



# Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

V. G. Drinfeld, On my work “Cohomologies of compactified varieties of modules of  $F$ -bundles of the rank  $2_n$ ”, *Zap. Nauchn. Sem. LOMI*, 1988, Volume 168, 45–47

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use  
<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.175

February 15, 2025, 23:23:45



К МОЕЙ РАБОТЕ "КОГОМОЛОГИИ КОМПАКТИФИЦИРОВАННЫХ МНОГООБРАЗИЙ МОДУЛЕЙ F-ПУЧКОВ РАНГА 2" (В кн.: Автоморфные функции и теория чисел. III. Зап.науч.семина.ЛОМИ, 1987, т.162, с.107-158).

Ниже исправляются ошибки, допущенные в работе [I], а также указываются имеющиеся в ней опечатки.

Предложение 2.2 в том виде, как оно сформулировано в [I], неверно. Однако используется оно в [I] при дополнительном предположении, что  $\mathcal{L}$  - это F-пучок типа  $(m, n)$ , где  $2m \geq n$ , а при этом предположении оно справедливо и доказано в [I]. Более того, рассуждения, приведенные в [I], показывают, что предложение 2.2 справедливо, если предположить лишь, что для любого  $s \in S_{deg}$  степень канонического F-подпучка  $\mathcal{A}_s \subset \mathcal{L}_s$  больше или равна  $\frac{1}{2} \cdot deg \mathcal{L}_s$  (неравенство  $2 \cdot deg \mathcal{A}_s \geq deg \mathcal{L}_s$  неявно использовано в [I], т.к. теорема 2.I справедлива только если  $2m \geq n$ ). Вот пример, показывающий существенность условия  $2 \cdot deg \mathcal{A}_s \geq deg \mathcal{L}_s$ . Пусть  $O$  - полное дискретно нормированное кольцо,  $E$  - его поле частных,  $\alpha$  - поле вычетов. Пусть  $\mathcal{A}^0$  - это F-пучок над  $O$  ранга 1 с нулем  $\alpha$  и полюсом  $\beta$ , где  $\alpha |_{Spec \alpha} = \beta |_{Spec \alpha}$ , но  $F\eta^i \circ \alpha \neq F\eta^j \circ \beta$  для любых  $i, j$ . Пусть  $\mathcal{B}^0$  - обратный образ обратимого пучка на  $X$  при морфизме  $X \otimes O \rightarrow X$ ,  $\mathcal{L}^0 = \mathcal{A}^0 \oplus \mathcal{B}^0$ . Тогда  $\mathcal{L}^0$  является F-пучком ранга 2. Пусть  $\mathcal{L}$  и  $\mathcal{L}^\alpha$  - ограничения  $\mathcal{L}^0$  на  $Spec E$  и  $Spec \alpha$ . В  $\mathcal{L}^\alpha$  существует F-подпучок  $C$  ранга 1, отличный от  $\mathcal{A}^\alpha$  и  $\mathcal{B}^\alpha$ . Согласно [I, § 3],  $\mathcal{L}$  можно продолжить до F-пучка  $\tilde{\mathcal{L}}^0$  над  $O$  так, чтобы  $\mathcal{L}^0 \subset \tilde{\mathcal{L}}^0$  и образ  $\mathcal{L}^\alpha$  в  $\tilde{\mathcal{L}}^\alpha$  содержался в  $C$ . Так как этот образ отличен от нуля, то автоморфизм  $\mathcal{L}$  с матрицей  $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $a \in F_q^*$ ,  $a \neq 1$ , не продолжается до автоморфизма  $\tilde{\mathcal{L}}^0$ . Поэтому схема  $Aut \tilde{\mathcal{L}}$  не является конечной над  $Spec O$ .

В доказательстве предложения 2.II (стр.141) имеются неточность и ошибка. Неточность в том, что слова "универсальные F-пучки над  $U$  и  $U^0$ " (стр.141, строка -12, т.е. 12 снизу) имеют смысл только в том случае, когда  $|D - \{x\}| \geq 2m - n + 2$  для всех  $x \in X$ . Эта неточность несущественна, т.к. доказательство легко сводится к указанному случаю. Ошибочна последняя фраза доказательства, так как  $\mathcal{L}$  - не одномерный, а двумерный пучок.

Эту фразу надо заменить следующими: "Поэтому подпространство  $Z \subset U \times \{v\}$ , заданное уравнением  $\zeta = 0$ , непусто.

С другой стороны,  $Z \cap (U^0 \times \{v\}) = \emptyset$ . Это противоречит тому, что  $(Fr_U \times id_{\{v\}})^{-1}(Z) \subset Z$  и, следовательно,  $Z$  открыто в  $U \times \{v\}$ .

Равенство  $V = \bigoplus_{\pi} (\pi \otimes V_{\pi})$  (стр.152, строка -8) необоснованно. Правильный ход рассуждений таков. Из равенства  $Tr(\Phi, V) = 4 \cdot Tr(\Phi, \mathcal{H}_0^j)$  следует, что  $V = \bigoplus_{\pi} V_{\pi}$ , где  $\pi$  пробегает множество неприводимых представлений  $GL(2, \mathcal{O})$ , входящих в  $\mathcal{H}_0^j$ , а  $V_{\pi}$  - это  $GL(2, \mathcal{O})$  - подмодуль в  $V$  длины 4, у которого неприводимые подфакторы изоморфны  $\pi$  (полупростота  $V_{\pi}$  не очевидна). Так как  $\text{Hom}_{GL(2, \mathcal{O})}(V_{\pi_1}, V_{\pi_2}) = 0$  при  $\pi_1 \neq \pi_2$ , то  $V_{\pi}$  инвариантны относительно  $W_K \times W_K$ . Полуупрощение  $V_{\pi}$  как  $(GL(2, \mathcal{O}) \times W_K \times W_K)$  - модуля изоморфно  $\pi \otimes V_{\pi}$ , где  $V_{\pi}$  - некоторое 4-мерное представление  $W_K \times W_K$ . Приведенные в [I] рассуждения показывают, что  $V_{\pi} = \rho_{\pi} \otimes \rho_{\mathcal{H}}^{\pi}$  и, в частности,  $V_{\pi}$  - неприводимый  $(W_K \times W_K)$  - модуль. Поэтому  $V_{\pi} = \pi \otimes V_{\pi}$ , откуда  $V = \bigoplus_{\pi} (\pi \otimes V_{\pi})$ .

Привожу список опечаток. На стр.107 в строке -I нужно первое  $Pic_{\mathcal{D}} X$  заменить на  $\underline{Pic}_{\mathcal{D}} X$ . Стр.110, строка I: "превращение" заменить на "необращение". Стр.112, строка -10: заменить  $\rightarrow$  на  $\subset$ . Стр.115, строка 14: после  $\mathcal{E}$  и  $\mathcal{L}'$  пропущен знак  $=$ . Стр.120, строка 3:  $|D| - 2m + n - g - 2$  нужно заменить на  $|D| - 2m + n + g - 2$ . Стр.124, строка 9: заменить  $\chi^3$  на  $(X - \mathcal{D})^2 \times X$ . Стр.126, строка 7: заменить  $i_1 = i_2$  на  $i_1 \neq i_2$ . Стр.128, строка 12: заменить  $\in$  на  $\notin$ . Стр.129, строка 13: заменить  $V$  на  $\check{V}$ . Стр.129, строки 13,14: заменить  $e_1$  на  $e_i$ . Стр.132, строка 3: после  $\varphi(\lambda)$  пропущен знак  $=$ . Стр.132, строка 6: заменить "наименьшее" словом "наибольшее". Стр.133, строка -I: после "если" пропущено "по". Стр.134, строка -7: нужно заменить  $f$  на  $\bar{f}$ . Стр.136, строка 3: заменить  $F \otimes_B B$  на  $F \otimes_B \check{B}$ . Стр.136, строка 18: заменить  $H_{\mathcal{D}}^{m,n}$  на  $H_{\mathcal{D}}^{m,n}$ . Стр.136, строка -5: заменить  $\bar{M}_{\mathcal{D}, deg}^{m,n}$  на  $\bar{M}_{\mathcal{D}}^{m,n}$ . Стр.137, строка -3: заменить  $H_{\mathcal{D}}^{m,n}$  на  $\check{H}_{\mathcal{D}}^{m,n}$ . Стр.139, строка 13: заменить  $\Lambda_{\mathcal{D}}$  на  $\Lambda_{\Delta}$ . Стр.140, строка 3: заменить  $I^1$  на  $I_{\mathcal{D}}^1$ ,  $\Lambda_{\Delta}$  на  $\Lambda_{\Delta} \otimes B$ ,  $\mathcal{F}(2\Gamma_{\frac{1}{5}})$  на  $\mathcal{F}(2\Gamma_{\frac{1}{5}} - \mathcal{D})$ . Стр.140, строки 3,4,6: заменить  $\mathcal{F}^{-1}(-2\Gamma_{\frac{1}{5}})$  на  $\mathcal{F}^{-1}(\mathcal{D} - 2\Gamma_{\frac{1}{5}})$ . Стр.140, строки 5, 6: заменить  $\mathcal{F}^{-1}(-\Gamma_{Fr_{\mathcal{O}\mathcal{D}}} - \Gamma_{Fr_{\mathcal{O}B}})$  на  $\mathcal{F}^{-1}(\mathcal{D} - \Gamma_{Fr_{\mathcal{O}\mathcal{D}}} - \Gamma_{Fr_{\mathcal{O}B}})$ . Стр.140, строка 8: заменить  $Fr^{i_{\mathcal{O}B}}$  на  $Fr^{i_{\beta}}$ . Стр.140, строка 10: заменить  $Fr^{i-1}$  на  $Fr^{j-1}$ ,  $\mathcal{F}^{-1}(-2\Gamma_{\frac{1}{5}} - \delta)$  на  $\mathcal{F}^{-1}(\mathcal{D} - 2\Gamma_{\frac{1}{5}} - \delta)$ . Стр.141, строки -6,

-5: заменить  $id_U \times F_{U,V}$  на  $F_{U,V} \times id_V$  . Стр.141,  
 строка -I: заменить  $\overline{M}_{\mathcal{D}, deg}^{m,n}$  на  $\overline{M}_{\mathcal{D}}^{m,n}$  . Стр.142, стро-  
 ка 15: заменить  $0$  на  $\emptyset$  . Стр.142, строка 19: заменить  
 $\overline{M}_{\mathcal{D}, n}^{m,n}$  на  $\overline{M}_{\mathcal{D}}^{m,n}$  . Стр.143, строка -3: заменить  $\mathbb{Z}$  на  
 $\mathbb{Z}_l$  . Стр.144, строка -I: заменить  $\overline{M}_{\mathcal{D}'}^{m,n}$  на  $\overline{M}_{\mathcal{D}'}^{m,n'}$  .  
 Стр.145, строка -II: заменить  $(X-D)^2$  на  $(X-D')^2$  . Стр.146,  
 строка 4: заменить  $(\beta, \alpha, -b, -a)$  на  $(\beta, \alpha, \xi, -b, -a)$  . Стр.147,  
 строка -9: заменить  $0$  на  $\emptyset$  . Стр.148, строка 12: заменить  
 $h^{-1}$  на  $(\det h)^{-1}$  . Стр.149, строка I: заменить  $C\tilde{\omega}$  на  
 $\overline{C}\tilde{\omega}$  . Стр.150, строка -9: заменить  $J\overline{M}_{\overline{K}}$  на  $J \setminus \overline{M}_{\overline{K}}$  .  
 Стр.151, строка -12: заменить  $>$  на  $\leq$  . Стр.151, стро-  
 ка -10: заменить  $=$  на  $\rightarrow$  . Стр.153, строки 5, 6: заме-  
 нить  $\neq$  на  $\notin$  . Стр.153, строка 5: заменить  $0$  на  $2$  .  
 Стр.153, строка -9: заменить  $\rho$  на  $\sigma$  . Стр.155, строка -9:  
 заменить  $T_{v,w}(\phi^{i+N_d, j+N_e})$  на  $T_{v,w}(\phi^{i+N_d, j+N_e}, \mathcal{K}_0^J)$  .  
 Стр.156, строка 10: заменить  $\neq$  на  $>>$  .

#### Литература

1. Дринфельд В.Г. Когомологии компактифицированных многообразий модулей  $F$ -пучков ранга  $2$  . - В кн.: Автоморфные функции и теория чисел. III. Зап.науч.семинар.ЛОМИ, 1987, т.162, с.107-158.