А. А. Заусаев, Исследование вклада релятивистских эффектов в эволюцию короткопериодических комет, *Матем. моделирование и краев. задачи*, 2004, часть 3, 116–119

Увеличить устойчивость и сходимость метода можно с помощью искусственного приема, полагая, что α_n равно значению погрешности, допускаемой при решении данной задачи. При этом A_i также вычисляются с меньшей погрешностью. Использование этого приема позволило разработать алгоритмы и программу для метода Эверхарта до 31-го порядка, эффективность которого возрастает с увеличением порядка аппроксимирующей формулы. Применение данной программы к решению систем дифференциальных уравнений показало, что удвоение шага интегрирования без потери точности соответствует повышению порядка метода на 4 единицы, в то время как затраты машинного времени возрастают в 1,2 раза. Метод Эверхарта универсален и может быть использован для решения большого класса нелинейных систем дифференциальных уравнений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Everhart E.* Imp1icit sing1e methods for integrating orbits. // Ce1estia1 mechanics. 1974. №.10. P.35-55.
2. *Бордовицина Т.В.* Современные численные методы в задачах небесной механики. М.: Наука, 1984. С.136.
3. *Борунов В.П., Иванов В.А ., Миронов С.В.* Сравнение эффективности методов Фелберга, Дормана-Принса и Эверхарта численного интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Применение систем Mathematica и Map1e в научных исследованиях. М.: ВЦ РАН, 2001. С. 17-62.

УДК 521.1

А.А. Заусаев

ИССЛЕДОВАНИЕ ВКЛАДА РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭФФЕКТОВ В ЭВОЛЮЦИЮ КОРОТКОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ

Особенность короткопериодических комет заключается в том, что они относятся к объектам, которые возникли на последней стадии формирования Солнечной системы. Именно поэтому исследование их эволюции представляет особый интерес. Однако, в силу того, что большинство комет имеют тесные сближения с большими планетами, элементы их орбит заметно изменяются даже на коротких интервалах времени. Физические, и динамические особенности короткопериодических комет приводят к тому, что исследование их движения стандартными небесно-механическими методами является достаточно трудной задачей.

Для большинства объектов не удается согласовать численную теорию с наблюдениями без привлечения негравитационных эффектов – дополнительных сил, искусственно введенных в дифференциальные уравнения движения. Учет возмущающего действия от больших планет производится на основе решения задачи *n* тел, при этом релятивистские эффекты, как правило, не принимаются во внимание.

В данной работе рассмотрены три типа уравнений движения комет с учетом возмущений от 9 больших планет (Меркурий-Плутон).

В гелиоцентрической системе уравнения движения в задаче *n* тел имеют вид [3]

$$\ddot{X} = -k^2(1+m)\frac{X}{r^3} + \sum_i k^2 m_i \left(\frac{X_i - X}{\Delta_i^3} - \frac{X_i}{r_i^3} \right), \qquad (1)$$

гелиоцентрические уравнения движения *n* тел с учетом лишь ньютоновских и шварцшильдовских членов представляются в виде [4]

$$\ddot{X} = -k^2(1+m)\frac{X}{r^3} + \sum_i k^2 m_i \left(\frac{X_i - X}{\Delta_i^3} - \frac{X_i}{r_i^3} \right) + \frac{k^2}{c^2}\left[(4-2\alpha)\frac{k^2 X_i}{r^4} - \right.$$
$$\left. -(1+\alpha)\frac{\dot{r}_i^2}{r_i^3} X_i + 3\alpha \frac{(X_i \dot{X}_i)^2}{r_i^5} + (4-2\alpha)\frac{X_i \dot{X}_i}{r_i^3}\dot{X}_i \right], \qquad (2)$$

а релятивистские уравнения, основанные на механике специальной теории относительности, запишутся в виде [4]

$$\ddot{X} = \sqrt{1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2}}\left(\ddot{X}^* - \frac{\dot{X}^2}{c^2}\ddot{X}^* \right). \qquad (3)$$

В приведенных уравнениях X - матрица-столбец с элементами x, y, z ; X_i - матрица-столбец с элементами x_i, y_i, z_i; m, x, y, z - масса и гелиоцентрические координаты возмущающей планеты; m_i, x_i - массы и гелиоцентрические координаты возмущающих планет; r, Δ_i, r_i - расстояния, вычисляемые по формулам: $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, $\Delta_i^2 = (x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2$, $r_i^2 = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$; c - скорость света в пустоте, $\dot{X}^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2$, $X\dot{X} = x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z}$, $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ - проекции скорости; коэффициент α для стандартной прямоугольной системы равен единице; $\ddot{X}^*$ в уравнении (3) - ускорение изучаемого объекта, вычисленное по формуле (1).

Исследование вклада релятивистских эффектов в движение короткопериодических комет, проведено на основе данных «Атласа динамической эволюции короткопериодических комет» A.Carusi, L.Kresak, G.B.Valsecchi на интервале времени 100 лет от момента последнего прохождения кометы через перигелий (точки минимального расстояния кометы от Солнца).

Изменения элементов орбит 109-ти комет, содержащихся в вышеуказанном Атласе, были рассчитаны путем численного интегрирования уравнений движения (1) - (3). Интегрирование проведено методом Эверхарта 31 порядка [1, 2].

Сопоставляя результаты вычислений, можно сделать вывод, что наибольший вклад в изменение элементов орбит комет вносит учет шварцшильдовских членов. В таблице приведены абсолютные величины разностей основных элементов орбит комет, рассчитанных на основании уравнений (1) и (2). В данной таблице представлены 15 комет, у которых расхождения в истинных аномалиях на конце интервала интегрирования превышает 10 секунд дуги.

Разности в элементах орбит при решении задачи *n* тел и уравнений движения с учетом ньютоновских и шварцшильдовских членов

	ΔM	Δa	Δe	$\Delta\omega$	$\Delta\Omega$	Δi	$\Delta\upsilon$
2 P/Encke	53.59328	0.00000	0.00000	1.45993	0.31753	0.00584	12.50796
3 D/Biela	14.80612	0.00000	0.00000	0.79939	0.18292	0.20227	20.32362
16 P/Brooks2	39.97416	0.00002	0.00000	8.72835	5.59665	0.20389	18.92162
18 P/Perrine-Mrkos	397.89521	0.00004	0.00000	9.83955	4.73275	5.86559	316.66146
21 P/Giacobini-Zinner	9.09269	0.00001	0.00000	1.71398	0.14134	0.20920	24.22219
34 P/Gale	1.67307	0.00000	0.00000	0.31707	0.14156	0.01683	10.36701
37 P/Forbes	12.87758	0.00000	0.00000	3.91247	2.35953	1.96404	12.79355
43 P/Wolf-Harrington	16.30587	0.00001	0.00000	0.09179	0.46176	0.33886	17.44194
51 P/Harrington	52.25865	0.00010	0.00001	74.42198	52.06563	1.12942	22.22189
53 P/Van Biesbroeck	13.96945	0.00000	0.00000	16.86770	18.65302	1.00426	37.03816
54 P/de Vico-Swift	112.27140	0.00008	0.00002	21.75441	17.84728	4.31890	93.13196
78 P/Gehrels 2	58.49095	0.00006	0.00001	12.78237	2.40701	0.95833	80.03446
82 P/Gehrels 3	121.43916	0.00006	0.00002	3.94564	32.40779	1.18782	172.42819
87 P/Bus	9.41573	0.00005	0.00001	19.88440	10.98772	0.49236	13.50822
95 P/Machholz	5346.58463	0.00660	0.00007	13.52407	16.72931	59.16188	20199.26217

Здесь ΔM , $\Delta\omega$, $\Delta\Omega$, Δi , $\Delta\upsilon$ имеют размерность секунд дуги, а Δa - астрономических единиц.

Следует заметить, что у комет P/Perrine-Mrkos и P/Machholz данные расхождения у истинных аномалий достигают 317 и 20199 секунд дуги соответственно, это можно объяснить тем, что эти кометы на исследуемом интервале времени будут иметь тесные сближения с Юпитером.

Результаты проведенных исследований показывают, что при долговременных прогнозах точных положений короткопериодических комет необходим учет релятивистских эффектов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Everhart E.* Imp1icit sing1e methods for integrating orbits. // Ce1estia1 mechanics. 1974. №.10. P.35-55.
2. *Бордовицина Т.В.* Современные численные методы в задачах небесной механики. М.: Наука, 1984. С.136.
3. *Чеботарев Г.А.* Аналитические и численные методы небесной механики. М.-Л.: Наука, 1965. С.367.
4. *Брумберг В.А.* Релятивистская небесная механика. М.: Наука. 1972. 382 с.

УДК 517.956

Л.А. Игнаткина

ЗАДАЧА J_2 ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА И ЕДИНСТВЕННОСТЬ ЕЕ РЕШЕНИЯ

Пусть область $D = D^+ \cup D_0 \cup D_1^- \cup D_2^-$, где D^+ - область, ограниченная сверху полуокружностью Γ_0 с центром в точке $C\left(\frac{1}{2},0\right)$ радиуса $\frac{1}{2}$, снизу – осью OX ; $D_0 = \{(x,y) \in R^2 : y = 0, x \in (0,1)\}$; D_1^- - треугольник с вершинами в точках $O(0,0)$, C, $E\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$; D_2^- - квадрат с вершинами в точках C, E, $A\left(1,-\frac{1}{2}\right)$, $B(1,0)$.