В. Г. Кадышевский, К вопросу о спектре масс и фундаментальной длине в теории поля, *Докл. АН СССР*, 1960, том 131, номер 6, 1305–1307

Доклады Академии наук СССР
1960. Том 131, № 6

ФИЗИКА

В. Г. КАДЫШЕВСКИЙ

К ВОПРОСУ О СПЕКТРЕ МАСС И ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ДЛИНЕ В ТЕОРИИ ПОЛЯ

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 28 XII 1959)

§ 1. В современной теории поля не содержится постоянной размерности длины, и поэтому нельзя вычислить массы элементарных частиц. Однако некоторая информация о спектре масс может быть получена уже сейчас. А именно, пользуясь свойствами группы автоморфизмов, можно показать, что если система всех одночастичных амплитуд состояния преобразуется по некоторому неприводимому представлению группы Лоренца, то масса в этой системе — непрерывный параметр ([1]).

Будем обозначать неоднородную группу Лоренца через L, а ее элемент через (Λ, a), где Λ — 4-поворот, a — 4-трансляция. Групповое свойство $(N, b)(M, c) = (\Lambda, a)$ в матричной форме, очевидно, выглядит так:

$$a = b + Mc, \quad \Lambda = MN. \tag{1}$$

Преобразование

$$a_0 = \nu a, \quad \Lambda^0 = \Lambda, \tag{2}$$

где ν — любое вещественное число, с учетом (1), есть автоморфизм L. Пусть $\{|p_{(n)}\rangle\}$, где $p^2_{(n)} = m^2_n$ — система всевозможных одночастичных состояний. Хорошо известно унитарное представление $T(a)$ подгруппы трансляций из L, по которому преобразуются эти векторы:

$$T(a)\,|p_{(n)}\rangle = e^{-i(p_{(n)},\, a)}\,|p_{(n)}\rangle. \tag{3}$$

Совершим над L преобразование (2) и найдем вид представления $T^0(a)$:

$$T(a^0) = T(\nu a) = T^0(a),$$

или

$$e^{-i(p_{(n)},\, a^0)} = e^{-i(p_{(n)},\, \nu a)} = e^{-i(\nu p_{(n)},\, a)} = e^{-i(p',\, a)}.$$

Поскольку представления $T(a)$ и $T^0(a)$ реализуют один и тот же базис в пространстве одночастичных амплитуд, обязательно должно существовать состояние $|p'\rangle$, для которого $p'^2 = \nu^2 m^2$. Тем самым, в силу произвола ν, доказана непрерывность масс частиц системы $\{|p_{(n)}\rangle\}$.

§ 2. Так как непрерывность ν есть неизменное свойство группы L, то в целях построения дискретного спектра масс в теории необходимо заменить L какой-то новой группой. Проделаем это самым простым и экономным образом. Поскольку $\Lambda^0 = \Lambda$, мы не будем трогать чистые 4-повороты, а займемся лишь трансляцией

$$x^{i'} = x^i + a^i. \tag{4}$$

Очевидно, имеются всего две возможности для видоизменения (1^0) или обобщения (2^0) преобразования (4).

1^0. Точки x^i образуют счетное множество, a^0 и a кратны некоторому «кванту пространства» l. При этом $\nu = a^0/a$ будет дискретным, но данный вариант все же придется оставить, поскольку любая теория с квантованным пространством — временем в целом неудовлетворительна.

2^0. Преобразования (4) трансляции 4-мира являются подгруппой группы трансляций пространства более высокого числа измерений, например 5-мира. Дополнительное 5-е измерение должно обладать таким свойством, которое позволит пользоваться лишь дискретным параметром ν и иметь, таким образом, дискретный спектр масс. Тогда нам необходимо выяснить, каким образом можно наиболее разумно ввести 5-е измерение и как наделить его указанным свойством.

§ 3. Если частицы разных масс интерпретировать как различные массовые состояния единого материального поля, то саму массу m можно считать динамической переменной этого поля. Тогда естественно ввести 5-е измерение как координату, канонически сопряженную с m, и писать уравнения движения полей в виде

$$\left(i\frac{\hat{\partial}}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial x_5}\right)\phi = 0, \qquad \left(\Box + \frac{\partial^2}{\partial x_5^2}\right)\varphi = 0. \tag{5}$$

Так как в (5) нет взаимодействия, спектр масс будет дискретным лишь при условии периодичности полей ϕ и φ по x_5, т. е. 5-я координата должна быть замкнутой с некоторым периодом l ([2]). В этом случае имеем $m_n = 2\pi n/l$, где $n = 0, 1, 2, \ldots$ Если выбрать $l/2\pi = 2r_0 = 5{,}6 \cdot 10^{-13}$ см (r_0— «классический радиус» электрона), то получаем окончательную формулу для масс ([2],[3])

$$m_n = \frac{137}{2} n m_e \tag{6}$$

(m_e— масса электрона).

Полагая в (6) $n = 0; 3; 4; 14; 27, \ldots$, находим значения масс (в единицах m_e); 0; 205,5; 274; 959; 1849,5, которые близки к массам фотона, μ-, π-, K-мезонов, нуклона и т. д. Электрон в данной схеме должен иметь чисто полевую массу. Любопытно также и то обстоятельство, что в формуле (6) для выписанных частиц четным n соответствуют бозоны, нечетным — фермионы. Если считать это соответствие обязательным для всех промежуточных и более тяжелых частиц, то становится удобным пользоваться разложением Фурье по 5-й координтте.

Замечание. Дискретный спектр масс мы получили, считая 5-ю координату замкнутой. Можно доказать, что и параметр ν автоморфизма (2) при этом тоже дискретный.

§ 4. Введенное выше 5-е измерение можно назвать аналогом собственного времени частицы (s), поскольку в обычной теории величины m и s обладают большой долей симметрии, присущей канонически сопряженным переменным. В самом деле, если $A = -m\int_{s_0} ds$ — классический интеграл действия, то, наряду с соотношениями $E = -\partial A/\partial t$, $\mathbf{p} = \partial A/\partial \mathbf{x}$, можно записать равенство $m = -\partial A/\partial s$. Кроме того, для всех частиц всегда $m^2 \geqslant 0$ и $s^2 \geqslant 0$, причем, если $m^2 \equiv 0$, то $s^2 \equiv 0$. В пределе «геометрической оптики» ($\hbar \to 0$) частицы в 5-мире распространяются по характеристическому конусу $t^2 - \mathbf{x}^2 - x_5^2 = 0$, т. е. в этом случае x_5 просто равно s. Так как m и S — внутренние параметры частицы, то и x_5 естественно считать не каким-то дополнительным измерением пространства, а внутренней степенью свободы материи, находящейся в точке $(\mathbf{x}, t)$ К тому же 5-я координата, в отличие от переменных x, y, z, имеет микроскопическую область изменения.

§ 5. Так как всегда $x_5 \ll l$, то при $|\mathbf{x}|$, $t \gg l$ в квадрате 5-расстояния $S^2 = t^2 - \mathbf{x}^2 - x_5^2$ можно пренебречь последним членом; 5-теория переходит при этом в 4-теорию, а период l играет роль «фундаментальной длины». При малых интервалах (высоких энергиях) требования 5-теории сводятся к одновременному рассмотрению всех возможных массовых состояний поля ([4]), а значит, и всего многообразия взаимодействий. Учитывая малость 5-й координаты по сравнению с большей частью значений x, t, мы можем усреднить 5-интервал по x_5; в результате получается 4-форма $s^2 = x^2 - a^2$ (здесь $a \sim l$), которую нужно считать более подходящей для описания пространства — времени, чем обычный интервал $s^2 = x^2$. Как показано в ([5]), в теории с интервалом $s^2 = x^2 - a^2$ нет расходимостей, но зато существуют индефинитные плотности некоторых физических количеств и индефинитная метрика в гильбертовом пространстве состояний. В рамках изложенного последнее обстоятельство обусловлено незаконностью усреднения по x_5 при малых x^2.

Автор выражает глубокую благодарнсеть участникам семинара, руководимого Н. Н. Боголюбовым, и М. А. Маркову за плодотворное обсуждение.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
25 XII 1959

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] E. Wigner, Ann. of Math., 40, 149 (1939). [2] П. Кард, ЖЭТФ, 27, 263 (1954). [3] Nambu, Progr. Theor. Phys., 7, 595 (1952). [4] Ю. Б. Румер, Исследования по пятиоптике, М., 1956, стр. 65. [5] M. A. Markov, Nucl. Phys., 10, 140 (1959); A. A. Komar, M. A. Markov, Nucl. Phys., 12, 190 (1959).