

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

И. Кикоин, Как вводятся физические величины, *Квант*, 2018, номер 6, 3–9

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.168

11 февраля 2025 г., 17:04:42



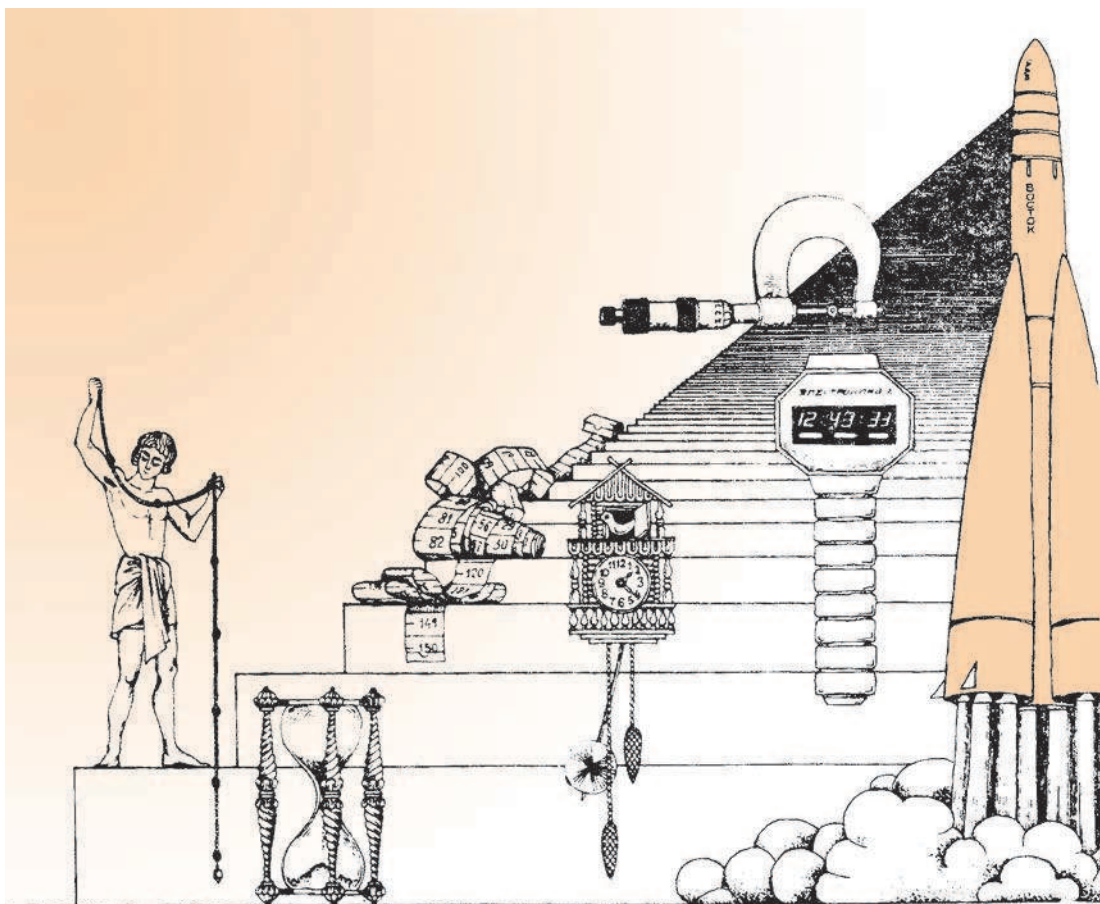
Как вводятся физические величины

И.КИКОИН

ФИЗИКА ОТЛИЧАЕТСЯ ОТ ДРУГИХ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК тем, что объективные закономерности, устанавливаемые при изучении физических явлений природы, выражаются количественно (математически). Для этого физики вводят величины, характеризующие изучаемое явление или процесс. Экспериментально устанавливаются математические соотношения между величинами в виде соответствующих урав-

нений или формул, которые называются физическими законами природы.

Как же вводятся физические величины? Для каждой физической величины должен быть указан способ ее измерения. Точнее, нельзя вводить физическую величину, не указав, по крайней мере, принципиальный способ ее измерения. Поясним это некоторыми примерами. Начнем с величин, используемых в механике.



1. Скорость

Понятие скорости введено с незапамятных времен. И можно себе представить, как это было сделано. Возможно, какой-то человек, располагающий прибором для измерения времени – это могли быть, например, солнечные часы, наблюдал за движением караванов в пустыне. Он определил, какой путь проходит караван за определенный промежуток времени. Может быть, он сделал это, сосчитав число шагов верблюда. Шаг верблюда – это мера измерения длины. Сопоставив числа,



выражающие промежуток времени и пройденный путь, он установил любопытное соотношение между ними. Оказалось, что отношение путей, пройденных караваном за любые промежутки времени, равно отношению этих промежутков времени. На современном языке это означает следующее: если обозначить путь, пройденный караваном за промежуток времени t_1 , через s_1 , а путь, пройденный караваном за промежуток времени t_2 , через s_2 , то $\frac{s_1}{s_2} = \frac{t_1}{t_2}$. Очень любопытный факт! Наблюдатель, вероятно, рассказал об этом многим из своих знакомых, и, возможно, нашелся человек, который сообразил, что указанное соотношение особого смысла не имеет, потому что оба отношения, и справа и слева, – числа отвлеченные, и ничего нет удивительного в том, что $2 = 2$ или $3 = 3$ и т.д. Он предложил переписать это соотношение в виде

$$\frac{s_1}{t_1} = \frac{s_2}{t_2}$$

и назвал эти отношения скоростью передвижения каравана. Эта величина оказалась полезной, потому что с ее помощью можно предсказать, на каком расстоянии от начального пункта движения окажется караван через любой промежуток времени. Действительно, обозначив $\frac{s}{t} = v$, сразу можно найти, что $s = vt$.

Таким образом была введена величина, которая называется скоростью. Не следует думать, что уравнение $s = vt$ есть некий закон природы. Это уравнение следует из определения того, что такое скорость. Можно было бы с таким же успехом назвать скоростью, например, отношение $\frac{s^2}{t^2} = u$. И тогда тоже можно было бы определить величину s из уравнения $s = t\sqrt{u}$. Но условились, именно условились, называть скоростью отношение $\frac{s}{t}$.

2. Ускорение

Бывают и такие движения, при которых отношение пройденных путей за любые промежутки времени равно отношению квадратов этих промежутков времени. На современном языке это записывается следующим равенством:

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2}, \quad (1)$$

где s_1 и s_2 – расстояния, пройденные движущимся телом за промежутки времени t_1 и t_2 соответственно. Такого, например, движение тел, свободно падающих в вакууме, или движение тел вниз по наклонной плоскости без трения.

Такие движения изучал знаменитый итальянский физик Галилей. Он записал уравнение (1) в виде $\frac{2s_1}{t_1^2} = \frac{2s_2}{t_2^2}$ и назвал эти отношения и вообще отношение $\frac{2s}{t^2}$ ускорением движущегося тела (материальной точки).¹ Понятие ускорения связано, очевидно, с тем, что сама скорость движущегося тела может меняться со временем.

¹ Коэффициент 2 вводится из чисто математических соображений.

**ГАЛИЛЕЙ
НАЗВАЛ ЭТО
ОТНОШЕНИЕМ
УСКОРЕНИЯ**



Если скорость пропорциональна времени, т.е. $v = v_0 + at$, то $a = \frac{v - v_0}{t}$, где $(v - v_0)$ – изменение скорости за промежуток времени t .

Таким образом была введена новая физическая величина – ускорение. Известная формула $s = \frac{at^2}{2}$ (предполагается, что начальная скорость тела равна нулю) также не выражает никакого закона природы, а есть следствие принятого определения ускорения.

В дальнейшем было введено уточнение: для правильного описания различного рода движений необходимо принять во внимание, что перемещение s , скорость v и ускорение a – величины векторные.

3. Масса

Из ряда опытов, проведенных в самых разных условиях, можно сделать вывод, что тело, бесконечно удаленное от всех других тел, не может двигаться с ускорением, если рассматривать движение относительно некоторых вполне определенных систем отсчета, которые называются инерциальными системами отсчета. Такое тело находится либо в состоянии покоя, либо движется равномерно и прямолинейно относительно инерциальной системы отсчета. Если же тело движется с ускорением, то всегда можно указать другое тело или другие тела, влияние которых вызывает ускоренное движение данного тела. В таких случаях говорят, что тела взаимодействуют друг с другом.

Рассмотрим простейший случай – когда

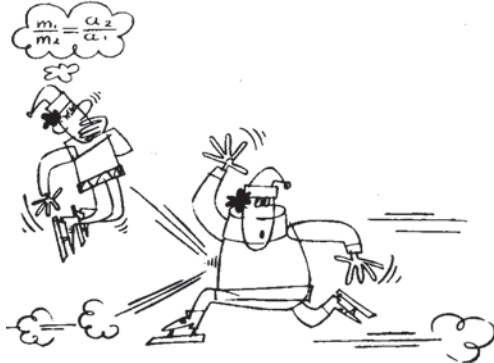
взаимодействуют два тела. Опыт показывает, что в этом случае оба тела получают ускорения, направления которых взаимно противоположны. Что касается модулей ускорений обоих тел, то они могут быть различны, но отношение модулей ускорений обоих тел остается постоянным независимо от того, в каких условиях происходит взаимодействие. Так, оно не зависит от взаимного расположения этих тел в пространстве, не зависит от времени, не зависит от скоростей обоих тел, не зависит от окружающей среды и так далее. Это отношение зависит только от свойств самих взаимодействующих тел.

В физике изучают только такие свойства тел, которые могут быть выражены числами, и для изучения тех или иных свойств в физике вводятся физические величины, характеризующие эти свойства. Когда речь идет об ускорении тела, вызванном влиянием на него другого тела, то это ускорение может быть большим или меньшим. Чем больше ускорение тела, тем, очевидно, больше изменение его скорости за данный промежуток времени. И наоборот, если ускорение тела мало, то это значит, что за тот же промежуток времени его скорость изменяется мало. Скорость не может меняться мгновенно – для всякого изменения скорости тела требуется некоторый промежуток времени.

Ускорения двух взаимодействующих тел вызваны их взаимодействием. Очевидно, что промежуток времени, в течение которого изменяются скорости двух взаимодействующих друг с другом тел, один и тот же для обоих тел – это время их взаимодействия. Ясно, что тому телу, у которого ускорение меньше, следует приписать большую *инертность* – его движение более похоже на движение по инерции. Ведь если бы ускорение тела равнялось нулю, то это означало бы, что тело движется по инерции (с постоянной по величине и направлению скоростью). А это противоречило бы предположению о взаимодействии тел. Из двух взаимодействующих тел более инертно то тело, у которого ускорение меньше, и наоборот. Следовательно, инертность есть свойство тел, которое нужно характеризо-



ЧЕМ БОЛЬШЕ МАССА — ТЕМ МЕНЬШЕ УСКОРЕНИЕ



вать некоторой величиной. Такой величиной служит масса тела.

Свойства тел, от которых зависит отношение их ускорений при взаимодействии друг с другом, мы назовем *массами* этих тел. Массу тела принято обозначать буквой m . Итак, мы ввели новую величину — массу. Но мы еще не указали способа измерения массы тела. Попробуем это сделать.

Припишем одному из двух тел массу m_1 , другому — массу m_2 , а ускорения этих тел при взаимодействии обозначим через \vec{a}_1 и \vec{a}_2 . Мы знаем из опыта, что отношение модулей ускорений всегда постоянно. Условимся, что отношение $\frac{a_2}{a_1}$ равно отношению $\frac{m_1}{m_2}$, т.е.

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}. \quad (2)$$

Это означает, что тело большей массы получает меньшее ускорение и наоборот. Ускорения измерять мы умеем, поэтому можно определить из (2) отношение масс обоих тел. Именно *отношение* масс! Но как найти значение массы каждого из тел?

Вспомним, как поступают при измерении любой физической величины. Как, например, измеряется длина тела? Для этого, как известно, выбирается эталон, длина которого принимается за единицу (в СИ — 1 метр). Тогда число, выражающее длину любого тела, определяется отношением этой длины к длине эталона. Так же мы поступим и в случае измерения массы. Выберем тело, которое будет служить эталоном, т.е. масса которого будет принята за единицу (в СИ — 1 килограмм). Обозначим массу эталона $m_э$. Теперь уже нетрудно определить массу m любого тела. Для этого нужно привести это тело во взаимодействие с эталоном и измерить ускорения обоих тел.

Обозначим ускорение эталона через $a_э$, ускорение тела, масса которого измеряется, через a . Тогда в соответствии с формулой (2) пишем $\frac{m}{m_э} = \frac{a_э}{a}$. Отсюда

$$m = \frac{a_э}{a} m_э, \quad (3)$$

т.е. *масса тела равна массе эталона, умноженной на отношение ускорения эталона к ускорению тела.*

Можно было бы, конечно, написать, что отношение масс двух тел равно квадрату обратного отношения их ускорений, корню квадратному из этого отношения или другой функции от этого отношения. Но оказалось целесообразным дать такое определение массы, которое отвечает соотношению (2). Причина этому следующая. Пользуясь соотношением (2), мы показали, как можно измерить массу любого тела, используя эталон массы. Тогда, измерив по формуле (3) массу нескольких тел, можно на опыте показать, что масса нескольких тел, сложенных вместе, равна сумме масс всех слагаемых тел. Если бы мы определили массу тела, например, так, что отношение масс равнялось бы квадрату обратного отношения их ускорений, то масса нескольких тел не равнялась бы сумме масс этих тел — как говорят, масса не обладала бы свойством аддитивности. Так что определение массы, отвечающее соотношению (2), вполне обосновано.

4. Сила

Выше было указано, что ускорение любого тела возникает при взаимодействии этого тела с другими телами. Таким образом, причиной ускорения, которое получает данное тело, служит влияние на него других тел. Нужно найти физическую величину, которая служила бы мерой этого влияния. Эту физическую величину назвали *силой*. Поэтому вместо того, чтобы говорить, что тело приобретает ускорение под влиянием других тел, говорят кратко – на тело действует сила. Как выразить силу числом? Ответ на этот вопрос дал великий английский физик Ньютон. Он сформулировал один из важнейших законов механики, который получил название второго закона Ньютона.

Если обозначить силу через \vec{F} , то второй закон Ньютона выражается уравнением

$$\vec{F} = m\vec{a}, \quad (4)$$

где \vec{a} – ускорение тела, а m – его масса. Не нужно думать, будто из уравнения (4) следует, что сила \vec{F} , действующая на тело, зависит от его массы или ускорения. Значение силы не зависит от свойств тела или от характера его движения. Оно определяется характером взаимодействия данного тела с другими телами.

К счастью, в природе имеется не так много различных типов взаимодействия. При изучении же законов механики мы сталкиваемся всего с двумя типами сил – это сила всемирного тяготения (гравитационная сила) и электростатическая сила.²

Сила всемирного тяготения определяется формулой

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

(закон всемирного тяготения Ньютона). В частности, в условиях Земли сила всемирного тяготения проявляется в виде силы



тяжести, действующей на любое тело и направленной к центру Земли.

Электростатическая сила определяется формулой

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

(закон Кулона). В механике электрические силы, характеризующие взаимодействие между заряженными частицами, из которых состоит тела, проявляются в виде сил упругости и сил трения. Сила упругости возникает при деформации тела, т.е. при изменении взаимного расположения частей тела, например при растяжении или сжатии пружины. Сила трения возникает, как известно, при движении соприкасающихся тел относительно друг друга.

Таким образом, в механике обычно изучаются три вида сил: сила всемирного тяготения, сила упругости и сила трения. Если любая из этих сил, приложенная к телу массой m , вызывает его ускорение, равное \vec{a} , то значение этой силы всегда равно $m\vec{a}$. Другими словами, если телу массой m нужно сообщить ускорение, равное \vec{a} , то к этому телу нужно приложить силу, равную $\vec{F} = m\vec{a}$ (ясно, что направление прилагаемой силы \vec{F} должно совпадать с направлением ускорения \vec{a} , которое нужно сообщить телу). При этом сила \vec{F} может быть силой тяжести (силой всемирного тяготения), силой упругости, силой трения или, наконец, геометрической суммой этих сил. В этом и заключается смысл второго закона Ньютона.

² Существуют также магнитные силы, которые своим происхождением обязаны движению электрических зарядов. Однако обычно они малы по сравнению с электростатическими силами.

Попытаемся выяснить, что послужило основанием для формулировки второго закона Ньютона. Представим себе две материальные точки A и B , взаимодействующие друг с другом, т.е. сообщающие друг другу ускорения. Опыт показывает, что направления этих ускорений взаимно противоположны. Очевидно, обе взаимодействующие материальные точки «равноправны» в том смысле, что можно взаимно поменять их обозначения. Другими словами, ни одна из взаимодействующих точек не имеет никаких преимуществ перед другой. Отсюда следует, что должна существовать физическая величина, одинаковая для обеих взаимодействующих материальных точек. Нетрудно найти такую величину. Из соотношения (2) следует

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{a_B}{a_A},$$

где m_A и m_B – массы взаимодействующих материальных точек, a_A и a_B – модули их ускорений. Таким образом,

$$m_A a_A = m_B a_B. \quad (5)$$

Вот мы и нашли величину, которая одинакова для обоих взаимодействующих тел. Эта величина характеризует взаимное влияние материальных точек друг на друга, вызывающее их ускорения. Существование такой величины и послужило основанием для формулировки второго закона Ньютона.

Учитывая, что ускорение – величина векторная, перепишем соотношение (5) в виде

$$m_A \vec{a}_A = -m_B \vec{a}_B.$$

Обозначив $m_A \vec{a}_A = \vec{F}_A$ и $m_B \vec{a}_B = \vec{F}_B$, получим

$$\vec{F}_A = -\vec{F}_B.$$

Векторные величины \vec{F}_A и \vec{F}_B Ньютон назвал *силами*. Как видно, *сила, с которой материальная точка A действует на материальную точку B , равна по модулю, но противоположна по направлению силе, с которой материальная точка B действует на материальную точку A* . Это утверждение выражает третий закон Ньютона. Иногда кратко этот закон фор-

мулируют так: действие равно противодействию.

Из всего сказанного о физической величине, называемой силой, следует, что единственный результат действия силы на тело – это приобретаемое телом ускорение.

5. Импульс

Мы уже знаем, что при взаимодействии двух тел оба тела получают ускорения, которые зависят от их масс. Но можно найти величину, которая будет одинакова для обоих взаимодействующих тел и не будет зависеть от масс этих тел.

Эту величину мы найдем, переписав второй закон Ньютона – $\vec{F} = m\vec{a}$ – в несколько измененном виде. Вспомним, что ускорение тела можно записать как $\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$.

Тогда $\vec{F} = m \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$, откуда

$$\vec{F}t = m\vec{v} - m\vec{v}_0.$$



Величина $m\vec{v}$ получила название импульса тела, а величина $\vec{F}t$ – импульса силы.

Теперь мы можем сказать, что при взаимодействии двух тел изменяется импульс каждого из них. Но, в соответствии с третьим законом Ньютона, импульсы сил, с которыми тела действуют друг на друга, равны по модулю и направлены в противоположные стороны. Поэтому и изменения импульсов обоих тел также равны по модулю и взаимно противоположны по направлению. Значит, *геометрическая сумма импульсов взаимодействующих тел остается постоянной при любом взаимодействии этих тел*. Это утверждение называют законом сохранения импульса. Можно показать, что закон сохранения импульса справедлив не только для двух, но и для любого числа взаимодействующих друг с другом тел. Это – один из важнейших законов природы.

6. Работа и энергия

Импульс силы мы определили как произведение силы \vec{F} на время ее действия t . По аналогии можно ввести величину, равную произведению силы, действующей на тело, на перемещение тела. Эту величину называют *работой* силы. В том случае, когда направления векторов силы \vec{F} и перемещения \vec{s} совпадают, работа силы равна Fs . В общем же случае, когда направление силы и направление перемещения тела составляют угол α друг с другом, выражение для работы имеет вид

$$A = Fs \cos \alpha.$$

В отличие от импульса тела, который есть величина векторная, работа – величина скалярная.

Можно доказать, что работа сил, действующих на тело, всегда равна

$$A = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}. \quad (6)$$

Величину $\frac{mv^2}{2}$ называют *кинетической энергией* движущегося тела. Равенство (6) выражает так называемую теорему о кинетической энергии: *изменение кинетической энергии тела равно работе действу-*



ющих на тело сил. Напомним, что взаимодействие тел можно характеризовать не только силой, но и *потенциальной энергией*. Для потенциальной энергии справедлива следующая теорема: *изменение потенциальной энергии взаимодействующих тел, взятое с противоположным знаком, равно работе сил взаимодействия*.

Таким образом, мы ввели три важные физические величины – работу сил, кинетическую энергию *тела* и потенциальную энергию *взаимодействия* тел. Нетрудно показать, что для системы тел, взаимодействующих друг с другом силами тяготения и упругости, справедлив закон сохранения полной энергии: *сумма потенциальной и кинетической энергий взаимодействующих друг с другом тел остается неизменной*.

Закон сохранения энергии и закон сохранения импульса представляют собой наиболее общие законы природы.

* * *

Мы привели ряд примеров того, как вводятся физические величины. Из этих примеров видно, насколько важно правильно выбрать физические величины, характеризующие то или иное явление. Мы ограничились только величинами, характеризующими механическое движение. Рациональное введение физических величин позволило открыть и сформулировать ряд важных законов классической механики (ньютоновской механики). Эти законы нашли широчайшее применение во многих областях техники. По тем же принципам вводятся физические величины и в других разделах физики.