

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. Х. Стрелец, М. Л. Шур, О влиянии сжимаемости на гидродинамику и теплообмен в дозвуковых потоках вязкого газа в каналах при наличии зон рециркуляции, *ТВТ*, 1989, том 27, выпуск 2, 292–299

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.86

7 февраля 2025 г., 02:07:16



УДК 532.516:536.24

## О ВЛИЯНИИ СЖИМАЕМОСТИ НА ГИДРОДИНАМИКУ И ТЕПЛОБМЕН В ДОЗВУКОВЫХ ПОТОКАХ ВЯЗКОГО ГАЗА В КАНАЛАХ ПРИ НАЛИЧИИ ЗОН РЕЦИРКУЛЯЦИИ

Стрелец М. Х., Шур М. Л.

На основе полных уравнений Навье – Стокса для сжимаемого газа проведено численное параметрическое исследование влияния сжимаемости на структуру течения и интенсивность теплообмена в плоском канале с несимметричным внезапным расширением при значениях числа Рейнольдса  $100 \leq Re_0 \leq 1000$  и температурного фактора  $0,5 \leq T_w \leq 2$ .

В настоящее время подавляющее большинство работ, посвященных численному исследованию теплообмена при дозвуковых рециркуляционных течениях вязкого газа в каналах, базируется на использовании приближенных моделей, справедливых лишь при достаточно малых значениях числа Маха потока, т. е. при условиях, когда эффекты сжимаемости являются несущественными [1, 2]. Однако для многих практических приложений представляют интерес режимы течения, соответствующие более высоким числам Маха, при которых априори нельзя пренебречь указанными эффектами (см., например, [3, 4]). В связи с этим представляется необходимым проведение специальных исследований, направленных на анализ влияния сжимаемости на характеристики данного класса течений в широком диапазоне чисел Маха потока  $0 \leq M_0 \leq 1$ .

В данной работе такое исследование выполнено на примере ламинарного течения вязкого газа в плоском канале с несимметричным внезапным расширением (рис. 1). Как показано в экспериментах [5], при условиях, соответствующих изотермическому течению несжимаемой жидкости, в таком канале, наряду с основной зоной рециркуляции, расположенной непосредственно за уступом, при относительно высоких числах Рейнольдса ( $Re_0 \geq 400$ ) возможно возникновение второй зоны рециркуляции, расположенной на верхней (прямолинейной) стенке канала. Таким образом, данное течение обладает весьма сложной структурой и с этой точки зрения может служить характерным примером течений в каналах при наличии зон отрыва и присоединения потока. Кроме того, теплообмен в каналах рассматриваемой геометрии при режимах течения с двумя зонами рециркуляции до настоящего времени не исследовался.

**Постановка задачи и описание расчетов.** Рассматриваемое течение описывается полной системой уравнений Навье – Стокса для сжимаемого газа [6], безразмерная форма которой имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho uv}{\partial y} + \frac{\partial p_x}{\partial x} - \frac{1}{Re_0} \left( \frac{\partial}{\partial x} \tau_{xx} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{xy} \right) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho uv}{\partial x} + \frac{\partial \rho v^2}{\partial y} + \frac{\partial p_y}{\partial y} - \frac{1}{Re_0} \left( \frac{\partial}{\partial x} \tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{yy} \right) = 0, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho H}{\partial t} + \frac{\partial \rho u H}{\partial x} + \frac{\partial \rho v H}{\partial y} - (\gamma_0 - 1) M_0^2 \frac{\partial p_g}{\partial t} - \frac{1}{Re_0 Pr_0} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] - \frac{(\gamma_0 - 1) M_0^2}{Re_0} \left[ \frac{\partial}{\partial x} (u \tau_{xx} + v \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y} (u \tau_{xy} + v \tau_{yy}) \right] = 0, \quad (4) \end{aligned}$$

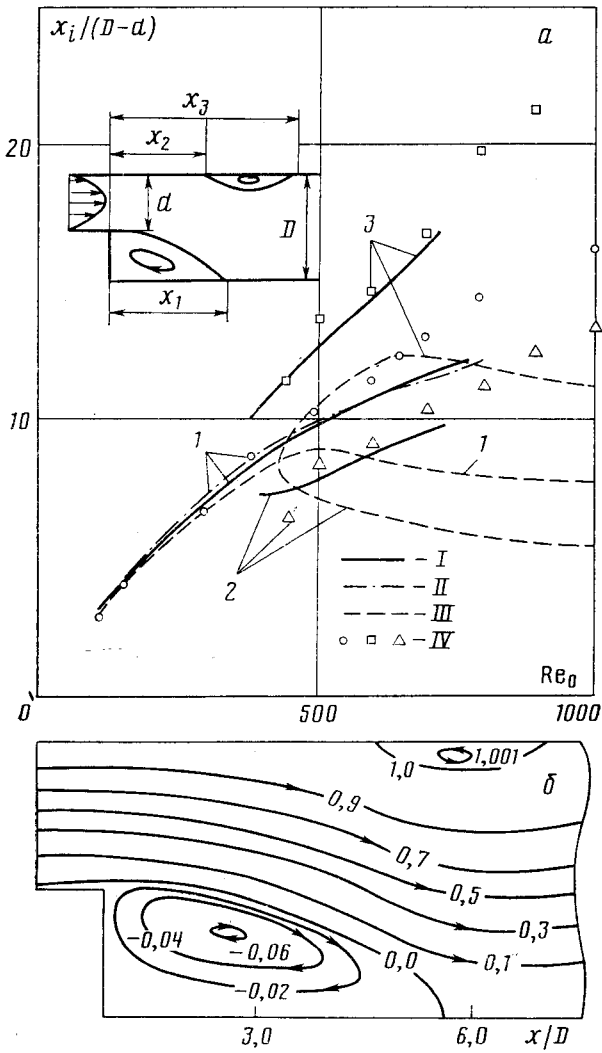


Рис. 1. Влияние числа Рейнольдса на размеры зон рециркуляции (1 -  $x_1$ ; 2 -  $x_2$ ; 3 -  $x_3$ ) при изотермическом течении несжимаемой жидкости (а) и изолинии безразмерной функции тока при  $Re_0=500$ ,  $M_0=0$ ,  $T_w=1$  (б): I - данная работа; II - расчет [16]; III - расчет [5]; IV - эксперимент [5]

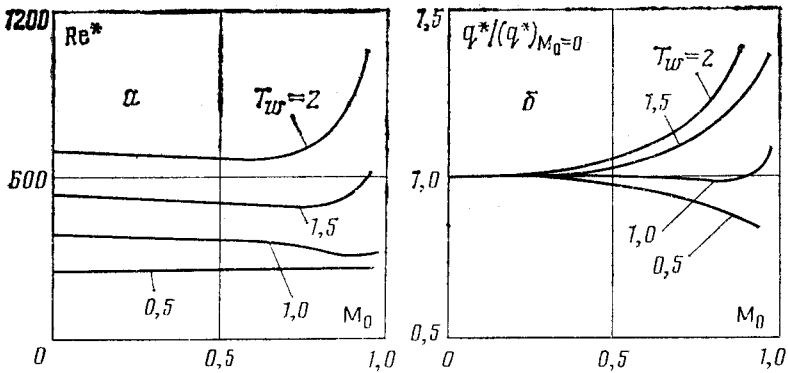


Рис. 2. Влияние числа Маха и температурного фактора на «критические» значения числа Рейнольдса (а) и параметр  $q/(q^*)_{M_0=0}$  (б)

$$\rho = (1 + \gamma_0 M_0^2 p_g) / T. \quad (5)$$

Здесь  $H$  — полная энтальпия;

$$\tau_{xx} = \frac{2}{3} \mu \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad \tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad \tau_{yy} = \frac{2}{3} \mu \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (6)$$

— компоненты тензора вязких напряжений;  $p_g$  — безразмерное динамическое (избыточное) давление, связанное с размерным статистическим давлением  $p$  соотношением

$$p_g = (p - p_0) / (\rho_0 u_0^2). \quad (7)$$

Остальные обозначения — общепринятые.

Вошедшие в (1)–(5) безразмерные параметры подобия определяются обычным образом

$$Re_0 = \frac{\rho_0 u_0 l_0}{\mu_0}, \quad Pr_0 = \frac{\mu_0 c_{p0}}{\lambda_0}, \quad \gamma_0 = \frac{c_{p0}}{c_{p0} - R}, \quad M_0 = \frac{u_0}{(\gamma_0 R T_0)^{1/2}},$$

где индексом «0» обозначены характерные параметры потока, принятые за масштабы:  $u_0$  — скорость во входном сечении потока  $x = x_{вх}$ ;  $l_0 = 2d$  — гидравлический диаметр входной части канала;  $T_0$  — температура газа во входном сечении канала;  $p_0$  — давление в выходном сечении  $x = x_{вых}$  на нижней стенке канала ( $y = 0$ ).

При проведении расчетов число Прандтля  $Pr_0$  полагалось равным 0,72, теплоемкость газа считалась постоянной ( $c_p = 1$ ), безразмерные вязкость и теплопроводность определялись по формуле  $\mu = \lambda = T^{0,65}$ .

В качестве граничных условий к системе уравнений (1)–(5) на стенках канала использовались условия прилипания для скорости  $u = v = 0$  и условия первого рода для температуры  $T = T_w$ . Величина динамического давления на стенке определялась из разностных аналогов проекций уравнения переноса импульса (2), (3) на нормаль к стенке.

На входной границе расчетной области, которая располагалась на расстоянии одного калибра вверх по потоку от места внезапного расширения канала ( $x_{вх}/D = -1$ ), задавался параболический профиль продольной составляющей вектора скорости и однородный профиль температуры, а поперечная составляющая вектора скорости полагалась равной нулю. Профиль динамического давления при  $x = x_{вх}$  определялся путем линейной экстраполяции из внутренних точек области [7].

На выходной границе расчетной области ( $x_{вых}/D = 8$  при  $Re_0 \leq 100$  и  $x_{вых}/D = 11$  при  $Re_0 > 100$ ) задавалось значение динамического давления на стенке [8]. Давление в остальных точках выходного сечения определялось с помощью вычислительного граничного условия

$$\left. \frac{\partial p_g}{\partial x} \right|_{x=x_{вых}, y>0} = \left. \frac{\partial p_g}{\partial x} \right|_{x=x_{вых}, y=0} \quad [4].$$

Профили остальных параметров потока на выходе

определялись с помощью «мягких» граничных условий  $\partial^2 \varphi / \partial x^2 |_{x=x_{вых}} = 0$  ( $\varphi = u, v, T$ ).

Для отыскания стационарного решения системы уравнений (1)–(5) с соответствующими граничными условиями использовалась неявная конечно-разностная схема расщепления по координатам и физическим процессам [9, 10], основанная на обобщении идеи введения искусственной сжимаемости [11, 12] на случай расчета сжимаемых течений. Данная схема имеет второй порядок точности, реализуется с помощью скалярных трехточечных прогонок и, как показано в [10], является высоко устойчивой и быстро сходящейся при произвольных, в том числе сколь угодно малых значениях числа Маха потока. В предельном случае  $M_0 = 0$  она автоматически переходит в схему численного интегрирования соответствующей асимптотической формы полных уравнений Навье — Стокса [13, 14], близкую к разностной схеме, предложенной в [15].

С помощью описанного метода была выполнена серия расчетов течения в канале со степенью расширения  $D/d=1,94$ , который использовался в экспериментах [5]. Эта серия включала как расчеты изотермического течения несжимаемой жидкости ( $T_w=1$ ,  $M_0=0$ ), для которого в [5, 16] имеются достаточно полные экспериментальные и расчетные данные, так и расчеты течения сжимаемого газа в канале с теплообменом. Последние были направлены на определение зависимости минимального числа Рейнольдса, при котором возникает зона рециркуляции на верхней стенке канала («критического» числа Рейнольдса), от параметров  $M_0$  и  $T_w$  и на изучение влияния сжимаемости (величины  $M_0$ ) на структуру течения и интенсивность теплообмена на стенках канала при различных значениях  $Re_0$  и  $T_w$ .

Расчеты проводились на равномерных разностных сетках, которые, в зависимости от величины числа Рейнольдса, содержали от  $51 \times 31$  до  $101 \times 61$  узлов по координатам  $x$  и  $y$  соответственно. Для получения стационарного решения требовалось от 80 до 400 (при высоких значениях чисел Рейнольдса и Маха) итераций. Затраты машинного времени ЭВМ ЕС-1060 составляли  $\sim 3 \cdot 10^{-3}$  с в расчете на один узел разностной сетки на одну итерацию.

**Изотермическое течение несжимаемой жидкости.** При проведении данной серии расчетов преследовались в первую очередь цели методического характера, в частности, тестирование разработанного алгоритма путем сопоставления полученных результатов с экспериментальными данными [5] и результатами расчетов [5, 16]. Как видно из рис. 1, при  $Re_0 < 500$  используемый метод, так же как и метод [16], обеспечивает вполне удовлетворительное описание конфигурации основной рециркуляционной зоны за уступом на нижней стенке канала. При  $Re_0 > 500$  различие расчетных и экспериментальных данных по длине этой зоны ( $x_1$ ) начинает увеличиваться, что, судя по данным [5], связано с влиянием трехмерности течения в экспериментальной установке. Отметим также, что расчеты [5], выполненные с помощью схемы первого порядка аппроксимации на разностной сетке  $45 \times 45$  узлов, при  $Re_0 \geq 400$  имеют заметную погрешность, а при  $Re_0 > 500$  качественно неверно описывают зависимость  $x_1 = x_1(Re_0)$ .

Что касается конфигурации дополнительной рециркуляционной зоны, возникающей при больших числах Рейнольдса на верхней стенке канала, то в [16] зависимости координат начала и конца этой зоны  $x_2(Re_0)$  и  $x_3(Re_0)$  отсутствуют, а результаты расчетов [5] даже качественно не согласуются с экспериментом. В то же время результаты, полученные в данной работе, вполне удовлетворительно описывают экспериментальные данные [5] при  $400 \leq Re_0 \leq 750$  (рис. 1). При  $Re_0 > 750$  получить стационарное решение рассматриваемой задачи не удается (в окрестности отрывной зоны на верхней стенке канала наблюдаются низкочастотные пульсации параметров потока с периодом в несколько десятков итераций), что, возможно, является следствием нестационарности реального течения при указанных значениях  $Re_0$ . Таким образом, проведенные расчеты позволяют заключить, что используемый метод обеспечивает адекватное описание течения несжимаемой жидкости в каналах рассматриваемой конфигурации по крайней мере при  $Re_0 \leq 750$ .

**Влияние сжимаемости и теплообмена.** Одним из важных эффектов, связанных с влиянием сжимаемости на характеристики рассматриваемого течения, является зависимость поля статического давления, а следовательно, плотности и расхода газа через канал от числа Маха  $M_0$ . Поэтому при обработке результатов расчетов, направленных на изучение влияния  $M_0$  на структуру течения, целесообразно, наряду с числом Рейнольдса  $Re_0$ , ввести среднерасходное число Рейнольдса  $Re$ , связанное с  $Re_0$  соотношением  $Re = Re_0 q / (q)_{M_0=0}$ , где  $q$  — расход газа через канал. На рис. 2 представлены зависимости минимального значения указанного параметра, при котором в канале возникает дополнительная зона рециркуляции (критического значения  $Re = Re^*$ ), от числа Маха и температурного фактора. Там же (рис. 2, б) приведены соответствующие зависимости для

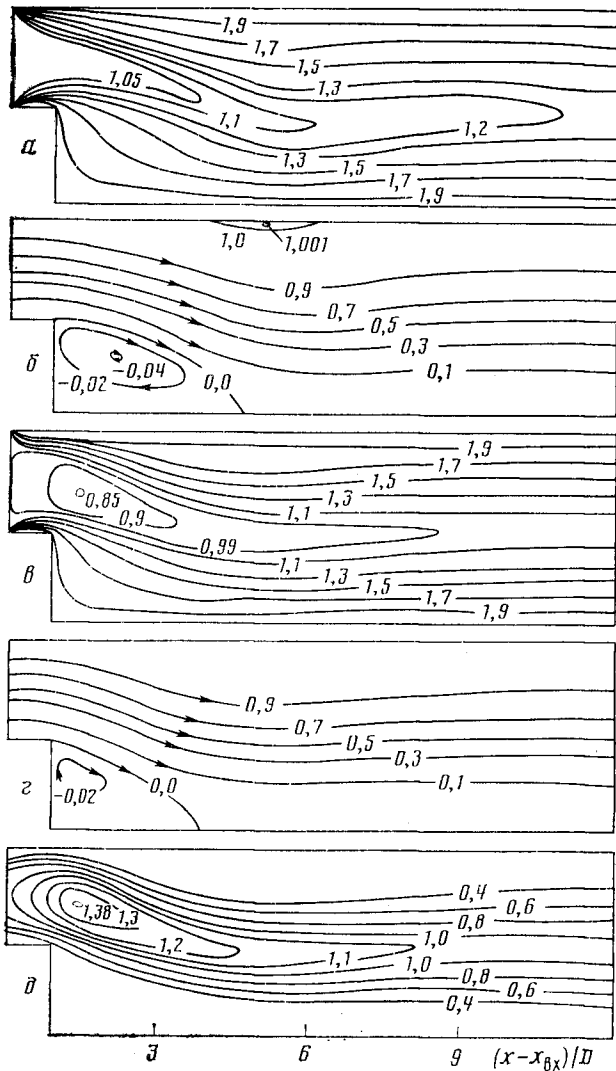


Рис. 3. Изолинии температуры (а, в), функции тока (б, г) и числа Маха (д) при  $Re_0=800$ ,  $T_w=2$ : а, б -  $M_0=0$ ; в, г, д -  $M_0=0,99$

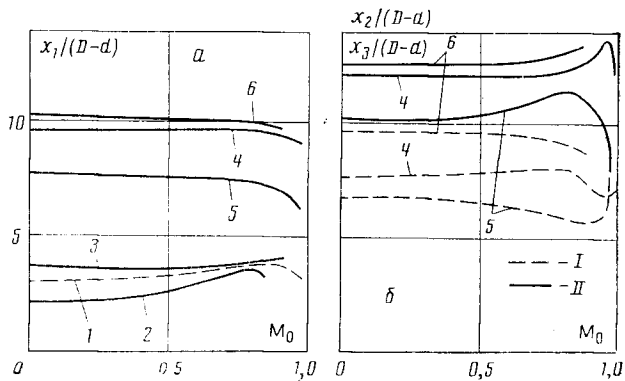


Рис. 4. Влияние числа Маха на размеры зон рециркуляции (I -  $x_2$ ; II -  $x_3$ ): I -  $Re_0=100$ ;  $T_w=1$ ; 2 - 100; 2; 3 - 100; 0,5; 4 - 500; 1; 5 - 800; 2; 6 - 350; 0,5

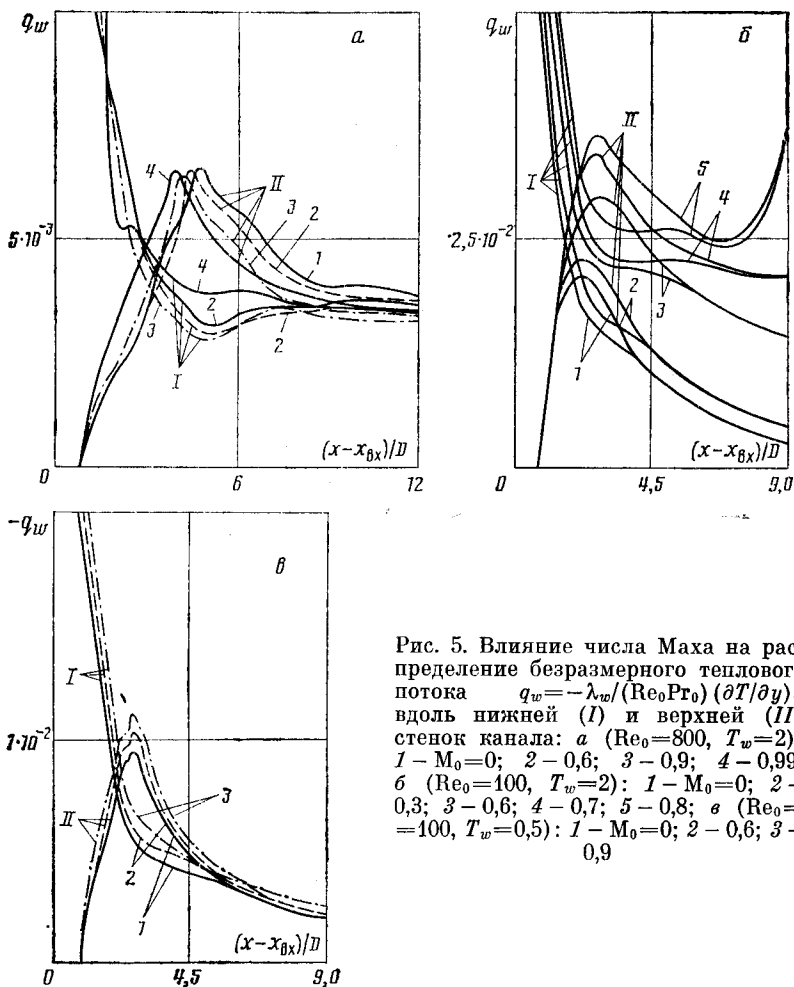


Рис. 5. Влияние числа Маха на распределение безразмерного теплового потока  $q_w = -\lambda_w / (Re_0 Pr_0) (\partial T / \partial y)_w$  вдоль нижней (I) и верхней (II) стенок канала: а ( $Re_0=800, T_w=2$ ): 1 -  $M_0=0$ ; 2 - 0,6; 3 - 0,9; 4 - 0,99; б ( $Re_0=100, T_w=2$ ): 1 -  $M_0=0$ ; 2 - 0,3; 3 - 0,6; 4 - 0,7; 5 - 0,8; в ( $Re_0=100, T_w=0,5$ ): 1 -  $M_0=0$ ; 2 - 0,6; 3 - 0,9

критического значения параметра  $q/(q)_{M_0=0}$ . Как видно из этих рисунков, наиболее существенное влияние на критическое число Рейнольдса оказывает теплообмен на стенках канала. Это связано с увеличением роли вязких эффектов при увеличении температурного фактора вследствие уменьшения плотности и роста вязкости газа. Поэтому отрыв потока у верхней стенки канала при увеличении  $T_w$  наступает при более высоких значениях параметра  $Re$ . Что касается влияния сжимаемости, то оно начинает проявляться лишь при сравнительно высоких значениях  $M_0$ , когда максимальные значения локальных чисел Маха в потоке приближаются к единице. При этом с ростом температурного фактора значения  $M_0$ , начиная с которых влияние сжимаемости становится существенным, уменьшаются (рис. 2), так как нагрев дозвукового потока приводит, как известно, к увеличению числа Маха.

Влияние сжимаемости и теплообмена на стенках на структуру рассматриваемого течения при различных (как «докритических», так и «сверхкритических») значениях числа Рейнольдса  $Re_0$  иллюстрируют рис. 3, 4. В частности, обращает на себя внимание (рис. 3) возможность возникновения в канале обширной сверхзвуковой зоны и связанное с этим охлаждение газа в ядре потока, несмотря на достаточно интенсивный нагрев стенок ( $T_w=2$ ). Кроме того, при значениях  $M_0$ , близких к единице, исчезает вторая зона рециркуляции, которая имеет место при тех же значениях параметров  $Re_0$  и  $T_w$  и при  $M_0=0$ . Более наглядно тенденцию к исчезновению второй зоны рециркуляции при  $M_0 \approx 1$  иллюстрирует рис. 4, б.

С практической точки зрения наиболее важным является изучение

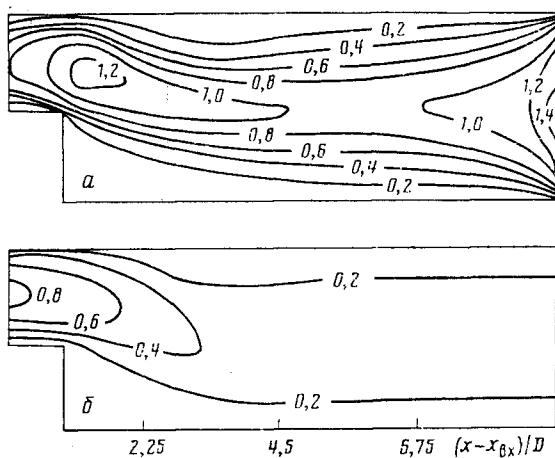


Рис. 6. Изолинии числа Маха при течении в канале с обогреваемыми (а) и охлаждаемыми (б) стенками: а -  $T_w=2$ ,  $Re_0=100$ ,  $M_0=0,8$ ; б -  $0,5$ ;  $100$ ;  $0,9$

влияния сжимаемости на интенсивность теплообмена на стенках канала. О характере этого влияния при различных значениях числа Рейнольдса и температурного фактора можно судить по рис. 5, на котором представлены распределения безразмерного теплового потока вдоль нижней и верхней стенок канала при различных значениях  $M_0$ ,  $T_w$  и  $Re_0$ .

Прежде всего следует отметить, что увеличение числа Маха наиболее существенно сказывается на продольном распределении безразмерного теплового потока в случае обогреваемого канала ( $T_w > 1$ ), особенно при низких (докритических) значениях числа Рейнольдса (рис. 5, а, б). Это связано в первую очередь с тем, что в обогреваемом дозвуковым потоке в канале происходит увеличение локального числа Маха, причем при уменьшении числа Рейнольдса указанная тенденция проявляется более заметно вследствие увеличения уровня теплового потока в стенке. В результате при  $T_w=2$  и  $Re_0=100$  уже при  $M_0=0,8$  в канале имеет место критический режим течения, характеризующийся резким изменением параметров потока в окрестности выходного сечения (кривые 5 на рис. 5, а, б и рис. 6, а).

В случае охлаждаемого канала ( $T_w < 1$ ) локальное число Маха уменьшается вниз по течению (рис. 6, б). Поэтому степень влияния  $M_0$  на теплообмен при  $T_w < 1$  оказывается незначительной даже при низких числах Рейнольдса (рис. 5, в).

Таким образом, проведенные численные исследования свидетельствуют о том, что влияние сжимаемости на основные характеристики дозвуковых рециркуляционных течений вязкого газа в каналах существенно проявляется лишь при условиях, когда максимальные локальные значения числа Маха потока  $M_{\max}$  становятся близкими к единице ( $M_{\max} \geq 0,8$ ). В остальных случаях для расчета данного класса течений с достаточной для большинства практических приложений точностью может использоваться асимптотическая форма полной системы уравнений Навье - Стокса при  $M_0 \rightarrow 0$  [13, 14] (расчеты в рамках этой модели соответствуют результатам данной работы, полученным при  $M_0=0$ ). Однако для определения границ применимости модели [13, 14] по масштабному числу Маха  $M_0$  при анализе конкретных течений необходимы специальные исследования, поскольку указанные границы существенно зависят от других определяющих параметров задачи (числа Рейнольдса, температурного фактора и геометрии течения) вследствие влияния этих параметров на зависимость  $M_{\max} = M_{\max}(M_0)$ .



## ЛИТЕРАТУРА

1. Патанкар С. Численные методы решения задачи теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984.
2. Лапин Ю. В., Нехамкина О. А., Поспелов В. А. и др. В кн.: Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. Т. 19. М.: ВИНТИ, 1985. С. 86.
3. Rhode D. L., Sobolik S. R. // AIAA Paper. N 0332. 1985.
4. Кузнецов А. Е., Нехамкина О. А., Стрелец М. Х. В кн.: Тепломассообмен-VII. Т. 1. Ч. 1. Минск: ИТМО АН БССР, 1984. С. 111.
5. Artaly V. F., Durst F., Pereira J. C. F., Schonung B. // J. Fluid Mech. 1983. V. 127. P. 473.
6. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978.
7. Olliger J., Sundstrom A. // J. Appl. Math. 1978. V. 35. N 3. P. 419.
8. Асланов Т. Д., Быркин А. П., Щенников В. В. // Уч. зап. ЦАГИ. 1981. Т. 12. № 3. С. 44.
9. Шур М. Л. В кн.: Аннот. докл. VI Всес. съезда по теор. и прикл. механ. Ташкент, 1986. С. 657.
10. Стрелец М. Х., Шур М. Л. // ЖВМнМФ. 1988. Т. 28. № 2. С. 254.
11. Владимиров Н. Н., Кузнецов Б. Г., Яценко Н. И. В кн.: Некоторые вопросы вычислительной и прикладной математики. Новосибирск: Наука, 1966. С. 186.
12. Chorin A. J. // J. Comp. Phys. 1967. V. 2. N 1. P. 12.
13. Никулин Д. А., Погехин Г. С., Стрелец М. Х. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 5. С. 57.
14. Стрелец М. Х. В кн.: Динамика неоднородных и сжимаемых сред. Л.: ЛГУ, 1984. С. 70.
15. Кузнецов А. Е. // ЧММСС. 1986. Т. 17. № 3. С. 99.
16. Kim J., Moir P. // J. Comp. Phys. 1985. V. 59. N 2. P. 308.