интервалу нечеткости длины больше $p - 1$, то сжимаем его тем же способом, что описан выше для суммирования. Полная аналогия с суммированием имеет место также и при получении аналитического выражения для функции принадлежности (кусочно-линейного типа) произведения.

Так, например, произведение нечетких чисел $A = (5, 3, 2)$ и $B = (2, 1, 2)$ при $p = 7$ в соответствии с формулой (8) имеют следующие параметры:

$$m_{AB} = 5 \cdot 2 = 10, \quad \alpha_{AB} = 8, \quad \beta_{AB} = 14.$$

Величина m_{AB} по модулю 7 равна 3. Длина интервала нечеткости в десятичной системе счисления равна $8 + 14 = 22$. Сжимая этот интервал до длины $7 - 1 = 6$, получаем скорректированные границы интервала нечеткости: $\alpha_{AB} = \frac{6}{22} \cdot 8 = 2.09$, $\beta_{AB} = \frac{6}{22} \cdot 14 = 3.8$. Округляя дробные значения до целых чисел 2 и 4, получаем искомое L - R представление произведения $(A \cdot B) = (3, 2, 4)$.

Условимся считать два нечетких треугольных числа равными, если у них равны соответствующие параметры. Это есть следствие того, что функция принадлежности для нечеткого числа над полем $GF(p)$ определяется однозначно по описанному выше алгоритму на основе его параметров.

Отметим, наконец, что для определенных выше операций сложения и умножения нечетких чисел над полем $GF(p)$, как нетрудно доказать, оказываются справедливыми свойства коммутативности, ассоциативности и дистрибутивности.

3. РАСПОЗНАВАНИЕ НЕИЗВЕСТНЫХ ВХОДНЫХ СИГНАЛОВ

В [2] приведено условие того, что линейный автомат является автоматом БПИ: для того чтобы ЛА являлся автоматом БПИ, необходимо и достаточно, чтобы ранг матрицы D равнялся l , где l — число входных каналов ЛА.

Доказательство теоремы следует из метода нахождения неизвестной входной последовательности, который состоит в пошаговом распознавании входных слов $\bar{u}(0), \bar{u}(1), \dots$. На первом шаге, поскольку известны начальное состояние $\bar{s}(0)$ ЛА и наблюдаемый выходной вектор $\bar{y}(0)$ в ответ на подачу неизвестного входного вектора $\bar{u}(0)$, последний однозначно определяется из системы

$$\bar{y}(0) - C\bar{s}(0) = D\bar{u}(0). \quad (9)$$

Из алгебры известно, что для этого и должно выполняться условие приведенной выше теоремы. Если вектор $\bar{u}(0)$ распознан, то по формуле (1) вычисляется следующее состояние $\bar{s}(1)$ ЛА и из системы

$$\bar{y}(1) - C\bar{s}(1) = D\bar{u}(1)$$

находится входной вектор $\bar{u}(1)$. Далее процесс распознавания продолжается аналогичным образом.

Итак, нахождение неизвестной входной последовательности длины $k + 1$ с учетом формул (3) и (4) сводится к решению следующих систем линейных неоднородных уравнений:

$$\begin{aligned} D\bar{u}(0) &= \bar{y}(0) - C\bar{s}(0), \\ D\bar{u}(1) &= C\bar{A}\bar{s}(0) - \bar{y}(1) - C\bar{B}\bar{u}(0), \\ &\dots \\ D\bar{u}(k) &= C\bar{A}^k \bar{s}(0) - \bar{y}(k) - \dots - C\bar{B}\bar{u}(k-1). \end{aligned} \quad (10)$$



Рассмотрим правую часть первой системы из (10). В ней в соответствии с постановкой задачи слагаемое $C\bar{s}(0)$ есть четкое число из поля $GF(p)$, а слагаемое $\bar{y}(0)$ — нечеткое. Понятно, что четкое число можно рассматривать как частный случай нечеткого, у которого в треугольном R - L представлении $A(m, \alpha, \beta)$ параметры α и β равны нулю. Тогда сложение и умножение двух чисел, одно из которых есть четкое, а второе — нечеткое, в качестве результата дает нечеткое число. Очевидно, что это относится и ко всем другим системам из (10).

В общем случае каждую систему из (10) можно представить в виде

$$D \cdot X = V, \quad (11)$$

где D — матрица из четких чисел, а X и V — векторы-столбцы, компоненты которых есть нечеткие числа, причем вектор X есть искомый вектор.

Заменяем систему (11), записанную в матричной форме, на эквивалентную ей систему, записанную в координатной форме:

$$\begin{aligned} d_{11}x_1 + d_{12}x_2 + \dots + d_{1l}x_l &= v_1(\text{mod } p), \\ d_{21}x_1 + d_{22}x_2 + \dots + d_{2l}x_l &= v_2(\text{mod } p), \\ &\dots \\ d_{m1}x_1 + d_{m2}x_2 + \dots + d_{ml}x_l &= v_m(\text{mod } p). \end{aligned} \quad (12)$$

Понятно, что решение этой системы сравнений будет множество классов чисел по модулю p . Поскольку число решений этой системы конечно, то в принципе они могут быть найдены методом перебора. Этот метод даже при сравнительно небольших p трудоемок, поэтому желательно иметь в арсенале более эффективные методы. Отметим, что задача решения системы типа (12) относится к алгебре и теории чисел и для ее решения ныне известен целый ряд различных методов. В частности, один из возможных подходов к решению связан с интерпретацией (12) как системы уравнений в целых или натуральных числах. В этом случае возможно применение аналога метода Гаусса, преобразующего систему к ступенчатой форме.

Отметим, что известен также быстрый алгоритм решения названной системы, описанный в [12]. В литературе приведены данные апробации этого алгоритма, подтверждающие его высокое быстродействие.

Проиллюстрируем на простом примере, каким образом может быть построена система вида (12). Пусть задана следующая система вида (11) в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (m_1, \alpha_1, \beta_1) \\ (m_2, \alpha_2, \beta_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2, 0, 4) \\ (6, 1, 3) \\ (5, 3, 4) \end{bmatrix},$$

где первая слева матрица состоит из четких чисел — элементов поля $GF(p)$ при $p = 7$, вторая слева матрица содержит неизвестные нечеткие числа в $GF(p)$, третья матрица состоит из четких чисел в $GF(p)$.

Для перевода в координатную форму этой системы воспользуемся формулами (7) и (8) с учетом, что элементы первой системы есть четкие числа, т. е. границы α и β интервалов нечеткости для них равны нулю. После выполнения соответствующих вычислений получим следующие равенства по модулю $p = 7$:

$$\begin{aligned} (4m_1 + 5m_2, 4\alpha_1 + 5\alpha_2, 4\beta_1 + 5\beta_2) &= (2, 0, 4), \\ (2m_1 + 3m_2, 2\alpha_1 + 3\alpha_2, 2\beta_1 + 3\beta_2) &= (6, 1, 3), \\ (m_1 + m_2, \alpha_1 + \alpha_2, \beta_1 + \beta_2) &= (5, 3, 4). \end{aligned}$$



Исходя из определения равенства двух нечетких чисел, приведенного выше, приходим к такой системе линейных уравнений:

$$\begin{aligned} 4m_1 + 5m_2 = 2, & \quad 4\alpha_1 + 5\alpha_2 = 0, & \quad 4\beta_1 + 5\beta_2 = 4, \\ 2m_1 + 3m_2 = 6, & \quad 2\alpha_1 + 3\alpha_2 = 1, & \quad 2\beta_1 + 3\beta_2 = 3, \\ m_1 + m_2 = 5, & \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 3, & \quad \beta_1 + \beta_2 = 4. \end{aligned} \quad (13)$$

Эту систему можно решить методом перебора: $m_1 = 2$, $m_2 = 3$, $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 2$, $\beta_1 = 2$, $\beta_2 = 2$.

Итак, искомые нечеткие числа в поле $GF(7)$ (неизвестные входные векторы ЛА) таковы: $(2, 1, 2)$ и $(3, 2, 2)$.

Заметим, что системы вида (13) в общем случае могут и не иметь решения. Таким образом, для распознавания неизвестной входной последовательности ЛА в рассматриваемой постановке задачи условия теоремы, приведенной в начале п. 3, в общем случае являются только необходимыми, но не достаточными.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные в статье результаты свидетельствуют о том, что поиск решения задачи распознавания в рассматриваемой постановке оказывается более трудоемким, чем в классической постановке. Кроме того, при выполнении необходимых и достаточных условий разрешимости классической задачи рассматриваемая здесь задача может и не иметь решения.

Библиографический список

1. Huffman D. A. Canonical forms for information-lossless finite-state logical machines // Information Theory, IRE Transactions on. 1959. Vol. 5, № 5. P. 41–59. DOI: 10.1109/TIT.1959.1057537.
2. Гилл А. Линейные последовательностные машины. Анализ, синтез и приложения. М. : Наука, 1974. 288 с.
3. Сперанский Д. В. Лекции по теории экспериментов с конечными автоматами. М. : Интернет-университет информационных технологий : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. 287 с.
4. Алефельд Г., Херцбергер Ю. Введение в интервальные вычисления. М. : Мир, 1987. 912 с.
5. Сперанский Д. В. Задача распознавания входного слова линейного автомата в интервальной постановке // Автоматика и вычислительная техника. 2012. № 2. С. 50–56.
6. Zadeh L. A. Fuzzy sets // Information and Control. 1965. № 8. P. 338–353. DOI: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X.
7. Dubois D., Prade H. Fuzzy numbers : An overview // Analysis of Fuzzy Information, Vol. I : Mathematics and Logic. Boca Raton, FL : CRC Press, 1988. P. 3–39.
8. Kaufman A., Gupta M. M. Introduction to fuzzy arithmetic : theory and applications. N. Y. : Van Nostrand Reinhold Co., 1991. 351 p.
9. Kandel A. Fuzzy Mathematical Techniques with Applications. Boston, MA, USA : Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1986. 274 p.
10. Hanss M. Applied Fuzzy Arithmetic: An Introduction with Engineering Applications. Berlin ; Heidelberg : Springer Publishing Company, Inc., 2010. 256 p.
11. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление. М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. 798 с.
12. Dixon J. D. Exact Solution of Linear Equations Using P-Adic Expansions // Numerische Mathematik. 1982. Vol. 40, № 1. P. 137–142. DOI: 10.1007/BF01459082.

Recognition of a Linear Automaton Outputs by the Fuzzy Outputs

D. V. Speranskiy

Moscow State University of Railway Engineering, 2/22, Chasovaya str., 125993, Moscow, Russia, Speranskiy.DV@gmail.com

A method is proposed to solve the recognition problem for unknown input sequences of a linear automaton when observed the fuzzy outputs.

Key words: information lossless automaton, systems of a linear equation with fuzzy variables over the field $GF(p)$.



References

1. Huffman D. A. Canonical forms for information-lossless finite-state logical machines *Information Theory, IRE Transactions on*, 1959, vol. 5, no. 5, pp. 41–59. DOI: 10.1109/TIT.1959.1057537.
2. Gill A. *Linear sequential circuits: analysis, synthesis, and applications*. New York, McGraw-Hill, 1962, 215 p.
3. Speranskij D. V. *Lekcii po teorii jeksperimentov s konechnymi avtomatami* [Lecture on the theory of experiments with finite automata]. Moscow, Internet-Universitet Informacionnyh Tehnologij, BINOM. Laboratorija znaniij, 2010, 287 p. (in Russian).
4. Alefeld G., Herzberger J. *Introduction to interval computations*. New York, Academic Press, 1983, 333 p.
5. Speransky D. V. Fuzzy automaton finite state recognition. *Automatic Control and Computer Sciences*, vol. 46, iss. 5, pp. 185–190. DOI: 10.3103/S0146411612050070.
6. Zadeh L. A. Fuzzy sets. *Information and Control*, 1965, no. 8, pp. 338–353. DOI: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X.
7. Dubois D., Prade H. Fuzzy numbers: An overview. *Analysis of Fuzzy Information, Vol. I: Mathematics and Logic*, CRC Press, Boca Raton, FL, 1988, pp. 3–39.
8. Kaufman A., Gupta M. M. *Introduction to fuzzy arithmetic: theory and applications*. New York, Van Nostrand Reinhold Co., 1991, 351 p.
9. Kandel A. *Fuzzy Mathematical Techniques with Applications*. Boston, MA, USA, Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1986, 274 p.
10. Hanss M. *Applied Fuzzy Arithmetic: An Introduction with Engineering Applications*. Berlin, Heidelberg, Springer Publishing Company, Incorporated, 2010. 256 p.
11. Piegat A. *Fuzzy Modeling and Control*. Heidelberg, Germany, Physica-Verlag GmbH. 2010, 728 p. (Rus. ed. : Piegat A. *Nechetkoe modelirovanie i upravlenie*. Moscow, BINOM, Laboratoriia znaniij, 2013, 798 p.)
12. Dixon J. D. Exact Solution of Linear Equations Using P-Adic Expansions. *Numerische Mathematik*, 1982, vol. 40, no. 1, pp. 137–142. DOI: 10.1007/BF01459082.