

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. М. Биберман, А. И. Глейзер, Г.А.Кобзев, Пре-  
дельные характеристики сверхлюминесценции,  
*Докл. АН СССР*, 1978, том 240, номер 1, 62–65

<https://www.mathnet.ru/dan41702>

Использование Общероссийского математического портала Math-  
Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользова-  
тельским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.84

19 мая 2025 г., 05:47:29



Л. М. БИБЕРМАН, А. И. ГЛЕЙЗЕР, Г. А. КОБЗЕВ

**ПРЕДЕЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СВЕРХЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ**

(Представлено академиком А. Е. Шейндлиным 27 I 1978)

1. В настоящее время значительный интерес вызывают квантовые усилители и генераторы, использующие активные среды с большим коэффициентом усиления и реализованные на таких активных средах, как гелий — неон, гелий — ксенон, плазма паров металлов, азота, водорода, эксимеров, жидкие красители и т.д. Генерация излучения без резонатора, основной причиной которой является вынужденное излучение, получила название сверхлюминесценции (с.л.). Сверхлюминесценция, или усиленное спонтанное излучение, теоретически изучалась в работах (1-10). В настоящей работе получена связь таких параметров с.л., как коэффициент усиления, поток излучения в торец трубки, коэффициенты преобразования накачки в излучение с параметрами активной среды при предельно больших значениях накачки для цилиндрического объема в стационарном случае.

2. Рассмотрим газ в неравновесных квазистационарных условиях. Уравнения баланса частиц для двух выделенных уровней атома имеют вид

$$j_2 - n_2(A_{21} + b_{21} + \alpha_2) + n_1 b_{12} - (n_2 - n_1)(BJ)_{21} = 0, \quad (1)$$

$$j_1 + n_2(A_{21} + b_{21}) - n_1(b_{12} + \alpha_1) + (n_2 - n_1)(BJ)_{21} = 0,$$

где  $n_1$  и  $n_2$  — населенности нижнего и верхнего уровней,  $j_i$ ,  $\text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ , и  $\alpha_i$ ,  $\text{с}^{-1}$ , — скорость заселения и частота расселения  $i$ -го уровня на все уровни, кроме  $i=1$  и  $2$ ;  $b_{21}$  и  $b_{12}$ ,  $\text{с}^{-1}$ , — частоты столкновительных переходов между уровнями 1 и 2;  $A_{21}$  и  $B_{21}$  — коэффициенты Эйнштейна для рабочего перехода. Обобщение (1) на случай вырожденных уровней элементарно. Решение уравнения переноса излучения для частоты вынужденных переходов  $B_{21}J_{21}$ ,  $\text{с}^{-1}$ , для объема  $v$  произвольной формы в случае однородно уширенной линии спонтанного излучения без учета отражений от границ имеет вид

$$B_{21}J_{21} = A_{21} \int_{\omega} \epsilon_{\omega} \sigma_{21}(\omega) d\omega \int_v \frac{n_2(\mathbf{r}') dv'}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \exp\left(-\int_0^{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} k_{\omega} dl\right), \quad (2)$$

где  $k_{\omega} = \sigma_{21}(\omega)(n_2 - n_1)$ ;  $\epsilon_{\omega}$  — форма линии спонтанного излучения атома,  $\sigma_{21}(\omega)$  — сечение вынужденного излучения. Решение системы (1), (2) в безразмерных переменных:  $y = n_2(r)/n_2^0$ , где  $n_2^0$  — решение системы (1) без учета вынужденного излучения

$$n_2^0 = \frac{j_2 + (j_1 + j_2) b_{12}/\alpha_1}{A_{21} + b_{21} + \alpha_2 + b_{12}\alpha_2/\alpha_1}, \quad \beta = \frac{j_2 + j_1}{n_2^0(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

$$\xi = \frac{A_{21}}{A_{21} + \alpha_2 + b_{21} + b_{12}\alpha_2/\alpha_1},$$

и  $\psi = B_{21}J_{21}(1 + \alpha_2/\alpha_1)/A_{21}$ , имеет вид

$$y(\mathbf{r}) = \beta + (1 - \beta)/(1 + \xi\psi), \quad (3)$$

$$\psi(\mathbf{r}) = n_2^0 \left(1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right) \int_{\omega} \epsilon_{\omega} \sigma_{21}(\omega) d\omega \int_v \frac{y(\mathbf{r}') dv'}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \times \\ \times \exp\left[n_2^0 \left(1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right) \sigma_{21} \int_0^{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} (y - \beta) dl\right]. \quad (4)$$

Разность населенностей выражается через эти параметры

$$n_2 - n_1 = n_2^0 \left( 1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right) (y - \beta).$$

При  $y - \beta < 0$  (поглощение) (3) переходит в известное в теории переноса излучения линейное интегральное уравнение (11).

Рассмотрим объем в форме протяженного цилиндра длины  $L$  и радиуса  $R$ ,  $a = R/L \ll 1$ . Для исключения дифракционных эффектов потребуем выполнения условия  $\lambda L \ll (2R)^2$ , где  $\lambda$  — длина волны излучения. Распределение атомов по длине в отсутствие вынужденного излучения предполагается однородным, а по радиусу однородным и при наличии последнего. Это позволяет заменить в (3), (4)  $y(\mathbf{r})$  на  $y(z)$ , где  $z$  — аксиальная координата. Переходя к безразмерным координатам  $z = z/L$ , получим из (3), (4) следующие уравнения для локального коэффициента усиления  $g(z) = k_0 L (y(z) - \beta)$  и приведенной объемной плотности излучения  $\Phi(z) = \psi(z)/k_0 L$ :

$$g(z) = \frac{1 - \beta}{1/k_0 L + \xi \Phi(z)}, \quad (5)$$

$$\Phi(z) = \Phi_1(z) + \Phi_1(1-z), \quad (6)$$

$$\Phi_1(z) = \frac{1}{2} \int_0^z \beta + \frac{g(z')}{k_0 L} dz' + \int_e^d dt \frac{e^t}{t} f(t), \quad (7)$$

где

$$c = \varphi(z, z') = \int_{z'}^z g(t) dt, \quad d = \varphi(z, z') \sqrt{1 + a^2/(z - z')^2},$$

$$k_0 = n_2^0 (1 + \alpha_2/\alpha_1) \sigma_0, \quad f(t) = (1 - e^{-t})/\sqrt{\pi t},$$

$\sigma_0$  — сечение вынужденного излучения в центре линии.

Решая систему (5)–(7), можно получить помимо  $g(z)$  и  $\Phi(z)$  также значения величины  $\tau = \int_0^1 g(z) dz$ , характеризующей усиление слабого сигнала, и потока излучения  $\Phi(1) \equiv \Phi(0)$  через один из торцов трубки, связанного с излучаемой в торец мощностью  $P_\tau$  соотношением

$$P_\tau = \frac{h\nu \Phi(1) \pi R^2 k_0 L A_{21}}{\sigma_0 (1 + \alpha_2/\alpha_1)},$$

при различных значениях параметров  $\beta$ ,  $\xi$ ,  $a$ ,  $k_0 L$ .

Весьма полезным для анализа работы безрезонаторных систем является локальный коэффициент преобразования накачки в излучение  $\eta$ , который можно определить как отношение скорости рождения фотонов в единице объема  $n_2 A_{21} + (n_2 - n_1) B_{21} J_{21}$  к скорости накачки  $n_2^0 (A_{21} + \alpha_2 + b_{21} + b_{12} \alpha_2/\alpha_1)$ :

$$\eta(r) = 1 - y(r) (1 - \xi).$$

Полный коэффициент преобразования накачки в излучение  $\bar{\eta}$  получается интегрированием по объему

$$\bar{\eta} = 1 - \bar{y} (1 - \xi).$$

Для объема цилиндрической формы введем также коэффициент преобразования накачки в лазерное излучение  $\eta_r$  как отношение потока фотонов, вылетающих в оба торца, к скорости накачки всего объема. Из приведенных выше соотношений следует, что

$$\eta_r = 2\xi \Phi(1).$$

3. Рассмотрим предельно большие значения параметра  $k_0L$ . При  $k_0L \gg 1$ ,  $\psi \rightarrow \infty$ , поэтому  $\bar{y} \rightarrow \beta$ . Тогда

$$\bar{\eta}_\infty = 1 - \beta(1 - \xi).$$

Для нахождения качественного вида распределения  $g_\infty(z)$  и  $\Phi_\infty(z)$  при предельно больших значениях  $k_0L$  рассмотрим подробнее (7).

Внутренний интеграл в правой части (7) легко вычислить, учитывая, что при  $z-z'$ , сравнимых с  $a$ ,  $\varphi(z, z') \rightarrow 0$ , что означает малость вклада окрестности точки  $z-z'$  размером порядка  $a$ . Учитывая это и заменяя для простоты  $z-z'$  на 1, получим

$$\Phi_{1^\infty}(z) = \lambda_1 \int_0^z dz' e^{\varphi(z, z')}, \quad \lambda_1 = \frac{\beta a^2}{4\sqrt{\pi\bar{\eta}}}.$$

Отсюда  $d\Phi_{1^\infty}(z)/dz = \lambda_1 + g_\infty(z)\Phi_{1^\infty}(z)$ . Соответственно для безразмерного потока  $F(z) = \Phi_1(z) - \Phi_1(1-z)$

$$\frac{dF^\infty(z)}{dz} = 2\lambda_1 + (1-\beta)/\xi, \quad (8)$$

поскольку из (5) следует, что  $g_\infty(z)\Phi^\infty(z) = (1-\beta)/\xi$ .

Решение (8) с учетом условия симметрии  $F(1/2) = 0$  дает

$$F^\infty(z) = (2\lambda_1 + (1-\beta)/\xi)(z - 1/2). \quad (9)$$

Соответственно

$$g_\infty(z) = \frac{1-\beta}{\xi\Phi^\infty(z)} = 2/\sqrt{1 - \frac{4z(1-z)}{1+2\lambda_1\xi/(1-\beta)}}. \quad (10)$$

Всюду за исключением малой (порядка  $\sqrt{\lambda_1\xi/2(1-\beta)}$ ) окрестности точки  $z=1/2$  распределение  $g_\infty(z)$  описывается в этом приближении выражением

$$g_\infty(z) = 2/|1-2z|. \quad (11)$$

Из (10) видно, что распределения  $g_\infty$  и  $\Phi^\infty$  имеют соответственно резкий пик и провал при  $z$ , близких к  $1/2$ , однако частота вынужденных переходов, пропорциональная  $g_\infty\Phi^\infty$ , постоянна по длине трубки. Этот факт является весьма существенным при анализе кинетики импульсных лазеров, работающих в почти насыщенном режиме.

Интегрируя (10) по  $z$  от 0 до 1, получим приближенное выражение для предельного показателя усиления с.л. системы  $\tau_\infty$ . Удобно сразу записать выражение для предельного усиления

$$\exp(\tau_\infty) = \frac{2(1-\beta)}{\lambda_1\xi} = \frac{8(1-\beta)\sqrt{\pi\tau_\infty}}{\xi\beta a^2} \quad (12)$$

Использованная при выводе (10), (11) замена  $z-z'$  на 1 предполагает, что рожденное в любой точке объема излучение распространяется в пределах телесного угла, равного  $\pi R^2/L^2$ , что завышает поток излучения в торцевую сторону и соответственно занижает коэффициент усиления вблизи торца. Поэтому (10), (11) дают для  $\Phi^\infty$  и  $g_\infty$  соответственно оценку сверху и снизу. Следовательно,

$$g_\infty(1) = \frac{1-\beta}{\xi\Phi^\infty(1)} \geq 2.$$

Более точную оценку величин  $g_\infty$  и  $\Phi^\infty$  вблизи торцов трубки, а значит и  $\eta_\tau^\infty$ , можно получить, не делая замены  $z-z'$  на 1 в (7). Тогда имеем

$$\Phi^\infty(z) = \lambda_1 \left[ \int_0^z dz' \frac{e^{\varphi(z, z')}}{a^2 + (z-z')^2} + \int_z^1 dz' \frac{e^{\varphi(z', z)}}{a^2 + (z-z')^2} \right]$$

и соответственно

$$\frac{d\Phi^\infty(z)}{dz} = \frac{1-\beta}{\xi} - 2 \left( \frac{\Phi_1^\infty(z)}{z-\bar{z}} - \frac{\Phi_1^\infty(1-z)}{1-z-\bar{z}} \right). \quad (13)$$

Из (9) и (10) ясно, что при  $z > 1/2$   $\Phi_1^\infty(1-z) \ll \Phi_1^\infty(z)$ . Интегрируя (13) от  $1/2$  до 1 и учитывая, что  $\Phi_1^\infty(1/2) \simeq \lambda \ll 1$ , получим

$$\Phi_1^\infty(1) = \frac{1-\beta}{2\xi} - 2 \int_{1/2}^1 \frac{\Phi_1^\infty(z) dz}{z-\bar{z}}. \quad (14)$$

Для оценки (14) воспользуемся решением (10), из которого следует, что при  $z > 1/2$   $\Phi_1^\infty(z) \simeq \Phi_1^\infty(1) (2z-1)$ . Подставляя это выражение в (14) и учитывая, что выполненные нами численные расчеты при предельных  $k_0L$  дают для  $\bar{z}$  величину, меняющуюся в пределах от 0,3 до 0,4, получим, что  $\Phi^\infty(1)$  изменяется в пределах

$$\frac{1-\beta}{4,4\xi} < \Phi^\infty(1) < \frac{1-\beta}{4\xi}.$$

Соответственно

$$\frac{1-\beta}{2,2} < \eta_T^\infty < \frac{1-\beta}{2} \quad \text{и}$$

$$4 < g_\infty(1) < 4,4.$$

Численное решение системы (5)–(7) с хорошей точностью подтверждает эти оценки.

В различных активных средах параметры  $\beta$  и  $\xi$  принимают значения от 0 до 1. В условиях эксперимента <sup>(12)</sup> для смеси He–Ne  $\lambda = 3,39$  мкм,  $\beta = 0,37$ ,  $\xi = 0,23$ ,  $R = 0,175$  см,  $L$  менялось от 150 до 300 см. Результаты численного решения (5)–(7) с этими параметрами представлены на рис. 1. При малых  $k_0L$  показатель усиления  $\tau$  растет линейно, а затем быстро насыщается. Коэффициент преобразования  $\eta_L$  при  $k_0L(1-\beta) = 10$  имеет значения  $5 \cdot 10^{-4}$ , затем быстро растет и достигает насыщения. Приведенные здесь выражения позволяют легко оценить предельные значения характерных величин, не прибегая к численному решению, причем приближенные выражения хорошо согласуются с точными. Так, в условиях <sup>(12)</sup>  $\tau_\infty = 21,1$ ,  $\eta_T^\infty = 0,315$ ,  $\eta_\infty = 0,72$ . Отметим, что при оценке к.п.д. с.л. лазеров обычно неявно предполагают, что  $\eta_T = 1$ . Значительное отличие  $\eta_T$  от 1 следует несомненно учитывать при оценке реальных возможностей с.л. систем. Отметим также, что значения  $k_0L$ , при которых  $\tau$  и  $\eta_T$  приближаются к своим предельным значениям, заметно различаются. Это означает, что для с.л. усилителей и генераторов существуют различные предельные значения  $k_0L$  (длины или накачки), превышать которые нецелесообразно.

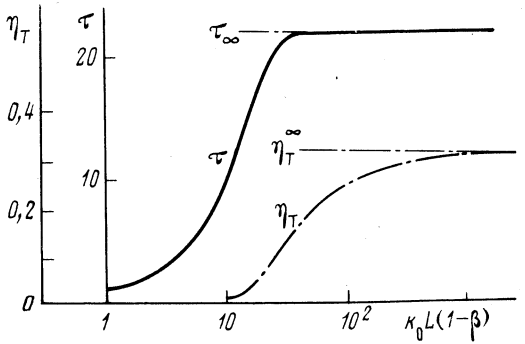


Рис. 1

Институт высоких температур  
Академии наук СССР  
Москва

Поступило  
24 I 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Ю. А. Анапьев, И. Ф. Балашов, А. А. Мак, ДАН, т. 166, 825 (1966). <sup>2</sup> В. Н. Морозов, Оптика и спектроскопия, т. 21, 230 (1966). <sup>3</sup> L. Allen, G. Peters, J. Phys. A, v. 4, 377 (1974). <sup>4</sup> И. П. Мазанько, М. В. Свиридов, Оптика и спектроскопия, т. 33, 314 (1972). <sup>5</sup> П. В. Елютин, ЖТФ, 43, 2407 (1973). <sup>6</sup> L. Allen, G. Peters, Phys. Rev. A, v. 8, 2031 (1973). <sup>7</sup> О. В. Богданкевич, С. А. Дарзнев и др., Квантовая электроника, т. 2, 1757 (1975). <sup>8</sup> Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия, т. 39, 724 (1975). <sup>9</sup> U. Ganiel et al., IEEE J. Quant. Electron., v. 7, 881 (1975). <sup>10</sup> L. Casperson, J. Appl. Phys., v. 48, 256 (1977). <sup>11</sup> Л. М. Биберман, ЖЭТФ, т. 17, 416 (1947). <sup>12</sup> И. А. Андропова, И. Л. Берштейн, В. А. Рогачев, ЖЭТФ, т. 53, 1233 (1967).