

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Э. Б. Абубакиров, М. И. Петелин, Роль несинхронной составляющей высокочастотного поля в релятивистских электронных СВЧ генераторах черенковского типа,  
*ЖТФ*, 1988, том 58, выпуск 6, 1085–1089

<https://www.mathnet.ru/jtf2884>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.175

17 мая 2025 г., 21:08:35



УДК 621.385.6

**РОЛЬ НЕСИНХРОННОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ  
ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ПОЛЯ  
В РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ СВЧ ГЕНЕРАТОРАХ  
ЧЕРЕНКОВСКОГО ТИПА***Э. Б. Абубажиров, М. И. Петелин*

Анализируется комбинированное воздействие на движение релятивистских электронов со стороны полей, синхронных и несинхронных электронному пучку пространственных гармоник собственных волн периодической электродинамической системы; при этом учет несинхронной гармоник основан на релятивистском обобщении метода усредненной высокочастотной силы («силы Капицы—Миллера»). Приведены оценки выходной мощности релятивистского СВЧ генератора, при которой несинхронные взаимодействия приобретают определяющий характер. Показано, что в режимах, обеспечивающих в отсутствие несинхронного взаимодействия достижение максимального КПД, рост амплитуды несинхронного поля ведет к падению эффективности прибора.

В мощных релятивистских электронных СВЧ приборах часто прибегают к «разделению труда» между различными пространственными гармониками собственных волн электродинамических систем: наибольшая по амплитуде («нулевая») гармоника  $E_0$  является основным носителем высокочастотной энергии, а относительно небольшая ( $|E_{\text{синх}}| \ll |E_0|$ ), находящаяся в синхронизме с электронами (+1)-я или (-1)-я гармоника  $E_{\text{синх}}$  осуществляет основной энергообмен волны с электронным пучком. В режиме малого сигнала влияние несинхронной гармоник, как правило, пренебрежимо мало, однако при работе того же прибора в режиме насыщения амплитуда электрического поля нулевой гармоник  $E_0$  может стать настолько большой, что приращение энергии электрона за половину периода высокочастотного поля может превысить начальную энергию частицы

$$E_0(\lambda/2) \cong U_0 \quad (1)$$

( $U_0$  — ускоряющее напряжение), и тогда взаимодействие несинхронного поля на электроны игнорировать уже нельзя.

Наиболее остро вопрос о влиянии несинхронных полей встает в тех приборах, где рабочая мода принадлежит к электрическому  $E$  типу и обладает малой групповой скоростью  $v_{гр} = h_0/\omega \ll c$ , так как для  $E$ -волн  $E_0 \sim \sqrt{P/Sv_{гр}}$ . Здесь  $P$  — мощность, переносимая волной;  $S$  — площадь сечения волновода;  $h_0$  — волновое число нулевой гармоник. К таким приборам прежде всего относится релятивистский оротрон, а также релятивистский карсинотрон традиционной конструкции (см., например, [1]), где в результате отражения рабочей волны на катодном конце генератора напряженности полей удваиваются.

**Релятивистское обобщение усредненной высокочастотной силы**

Рассмотрим вначале воздействие на электроны отдельно несинхронной гармоник, пренебрегая синхронной. Для описания такого воздействия привлекается метод усредненной высокочастотной силы («силы Капицы—Мил-

лера» [2, 3]. В каноническом варианте [2] этот метод применим к слаборелятивистским частицам. Однако он может быть использован и для релятивистских электронов, направляемых сильным однородным магнитным полем, если продольный размер  $L_{\parallel}$  неоднородности высокочастотного поля

$$E_{\parallel} = \text{Re} \{ E(z) e^{i\omega t} \}, \quad (2)$$

действующего на электроны, достаточно велик

$$L_{\parallel} \gg \lambda = 2\pi c/\omega. \quad (3)$$

Уравнения движения электрона в поле (2) могут быть записаны в виде

$$dp/dt = \text{Re} \{ G(z) e^{i\omega t} \}, \quad dz/dt = v, \quad (4)$$

где  $p = m\gamma v$  — импульс электрона;  $m$  — его масса;  $\gamma = (1 - (v/c)^2)^{-1/2}$  — релятивистский фактор;  $v$  — скорость электрона;  $G = -eE$  — сила, действующая на электроны. Амплитуда осцилляций электрона под действием поля (2) не превышает  $\lambda$ , что при выполнении условия (3) позволяет разбить движение электрона на медленное (дрейфовое) и быстрое (осцилляторное):  $p = P + p_{\sim}$ ,  $v = V + v_{\sim}$ ,  $z = Z + z_{\sim}$ . Тогда, представляя высокочастотную силу как

$$G(z) = G(Z) + z_{\sim} \frac{dG}{dZ}, \quad (5)$$

из (4) найдем частное решение для  $p_{\sim}$

$$p_{\sim} = \text{Re} \left\{ G(Z) \frac{e^{i\omega t}}{i\omega} \right\} \quad (6)$$

(мы предполагаем, что в начальный момент времени  $t = 0$  электрон находится вне области локализации высокочастотного поля).

Усредним уравнения (4) по быстрым движениям

$$\frac{dP}{dt} = \text{Re} \left\{ \frac{dG}{dZ} z_{\sim} e^{i\omega t} \right\}, \quad \frac{dZ}{dt} = V. \quad (7)$$

Используя соотношение  $\overline{z_{\sim} e^{i\omega t}} = -\frac{1}{i\omega} \overline{v e^{i\omega t}}$  (справедливое в пренебрежении членами порядка  $\lambda/L_{\parallel}$ ), а также релятивистскую связь между скоростью и импульсом

$$v = c \frac{p}{\sqrt{(mc)^2 + p^2}} = c \frac{P + p_{\sim}}{\sqrt{(mc)^2 + (P + p_{\sim})^2}}, \quad (8)$$

представим систему (7) в виде

$$\frac{dP}{dt} = -c \text{Re} \left\{ \frac{dG}{dZ} \frac{(P + p_{\sim}) e^{i\omega t}}{i\omega \sqrt{(mc)^2 + (P + p_{\sim})^2}} \right\}, \quad \frac{dZ}{dt} = c \frac{P + p_{\sim}}{\sqrt{(mc)^2 + (P + p_{\sim})^2}}.$$

С учетом выражения для осцилляторного импульса (6) последние соотношения могут быть записаны как

$$dP/dt = -\partial H/\partial Z, \quad dZ/dt = \partial H/\partial P, \quad (9)$$

где

$$H = \frac{1}{T} \int_0^T \left[ (mc)^2 + c^2 \left( P + \text{Re} \left\{ G(Z) \frac{e^{i\omega t}}{i\omega} \right\} \right)^2 \right]^{1/2} dt. \quad (10)$$

Нетрудно видеть, что выражение (10) представляет собой усредненный релятивистский гамильтониан частицы.

Для уравнений (9) справедлив интеграл движения

$$H = \frac{mc^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[ 1 + \left( \frac{P}{mc} + g(Z) \sin \varphi \right)^2 \right]^{1/2} d\varphi = mc^2 \gamma_0 = \text{const}, \quad (11)$$

где  $g = f/mc\omega = |G|/mc\omega$ ,  $\gamma_0$  — начальное значение релятивистского фактора. Правые части уравнений (9) и интеграл (11) представляют собой эллиптические интегралы и при помощи стандартных приемов могут быть преобразованы к линейной комбинации трех нормальных эллиптических интегралов в форме Лежандра. Однако сама процедура приведения (так же как и ее результат) в общем случае весьма громоздка, поэтому более подробно рассмотрим некоторые частные случаи.

а) Нерелятивистское движение. В предположении малости энергии частицы по сравнению с энергией покоя  $mc^2$  интеграл (11) сводится к известному выражению [2]

$$P^2/2m + \Phi = \text{const}, \quad (12)$$

где  $\Phi = f^2(Z)/4m\omega^2$  — функция потенциального высокочастотного рельефа.

б) Малая амплитуда высокочастотного поля  $f \ll P\omega$ . В этом случае, используя разложение подынтегральных выражений по малому параметру  $f$ , из (9) и (11) имеем следующее соотношение для дрейфовой скорости  $\beta = V/c$ :

$$\beta = \beta_0 \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{g^2(Z)}{\gamma_0^2} \left( 1 + \frac{1}{2\beta_0^2} \right) \right]. \quad (13)$$

Выражения (12) и (13) показывают, что область, занятая высокочастотным полем, представляет собой потенциальный барьер для частиц — по мере роста амплитуды поля дрейфовая скорость частиц уменьшается.

в) Режим остановки. При некоторой амплитуде высокочастотной силы барьер станет настолько высок, что частицы не смогут его преодолеть и отразятся назад. Критическое значение амплитуды  $f_c$  определяется по обращению в нуль дрейфовой скорости  $V$  и поступательного импульса  $P$ . Интеграл (11) в этом случае представляется в виде

$$\gamma_0 = \frac{i2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 + g_s^2 \sin^2 \varphi} d\varphi = \frac{2}{\pi} \sqrt{1 + g_s^2} E \left( \frac{g_s}{\sqrt{1 + g_s^2}} \right), \quad (14)$$

где  $E$  — полный эллиптический интеграл второго рода. Соответствующая зависимость изображена на рис. 1. Для нерелятивистских начальных энергий частиц  $f_s = \sqrt{4m\omega\epsilon_0} = mv_0\omega\sqrt{2}$ , в ультрарелятивистском пределе  $\gamma_0 \gg 1$

$$f_s = \frac{\pi}{2} mc\gamma_0\omega. \quad (15)$$

(Прямая, соответствующая ультрарелятивистскому пределу, изображена на рис. 1 штрихом).

Оценим, при какой выходной мощности электронного генератора  $P_s$  произойдет отражение пучка (естественно, такой режим работы в реальном приборе невозможен, поэтому  $P_s$  представляет собой только характерный масштаб для определения существенности несинхронного взаимодействия). Максимальная напряженность продольной компоненты электрического поля при заданной мощности, переносимой волной, реализуется для  $E$ -волн квазикритического типа, у которых мало продольное волновое число  $h_0$  нулевой (несинхронной) пространственной гармоники. Для резонансного прибора, электродинамическая система которого представляет собой отрезок волновода длиной  $L$ ,  $h_0 \approx \pi/L$ . Выходная мощность такого генератора следующим образом связана с продольной компонентой электрического поля:

$$P_s = \frac{cI}{8\pi} \frac{h_0}{k} \int_S |E_z|^2 dS \approx \frac{c}{8\pi} \frac{h_0}{k} |E_z|^2 S. \quad (16)$$

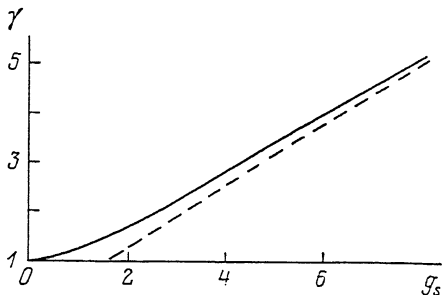


Рис. 1. Связь между критической амплитудой  $g_s$  и энергией частиц  $\epsilon = mc^2\gamma_0$ .

Здесь  $k=2\pi/\lambda$ ,  $S$  — площадь сечения волновода. Подставляя в (16) значение критического поля  $E_s=f_s/e$  (15), а также используя соотношение  $L\approx\lambda\gamma_0^2$  [4], для критической мощности имеем

$$P_s \approx P_0 \frac{\pi^3 S}{16 \lambda^2}, \quad (17)$$

где  $P_0=m^2c^5/e^2=8.687$  ГВт.

### Учет совместного действия полей синхронной и несинхронной гармоник

Усредненные уравнения движения электронов, учитывающие совместное действие синхронной и несинхронной гармоник, могут быть записаны как

$$dH/dt = \overline{eE_1(z, t)v}, \quad dZ/dt = V, \quad (18)$$

где

$$E_1(z, t) = \text{Re} \{ E(z) e^{i(\omega t - kz)} \}$$

— поле гармоники, синхронной электронам. Ограничиваясь для простоты случаем относительно малой амплитуды несинхронной силы (при этом для дрейфовой скорости справедливо разложение (13)), а также считая энергию электронов ультрарелятивистской  $\gamma_0 \gg 1$ , преобразуем систему (18) к следующему виду:

$$\begin{aligned} dW/d\zeta &= Ff(\zeta) \cos \theta, \\ d\theta/d\zeta &= W^{-2} - \delta + NW^{-4}f^2(\zeta), \end{aligned} \quad (19)$$

где  $W=H/mc^2\gamma_0$ ,  $F=2E_s\gamma_0e/mc\omega$ ,  $\theta=\omega t-kZ$  — фаза электронов относительно синхронной гармоники поля,  $\zeta=\omega Z/2c\gamma_0^2$ ,  $\delta=2\gamma_0^2(hc/\omega-1)$  — начальная расстройка синхронизма,  $N=3/2 \cdot (eE_0/mc\omega\gamma_0)^2$  — параметр несинхронного взаимодействия,  $f(\zeta)$  — распределение высокочастотного поля в приборе. Граничные условия к системе (19):  $W(0)=1$ ,  $\theta(0)=\theta_0 \in [0, 2\pi]$  соответствуют отсутствию модуляции в электронном пучке на входе в пространство взаимодействия.

Рис. 2. КПД прибора с синусоидальным продольным распределением ВЧ поля параметров несинхронного взаимодействия:  $F=0.7$ ,  $a=3$ ,  $N=0$  (1), 0.05 (2), 0.15 (3), 0.25 (4).

Уравнения (19) отличаются от «обычных» уравнений движения электронов в релятивистских черенковских приборах [4] только дополнительным (пропорциональным квадрату амплитуды несинхронной гармоники) членом в уравнении для фазы. По виду уравнений можно заключить, что одним из основных эффектов, обусловленных воздействием несинхронной гармоники, будет смещение оптимума КПД в сторону увеличенных расстроек синхронизма: торможение электронов, вызванное наличием высокочастотного барьера, ведет к необходимости дополнительного замедления синхронной гармоники. Эти соображения иллюстрируются рис. 2, где представлены результаты численных расчетов по уравнениям (19), проведенных для распределения ВЧ поля, характерного для резонатора оротрона  $f(\zeta)=\sin(\pi\zeta/a)$ ;  $a$  — нормированная длина резонатора. На этом рисунке изображены кривые, соответствующие зависимости КПД от угла пролета электронов  $\theta=(\delta-1)a$  для режима, обеспечивающего в отсутствие несинхронного взаимодействия ( $N=0$ ) достижение максимального КПД ( $\eta \approx 25.2\%$  при  $F=0.7$ ;  $a=3$  и  $\theta \approx 2.5\pi$ ). Нетрудно видеть, что с ростом параметра несинхронного взаимодействия выходной КПД снижается, причем оптимум достигается при больших (по сравнению с  $N=0$ ) углах пролета, т. е.

в области повышенных стартовых токов генератора. При  $N=0.15$ , что эквивалентно условию (1), КПД уменьшается почти на треть (для сравнения: отражение пучка, согласно (15), происходит при  $N=3\pi^2/8 \approx 3.70$ ). Вообще говоря, оптимальная длина прибора и амплитуда синхронного поля в нем являются функциям  $N$ , однако исследования показывают, что эффективность генератора падает с ростом параметра несинхронного взаимодействия и при настройке на оптимум.

#### Литература

- [1] Ковалев Н. Ф., Петелин М. И., Райзер М. Д. и др. Письма в ЖЭТФ, 1973, т. 18, № 4, с. 232—236.
- [2] Гапонов А. В., Миллер М. А. ЖЭТФ, 1958, т. 34, № 1, с. 242—243.
- [3] Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Петелин М. И. Письма в ЖТФ, 1978, т. 28, № 4, с. 207—211.
- [4] Ковалев Н. Ф., Петелин М. И., Райзер М. Д., Сморгонский А. В. В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1979, в. 1, с. 76—113.

Институт прикладной физики  
АН СССР  
Горький

Поступило в Редакцию  
19 мая 1987 г.

