



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. В. Плеханов, С. Ю. Рыжов, Механическое взаимодействие метаемого тела со стенками канала рельсового электромагнитного ускорителя. Численное решение, *Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша*, 2024, 025

DOI: <https://doi.org/10.20948/prepr-2024-25>

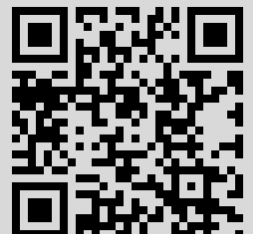
Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.169

27 марта 2025 г., 19:05:55





ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 25 за 2024 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

А.В. Плеханов, С.Ю. Рыжов

**Механическое
взаимодействие метаемого
тела со стенками канала
рельсового
электромагнитного
ускорителя. Численное
решение**

Статья доступна по лицензии
[Creative Commons Attribution 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Плеханов А.В., Рыжов С.Ю. Механическое взаимодействие метаемого тела со стенками канала рельсового электромагнитного ускорителя. Численное решение // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2024. № 25. 30 с.
<https://doi.org/10.20948/prepr-2024-25>
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2024-25>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

А.В. Плеханов, С.Ю. Рыжов

**Механическое взаимодействие
метаемого тела со стенками канала
рельсового электромагнитного
ускорителя. Численное решение**

Москва — 2024

А.В. Плеханов, С.Ю. Рыжов

Механическое взаимодействие метаемого тела со стенками канала рельсового электромагнитного ускорителя. Численное решение

Рассмотрено колебание рельсов ускорителя под действием электромагнитных сил, правая граница приложения которых движется по каналу ствола от входной части к дульному срезу. Рельсовый ускоритель упрощенно рассматривается как балка Бернулли – Эйлера конечной длины, лежащая на вязкоупругом основании, с консольной поддержкой со стороны входной части ускорителя. Колебание рельса описывается дифференциальным уравнением в частных производных четвертого порядка по координате и второго порядка по времени. Уравнение решается численно комбинированным методом: конечных разностей по времени и конечных элементов по координате. Сравнение результатов численных расчетов с аналитическим решением показало, что разработанная программа хорошо оценивает поведение рельса под воздействием движущейся по его длине электромагнитной (ЭМ) нагрузки на всей траектории движения разгоняемого тела.

С помощью разработанной методики проведено исследование влияния профиля тока в цепи ускорителя и параметров основания на динамику изгибных волн, возникающих и распространяющихся в рельсе, на положение и величину максимального прогиба рельса. Показано, что возможен подбор профиля тока, который минимизирует максимальные прогибы рельса ускорителя в процессе разгона. Также получено, что выбор оптимального профиля тока оказывает не меньшее влияние на максимальный прогиб рельса, чем улучшение параметров основания ускорителя. Результаты расчетов могут оказаться полезными при проектировании электромагнитного рельсового ускорителя.

Ключевые слова: *рельсовый электромагнитный ускоритель, колебание рельса, движущаяся нагрузка, МКР+МКЭ, влияние профиля тока и параметров основания*

A.V. Plekhanov, S.Yu. Ryzhov

Mechanical interaction of a projectile body with a bore walls of an electromagnetic accelerator. Numerical solution

The vibration of the accelerator rails under the action of electromagnetic forces, the right boundary of which is moving along with the armature along the barrel bore, is considered. The rail accelerator is simply considered as a Bernoulli-Euler beam of finite length, lying on a viscoelastic foundation, with cantilever support from the side of the accelerator breech. The rail vibration is described by a differential equation in partial derivatives of the fourth order in coordinate and the second order in time. The equation is solved numerically by combined method: finite differences in time and finite elements in coordinate. A comparison of the results of numerical calculations with an analytical solution showed that the developed code evaluates the behavior of the rail well under the influence of an EM load moving along its length along the entire trajectory of the accelerated body.

Using the developed code, the influence of the current profile in the accelerator circuit and the foundation parameters on the dynamics of bending waves arising and propagating in the rail, the position and magnitude of the maximum rail deflection was studied. It is shown that it is possible to select a current profile that minimizes the rail accelerator deflections during acceleration. It is also found that the choice of the optimal current profile has no less effect on the maximum rail deflection than improving the parameters of the accelerator foundation. The calculation results may be useful in the design of an electromagnetic rail accelerator.

Key words: *rail electromagnetic accelerator, rail vibration, moving load, FDM+FEM, influence of current profile and foundation parameters*

1. Введение

Электромагнитный ускоритель представляет собой устройство, преобразующее подведенную к нему электрическую энергию в кинетическую энергию метаемого тела. Канал электромагнитного рельсового ускорителя, как правило, является сложной конструкцией, состоящей из токопроводящих рельсов, изоляторов и силовой оболочки. Для его изготовления применяются конструктивные материалы с существенно различными физико-механическими свойствами. Все это усложняет задачу прогнозирования поведения канала ускорителя в процессе разгона метаемого тела. Очевидно, что в этом случае должна решаться связанная нестационарная трехмерная пространственная задача определения электромагнитных полей и напряженно-деформированного состояния составной конструкции под действием динамических нагрузок. Полный анализ является чрезвычайно затратным по усилиям, связанным как с подготовкой исходных данных и временем расчетов, так и с интерпретацией полученных результатов.

В этой связи при проектировании конструкции ускорителя для получения оценок решения могут применяться одномерные модели с приемлемыми упрощениями, позволяющими проводить расчеты в широком диапазоне изменения параметров ускорителя за разумное время.

Упрощенные модели взаимодействия метаемого тела со стенками канала ускорителя строятся на идеализированном предположении, что рельс – это балка, а поддержка со стороны изоляционного материала и силовой оболочки моделируется как основание. Исследуется отклик балки на воздействие подвижной нагрузки, которую моделирует метаемое тело. Принятые допущения и предположение о постоянстве скорости нагрузки позволяют в некоторых случаях получить аналитические решения, связывающие прогиб с геометрическими размерами и свойствами материала балки, величиной и скоростью движения нагрузки и жесткостью основания (смотри, например, [1]-

[5]). Полученные аналитические решения применяются для проведения широкого спектра исследований поведения модельной конструкции, которая отражает многие свойства реального ускорителя. Но при, например, изменении геометрических размеров рельса и свойств основания по длине ускорителя получить аналитическое решение затруднительно. В этой связи требуется разработка численных методов решения задачи.

В данной работе предлагается комбинированная схема решения задачи численного определения прогиба рельса, применяющая конечно-разностную аппроксимацию по времени и конечно-элементную аппроксимацию по координате.

Сравнение результатов расчетов, выполненных по разработанной методике, с результатами, полученными аналитическим способом для модельного электромагнитного (ЭМ) ускорителя [6] при разных шагах интегрирования по времени и координате, позволило определить их величины, обеспечивающие хорошее соответствие результатов.

С использованием разработанной методики проведено исследование влияния профиля тока в цепи ускорителя и параметров основания на особенности развития изгибных волн в рельсах и их взаимодействия с рельсами и якорем в процессе работы ускорителя. Оказалось, что варьирование профиля тока может привести к изменению положения и величины максимального прогиба рельсов. Также подтвердилась возможность существенного снижения амплитуды изгибной волны за счет увеличения жесткости и демпфирующей способности основания. Результаты исследований могут быть полезными при проектировании рельсовых электромагнитных ускорителей.

2. Постановка задачи

Рассмотрим колебание рельсов электромагнитного ЭМ ускорителя под воздействием движущегося якоря.

Обычный электромагнитный рельсовый ускоритель состоит из двух проводящих рельсов, изолирующих пластин и внешней силовой оболочки. Для питания ускорителя в большинстве случаев используется импульсный источник электрической энергии (ИИЭ). На рис. 1 показана упрощенная механическая модель ЭМ рельсового ускорителя. Окружающие изоляционные пластины и силовая оболочка упрощены до вязкоупругого основания Винклера. Для анализа динамического поведения системы при разгоне якоря каждый из проводящих рельсов считается консольной балкой, расположенной на вязкоупругом основании. На рельсы действуют электромагнитная расталкивающая рельсы сила, механическое контактное давление якоря и силы со стороны компонентов конструкции. Якорь, а вместе с ним правая граница приложения расталкивающей рельсы электромагнитной силы и контактного давления движутся слева направо от входа к дульному срезу до момента разрыва электрической цепи при достижении якорем конца рельсов.

Проводящие рельсы в основном удерживают поперечные силы, а поперечные размеры рельсов малы по сравнению с его длиной, так что рельсы могут упрощенно рассматриваться в рамках модели балки Бернулли – Эйлера. В этом случае изгибная деформация является основной деформационной модой (видом деформации) балки.

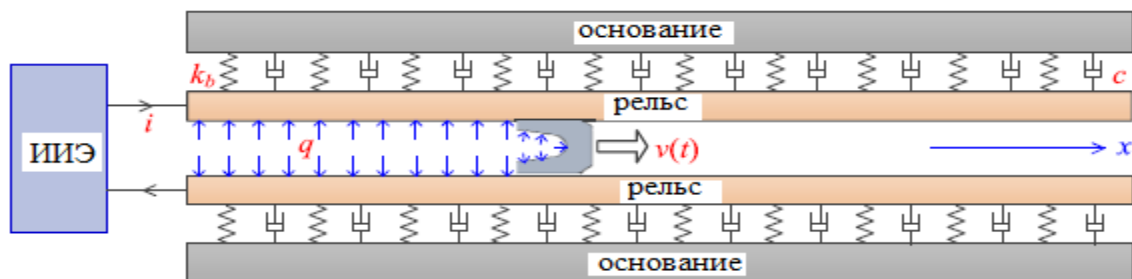


Рис. 1. Упрощенная схема электромагнитного рельсового ускорителя [6].

При сделанных предположениях уравнение, описывающее поведение балки (рельса), примет следующий вид [6]:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m_r \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c \frac{\partial w}{\partial t} + k_b w = q(x, t), \quad (1)$$

где: $w(x, t)$ – прогиб рельсов в направлении, перпендикулярном оси движения якоря Ox , E – модуль упругости материала рельсов, I – момент инерции поперечного сечения рельса на изгиб, m_r – масса единицы длины рельса, k_b и c – коэффициенты упругости и демпфирования основания соответственно, $q(x, t)$ – динамическая нагрузка, действующая на рельсы, которая содержит две части: $q_1(t)$ – распределенная электромагнитная расталкивающая сила и $q_2(t)$ – контактное давление со стороны якоря. Таким образом [6],

$$q(x, t) = q_1(t)[1 - H(x - u(t))] + q_2(t)H\{(0,5l)^2 - [x - (u(t) + 0,5l)]^2\}, \quad (2)$$

где $u(t)$ – координата якоря, l – длина контактной зоны якоря, действующей на рельс, H – ступенчатая функция Хевисайда.

Для балки с консольной поддержкой со стороны входной части справедливы следующие граничные условия:

$$\text{при } x = 0: w(0, t) = 0, \partial w(0, t) / \partial x = 0,$$

$$\text{при } x = L: \partial^2 w(L, t) / \partial x^2 = 0, \partial^3 w(L, t) / \partial x^3 = 0, \quad (3)$$

где L – длина балки.

Начальные условия:

$$\text{при } t = 0: w(x, 0) = 0, \partial w(x, 0) / \partial t = 0. \quad (4)$$

Уравнение (1) является линейным дифференциальным уравнением в частных производных четвертого порядка по координате и второго порядка по времени.

3. Алгоритм решения

Для решения системы уравнений (1) - (4) применялась конечно-разностная аппроксимация производных по времени и конечно-элементная дискретизация производных по пространству.

3.1. Решение уравнения по времени методом конечных разностей

Решаем дифференциальное уравнение относительно времени (t) методом конечных разностей (МКР). Первая и вторая производные по времени на j -м временном слое аппроксимировались следующим образом:

$$\frac{\partial w(t_j, x)}{\partial t} = \dot{w}(t_j, x) \approx \frac{w_j(x) - w_{j-1}(x)}{\tau}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 w(t_j, x)}{\partial t^2} = \ddot{w}(t_j, x) \approx \frac{\dot{w}(t_j, x) - \dot{w}(t_{j-1}, x)}{\tau} = \frac{w_j(x) - 2w_{j-1}(x) + w_{j-2}(x)}{\tau^2}, \quad (6)$$

где τ – шаг по времени. С учетом (5) и (6) уравнение (1) запишется в следующем виде:

$$EI \frac{\partial^4 w_j}{\partial x^4} + \frac{m}{h^2} (w_j - 2w_{j-1} + w_{j-2}) + \frac{c_i}{h} (w_j - w_{j-1}) + k_{b_j} w_j = q_j(x). \quad (7)$$

Из начальных условий (4) следует, что: $w_0 = 0$. С учетом (4) и (5): $\dot{w}_0 = \frac{w_0 - w_{-1}}{h} = 0$, откуда получаем, что $w_{-1} = w_0 = 0$. Тогда из уравнения (7) получим выражение для последовательного определения w_j начиная с $j = 2$.

3.2. Решение уравнения по координате методом конечных элементов

На каждом шаге по времени уравнения четвертого порядка (7) решались методом конечных элементов (МКЭ). Программа расчетов написана на языке Python. Для численного решения применялся модуль `scikit-fem` [7], в качестве базиса использовались эрмитовы конечные элементы.

При численной реализации функция Хевисайда аппроксимировалась непрерывной функцией следующего вида $H(x) = (1 + e^{-\alpha x})^{-1}$, где $\alpha = 10^6$.

4. Сравнение с аналитическим решением

Для проверки работы разработанной программы расчета взят пример ускорителя, представленный в [6]. Как следует из рис. 2, для анализа выбран электромагнитный рельсовый ускоритель среднего калибра с каналом прямоугольной формы. Детальные параметры ускорителя перечислены в табл. 1.

Таблица 1. Параметры рассматриваемого ускорителя [6]

Параметр	Значение	Обозначение
s	50 мм	Расстояние между рельсами
h	40 мм	Ширина рельсов
b	20 мм	Толщина рельса
E	115 ГПа	Модуль упругости материала рельсов
I	$1,07 \times 10^{-7} \text{ м}^4$	Момент инерции поперечного сечения на изгиб
$u(0)$	200 мм	Начальное положение якоря
k_b	10 ГПа	Коэффициент упругости основания
c	$1,0 \times 10^4 \text{ кг}/(\text{м с})$	Коэффициент демпфирования на единицу длины
L	3000 мм	Длина рельсов
m_r	8 кг/м	Масса единицы длины рельса
L'	0,45 мкГн/м	Градиент индуктивности рельсов
l	60 мм	Контактная длина якоря с рельсом
m_a	200 г	Масса якоря и нагрузки

Расталкивающая рельсы сила вычислялась из соотношения, полученного для взаимодействия двух параллельных проводников при протекании по ним тока $i(t)$ в противоположных направлениях [8]:

$$q_1 = \frac{\mu i^2}{\pi h} \arctan\left(\frac{h}{2(s+b)}\right),$$

где μ – магнитная проницаемость вакуума, h – средняя ширина рельсов, $s+b$ – расстояние между центрами рельсов (смотри рис. 2).

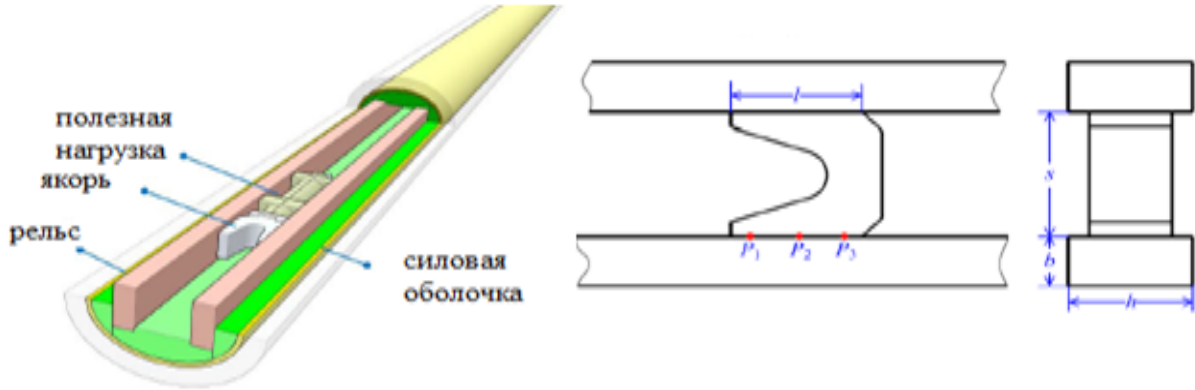


Рис. 2. Упрощенный вид ускорителя с размерами рельсов и якоря [6].

Сила, прижимающая лепестки якоря к рельсам (q_2), зависит от конструкции якоря, и для ее вычисления требуется рассмотрение детальной картины протекания тока в рельсах и якоря, что не входит в круг задач данной работы. Чаще всего ее принимают пропорциональной силе, расталкивающей рельсы: $q_2 = tq_1$, где t – параметр.

Профиль тока в цепи ускорителя аппроксимировался кусочно-линейной функцией следующего вида:

$$i(t) = \begin{cases} i_{max}t/t_1 & \text{при } 0 \leq t < t_1, \\ i_{max} & \text{при } t_1 \leq t < t_1 + t_2, \\ i_{max} - \frac{i_{max} - i_{end}}{t_3} (t - t_1 - t_2) & \text{при } t_1 + t_2 \leq t \leq t_1 + t_2 + t_3, \end{cases} \quad (8)$$

где i_{end} , i_{max} , t_1 , t_2 и t_3 – параметры, с помощью которых можно задавать профиль тока в цепи ускорителя. В частности, аппроксимировать профиль тока работы [6] можно, если параметрам придать следующие значения [9]: $i_{max} = 1$ МА, $i_{end} = 500$ кА, $t_1 = 0,5$ мс, $t_2 = 1,2$ мс, $t_3 = 0,8$ мс.

Скорость и координата якоря по длине канала вычислялись из второго закона Ньютона:

$$v(t) = v(0) + \frac{1}{m_a} \int_0^t \left[\frac{1}{2} L i^2(\tau) - F_f \right] d\tau,$$

$$u(t) = u(0) + \int_0^t v(\tau) d\tau,$$

где F_f – силы сопротивления, которые могут включать фрикционные, аэродинамические и другие потери, m_a – масса якоря, L – градиент индуктивности рельсов.

В силу того, что ток в цепи аппроксимировался кусочно-линейной функцией, вычисление значений $q(t)$, скорости $v(t)$ и координаты якоря $u(t)$ выполнялось аналитически.

Для исследования сходимости результаты численного решения сравнивались с аналитическим решением, полученным по модифицированной схеме [9], с учетом 80 мод. Сравнивались значения прогиба $w(x,t)$ на равномерной сетке 1000 на 1000 точек для разных значений количества конечных элементов сетки при решении уравнений (7) и количества шагов по времени в методе конечных разностей. Предполагалось, что $q_2 = q_1$ и $F_f = 0$.

На рис. 3 представлено среднеквадратичное отклонение численного решения ($w(x_k, t_j)$) от аналитического решения ($w_a(x_k, t_j)$) по формуле

$$\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^M (w(x_k, t_j) - w_a(x_k, t_j))^2}{NM}}$$

в зависимости от количества конечных элементов при решении уравнения (7) и количества шагов по времени. Видно, что увеличение числа конечных элементов (N_x) свыше 200 не приводит к существенному снижению среднеквадратичного отклонения. На сходимость численного решения в большей степени влияет величина шага по времени (N_t). Наиболее предпочтительным является случай, когда $N_t = 100\,000$ шагов и $N_x = 200$ конечных элементов, что соответствует шагу по времени $\tau = 2,68 \times 10^{-8}$ с и шагу по координате 15 мм.

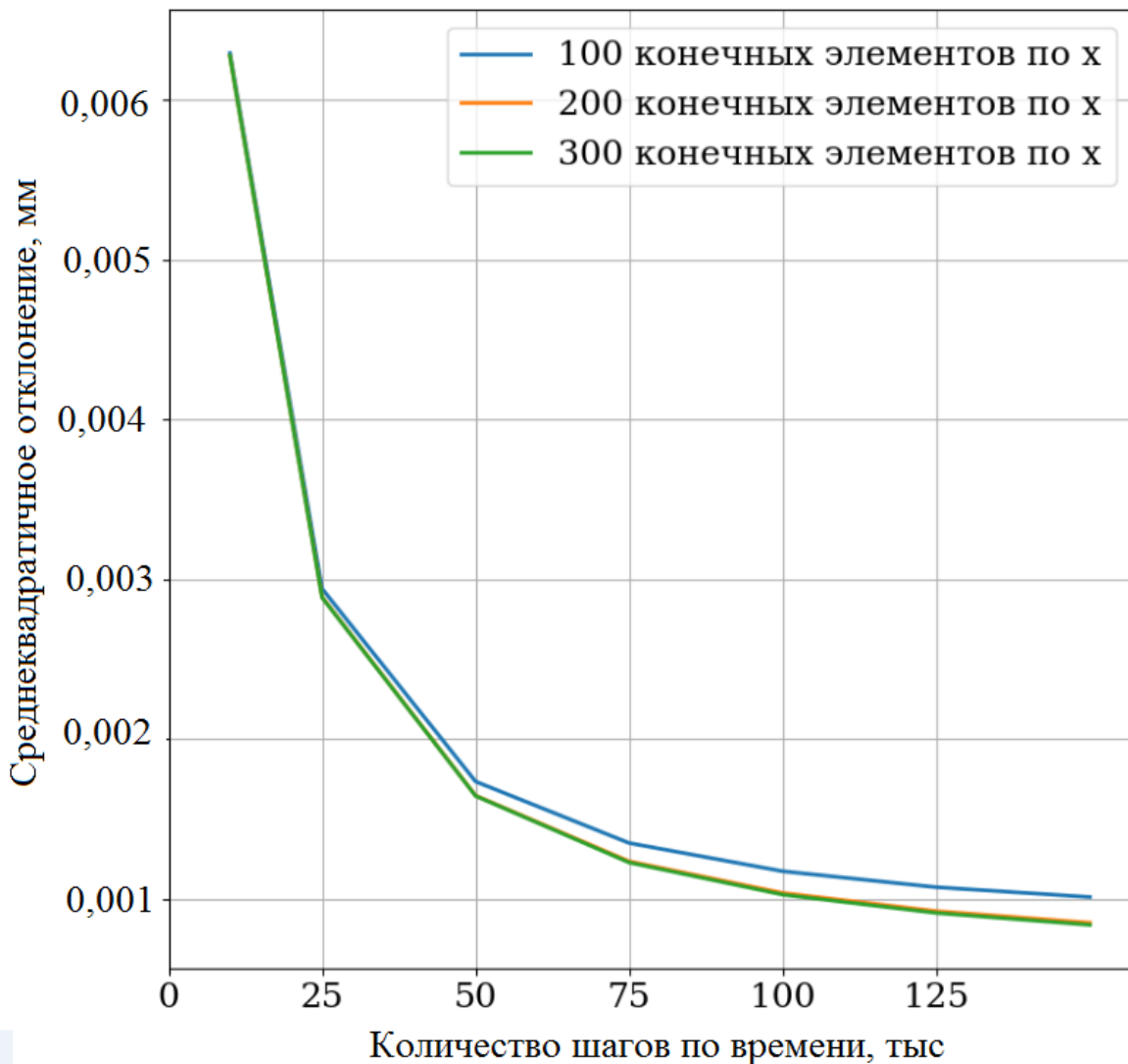


Рис. 3. Зависимость среднеквадратичного отклонения прогиба рельса от количества конечных элементов (N_x) и количества шагов по времени (N_t).

В табл. 2 показано относительное отклонение максимума численного решения от максимума аналитического решения. Для выбранных параметров отклонение составляет менее 1%.

На рис. 4 приведено сравнение динамики величины прогиба в некоторых точках балки, полученных численно (сплошные линии) и аналитически (точки) для выбранных параметров ($N_t = 100\ 000$ и $N_x = 200$). Видно, что траектории практически совпадают.

Таблица 2. Относительное отклонение максимумов численного и аналитического решений.

Количество конечных разностей (N_t)	Количество конечных элементов (N_x)					
	100	200	300	600	900	1200
10 000	-4,22%	-4,20%	-4,17%	-4,18%	-4,19%	-4,20%
25 000	-2,15%	-2,08%	-2,08%	-2,08%	-2,08%	-2,08%
50 000	-1,40%	-1,34%	-1,34%	-1,34%	-1,34%	-1,34%
100 000	-1,03%	-0,96%	-0,96%	-0,96%	-0,96%	-0,96%
150 000	-0,90%	-0,83%	-0,83%	-0,83%	-0,83%	-0,83%

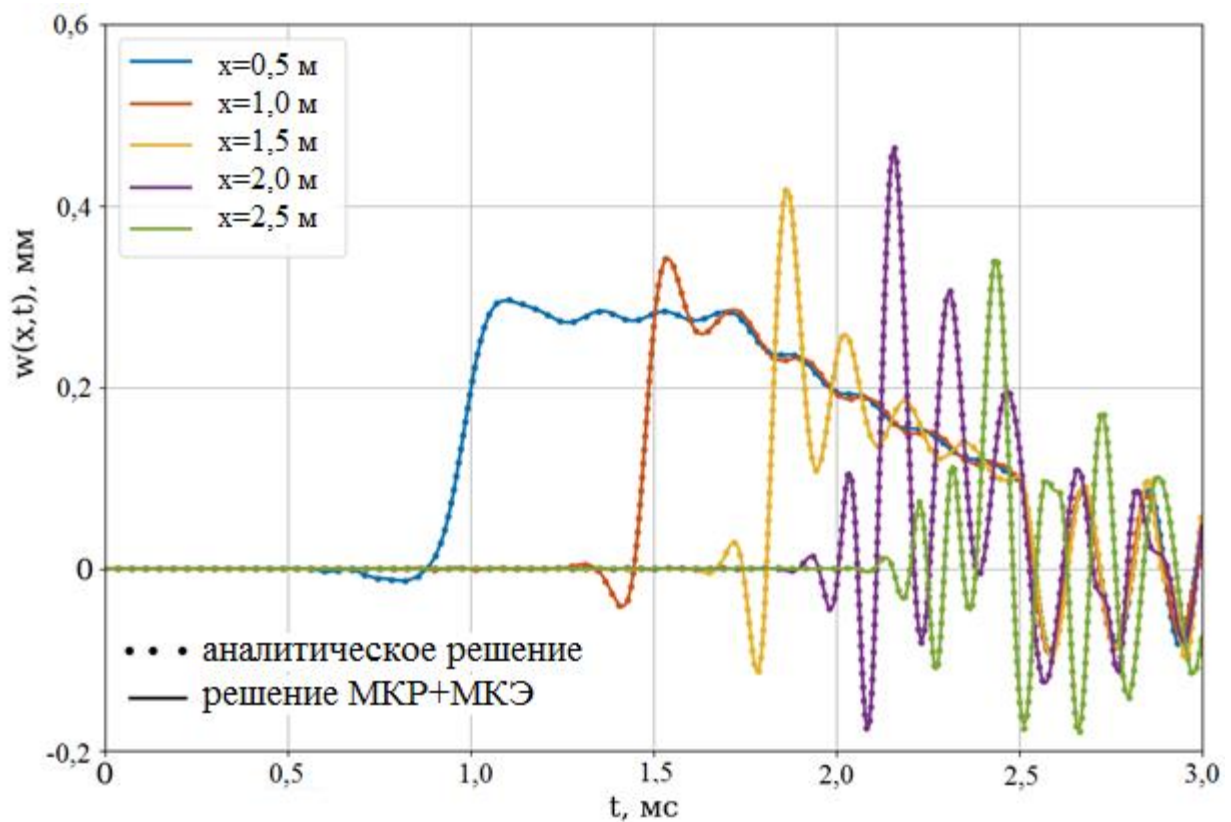


Рис. 4. Сравнение траекторий прогиба в некоторых точках балки для численного и аналитического решений.

Таким образом показано, что разработанная программа численного решения хорошо оценивает поведение рельса под воздействием движущейся по его длине ЭМ нагрузки на всей траектории движения разгоняемого тела. Ее можно применять для исследований влияния различных параметров на величину и характер колебания рельсов в процессе разгона.

5. Параметрические исследования

5.1. Постановка задачи и базовый пример

Целью параметрических исследований является определение влияния некоторых параметров ускорителя на характер взаимодействия метаемого тела со стенками канала в процессе разгона. При этом в задачу данной работы не входит определение условий, как эти параметры обеспечить за счет конструкций ускорителя, импульсного источника питания, метаемого тела или выбора материалов и так далее. Мы попытаемся понять, как изменение варьируемых параметров скажется на распространении и взаимодействии изгибных волн, положении и величине максимума амплитуды прогиба рельса и т.д. В качестве базового возьмем ускоритель из работы [6], схема которого показана на рис. 2, с параметрами, представленными в табл. 1. Приведенный профиль тока [6] позволяет разогнать в таком ускорителе длиной 3 метра якорь массой 200 г до дульной скорости выше 2 км/с. Величина выбранной скорости не является запредельной, реально достижима в современных рельсовых ЭМ ускорителях (смотри, например, [10],[11]) и выбрана таковой в методических целях.

В качестве изменяемых параметров могут быть выбраны: профиль тока в цепи ускорителя, параметры основания (коэффициенты жесткости k_b и демпфирования c), начальная скорость якоря $v(0)$ и коэффициент

пропорциональности m между расталкивающей рельсы силой q_1 и контактной силой q_2 .

В данной работе исследуется влияние профиля тока в цепи ускорителя и параметров основания. Начальная скорость якоря полагается равной нулю ($v(0) = 0$), а коэффициент $m = 1$ ($q_1 = q_2$). Исследование влияния данных параметров выходит за рамки данной работы.

Предполагается, что ток в цепи ускорителя можно условно разбить на три участка по времени t_1 , t_2 и t_3 и аппроксимировать кусочно-линейной функцией, показанной на рис. 5, в виде (8). Такое представление профиля тока позволяет с достаточно хорошей для практики точностью отразить основные участки изменения тока (нарастание тока, квазистационарный участок, спадание тока) в реальном ускорителе, используя пять параметров. Причем два из них (в нашем случае t_2 и t_3) исключаются из числа варьируемых параметров и определяются из условий достижения якорем скорости 2 км/с на выходе из ускорителя длиной 3 м. Таким образом, изменяющимися остаются три параметра: i_{max} , i_{end} и t_1 .

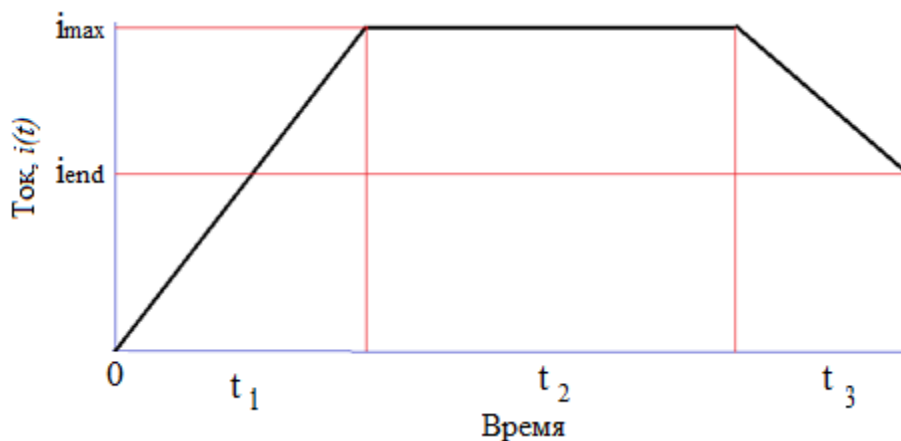


Рис. 5. Кусочно-линейная аппроксимация профиля тока в цепи ускорителя.

Фиксирование длины рельса и конечной скорости якоря позволяет корректно сравнивать между собой различные параметры профиля тока и решать тем самым задачу поиска их значений, оптимизирующих требуемые функционалы, например, максимальную величину прогиба рельса.

За базовые приняты следующие параметры: $i_{max} = 1$ МА, $t_1 = 0,5$ мс, $i_{end} = 0,5 i_{max}$. Значения остальных параметров ускорителя приведены в табл. 1.

На рис. 6 показана динамика величин прогиба рельса, скорости якоря и тока для некоторых характерных моментов времени разгона в базовом ускорителе.

Здесь синими пунктирными линиями обозначены положения на траектории, в которых якорь достигает так называемой «критической» скорости $v_{cr} = \sqrt{\frac{2\sqrt{EIk_b}}{m_r}}$ [12], величина которой для выбранных параметров ускорителя равна 1665 м/с. Необходимо отметить, что данное соотношение получено для балки Бернулли – Эйлера, покоящейся на упругом основании при движении нагрузки с постоянной скоростью. Это не в полной мере соответствует случаю, рассматриваемому в данной работе, но для балки Бернулли – Эйлера, покоящейся на вязкоупругом основании, при движении нагрузки с переменной скоростью аналитического выражения для критической скорости получить не удастся. Красными отрезками на верхних графиках и точками на нижних графиках показаны координата и скорость якоря в выбранные моменты времени. Красной линией на верхних графиках изображены огибающие линии максимального и минимального прогиба по длине рельса в процессе разгона.

За характерные выбраны моменты времени, связанные с изменением градиента тока в цепи ускорителя (рис. 6а и 6б), областей, когда якорь проходит критическую скорость (рис. 6в и 6г), и вблизи вылета якоря из канала ускорителя (рис. 6д и 6е).

Можно отметить, что с начала разгона (рис. 6а и 6б) перед якорем формируются волны частотой, как показывает грубая оценка, 8–9 кГц, амплитуда которых много меньше величины прогиба рельса за счет расталкивающей силы. Со временем амплитуда высокочастотной волны изгиба перед якорем растет. При этом за якорем также наблюдаются колебания рельса с частотой около 6 кГц.

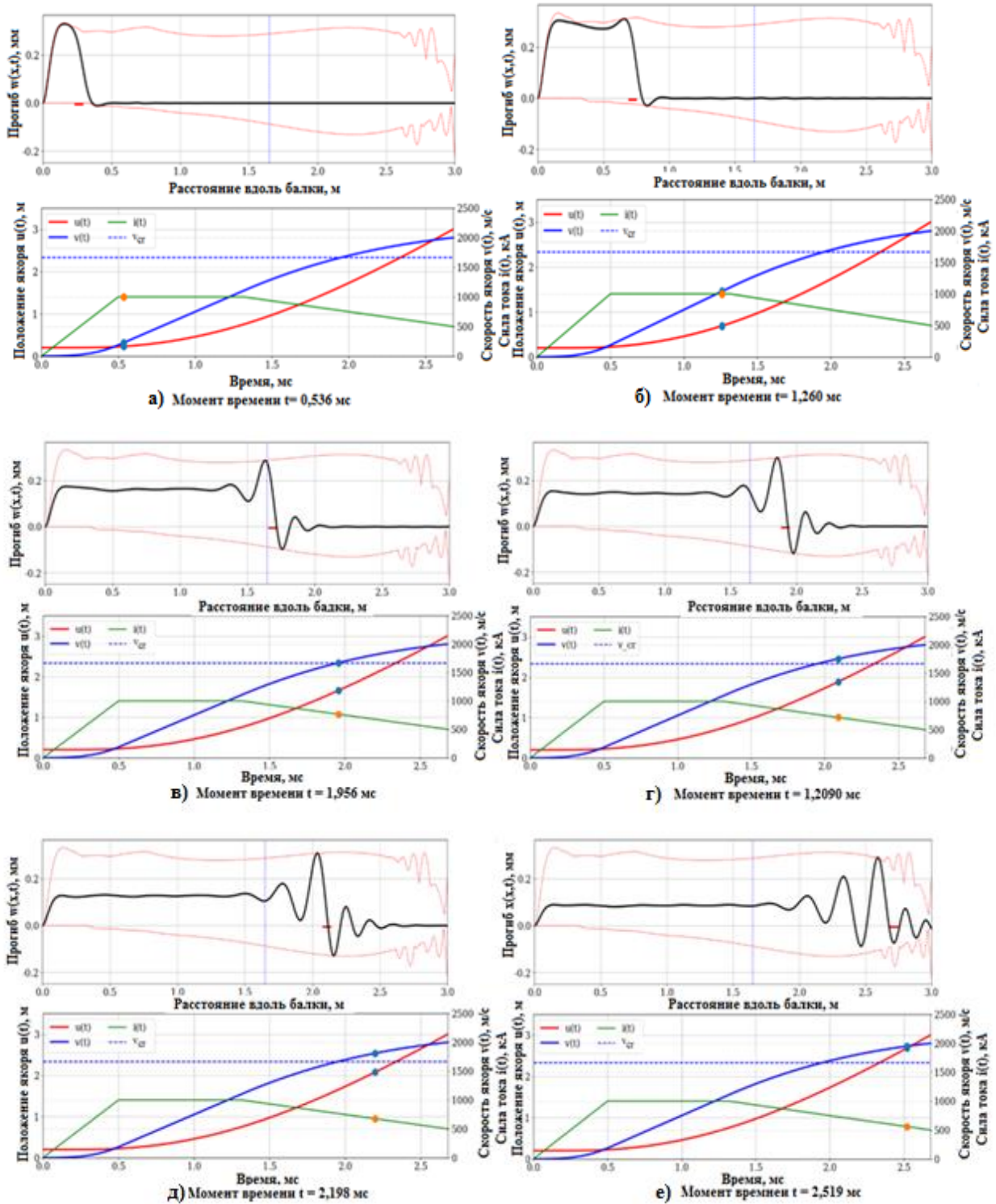


Рис. 6. Динамика прогиба рельса, положения и скорости якоря и тока в некоторые характерные моменты времени разгона.

В области критической скорости волна начинает пульсировать (рис. 6в и 6г) и разделяться на несколько последовательно движущихся волн в

дальнейшем ближе к зоне вылета якоря из ускорителя (рис. бд и бе). После достижения критической скорости якорь начинает обгонять волну изгиба. При этом максимальное отклонение рельса практически не меняется и близко к 0,3 мм. Результаты расчетов практически повторяются, если вместо численной методики воспользоваться аналитическим методом, предложенным в работе [9]. Появление высокочастотных колебаний перед и за якорем в момент начала движения и их дальнейшее распространение в процессе разгона требуют дальнейшего изучения, возможно с привлечением более сложных теорий балки.

Необходимо отметить тот факт, что после того, как якорь покинул ускоритель, рельсы продолжают колебаться некоторое время, продолжительность которого зависит от условий процесса разгона, что может повлиять на параметры повторного разгона, если в этом есть необходимость.

Далее рассмотрим влияние параметров профиля тока на динамику колебаний рельса.

5.2. Влияние профиля тока в цепи ускорителя

При исследовании влияния градиента нарастания тока в цепи ускорителя (времени t_1) на особенности взаимодействия якоря со стенками канала мы не будем рассматривать вопросы целостности полезной нагрузки при перегрузках и возможности создания такого импульсного источника электрической энергии. В реальности этот вопрос необходимо учитывать при проектировании конструкции метаемого тела и выборе типа и параметров источника.

Величина тока в цепи в момент вылета метаемого тела (i_{end}) влияет на эффективность работы ускорителя. Очевидно, что оптимальным является вариант, когда в момент покидания метаемым телом канала ускорителя ток в цепи близок к нулевому значению. Это означает, что вся энергия, подведенная к ускорителю, за исключением потерь, преобразовалась в кинетическую энергию метаемого тела. Кроме того, в этом случае на дульном срезе

ускорителя будет отсутствовать дуга, которая в противном случае загорается между электродами, что приводит к эродированию металлических и абляции неметаллических компонентов ускорителя и уменьшению его ресурса. Другим крайним случаем является вариант, когда метаемое тело покидает ускоритель при максимальном значении тока в цепи. С одной стороны, это позволит проводить процесс разгона при практически постоянном токе и существенно уменьшить его амплитуду при заданной длине ускорителя или уменьшить длину ускорителя при заданной амплитуде тока для обеспечения целевых показателей по величине дульной скорости или кинетической энергии метаемого тела. С другой стороны, покидание якорем ускорителя произойдет при максимально возможной запасенной в индуктивностях ускорителя энергии, что приведет к минимально возможной эффективности преобразования подведенной к ускорителю энергии в кинетическую энергию метаемого тела, пробою на срезе канала и горению дуги между электродами с последующим уменьшением его ресурса.

Величина максимальной силы тока в цепи ускорителя (i_{max}) влияет на параметры установки и условия ее эксплуатации. Из самых общих соображений ясно, что чем меньше величина максимального тока, тем проще конструкция импульсного источника электрической энергии, выше надежность его работы и лучше условия эксплуатации. Также очевидно, что чем больше амплитуда тока, тем выше джоулевы потери (пропорциональны квадрату тока), и, следовательно, создаются более жесткие условия на контактной поверхности якорь–рельс с вытекающими отсюда последствиями, влияющими на сохранение металлического контакта в процессе разгона и ресурс ускорителя.

Следовательно, для каждого ускорителя должны существовать параметры, позволяющие обеспечить выходные условия для метаемого тела на срезе канала оптимальным образом. В общем случае это требует рассмотрения всей установки в целом и выбора критерия оптимизации, что выходит за рамки

данной работы. Здесь мы рассмотрим лишь влияние рассматриваемых параметров на максимальный прогиб рельсов в процессе разгона якоря.

Результаты проведенных расчетов показали, что с вариацией указанных выше параметров меняются места максимального прогиба по длине рельса, времена и места достижения якорем критической скорости и обгона якорем волны изгиба. Все это сказывается на динамике развития изгибной волны, ее взаимодействии с волной изгиба, бегущей перед якорем, самим якорем и отраженными волнами в конце траектории. Для возможности количественной оценки влияния этих эффектов на прогиб рельса целесообразным оказалось разбиение всей траектории разгона на четыре участка:

участок 1: от начала движения якоря до середины стационарной части профиля тока ($0 \leq t \leq t_1 + \frac{1}{2}t_2$);

участок 2: от конца первого участка до момента достижения якорем критической скорости;

участок 3: от конца второго участка до момента обгона якорем изгибной волны (определяется как момент, когда за якорем появляется отрицательный прогиб рельса);

участок 4: от конца третьего участка до момента вылета якоря из канала ускорителя.

На рис. 7 показаны максимальные прогибы для разных участков рельса в зависимости от времени нарастания тока. Видно, что при больших градиентах нарастания тока (малых t_1) наибольший прогиб достигается на первом участке. При этом для $t_1 < 0,2$ мс максимальный прогиб здесь значительно превышает аналогичную величину на остальных участках. При $t_1 > 0,4$ мс максимум амплитуды прогиба практически не изменяется. При $t_1 \approx 0,75$ мс величины максимального прогиба на всех четырех участках рельса примерно одинаковые, канал оказывается наиболее равномерно нагруженным в процессе разгона

якоря. Дальнейшее увеличение времени нарастания тока приводит к незначительному увеличению прогиба рельса на участках 2-4.

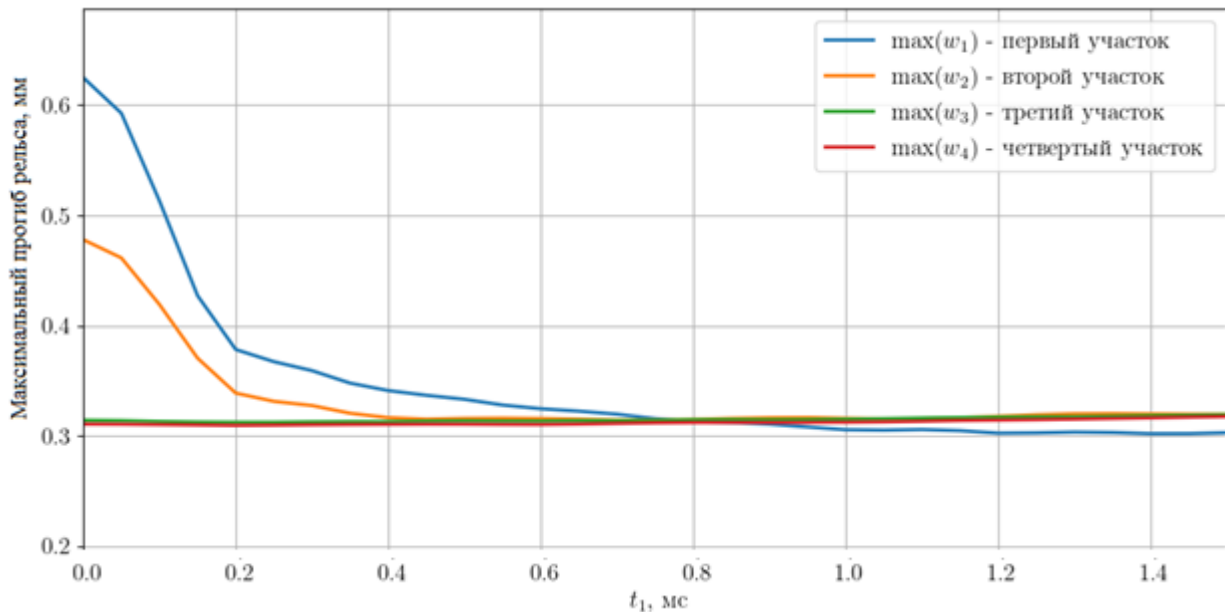


Рис. 7. Максимальные прогибы для разных участков рельса в зависимости от времени нарастаний тока в цепи ускорителя.

На рис. 8 показаны максимальные прогибы для разных участков рельса в зависимости от величины тока в цепи в момент вылета якоря из канала ускорителя. Из рисунка видно, что на первом участке рельса величина прогиба не меняется, так как условия ускорения остаются прежними (достижение заданной величины дульной скорости якоря регулируется протяженностью стационарного участка кривой тока). Наибольшие прогибы рельса при малых токах в цепи в момент вылета якоря наблюдаются на втором и третьем участках рельса за счет больших пульсаций, вызванных взаимодействием бегущей изгибной и отраженной волн при ослаблении расталкивающей рельсы силы. При $i_{end} > 0,55$ МА максимальные величины прогиба рельса достигаются на четвертом участке траектории.

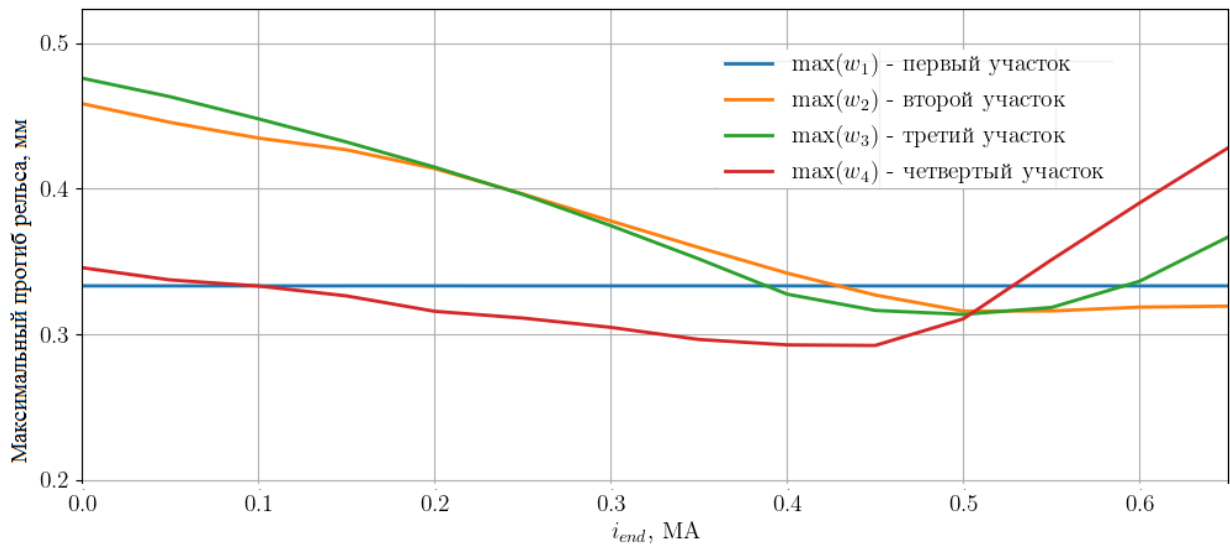


Рис. 8. Максимальные прогибы для разных участков рельса в зависимости от величины тока в цепи в момент вылета якоря из канала ускорителя.

На рис. 9 приведены характерные траектории в момент максимальных прогибов для двух значений i_{end} . Видно, что при нулевом значении i_{end} максимальный прогиб достигается после достижения якорем критической скорости в момент второго изменения градиента тока, а при $i_{end} = 0,65$ МА — близко к концу траектории. Это связано с изменением формы тока в цепи ускорителя, обеспечивающей условие достижения заданной скорости якоря (2 км/с) на определенной длине ускорителя (3 м).

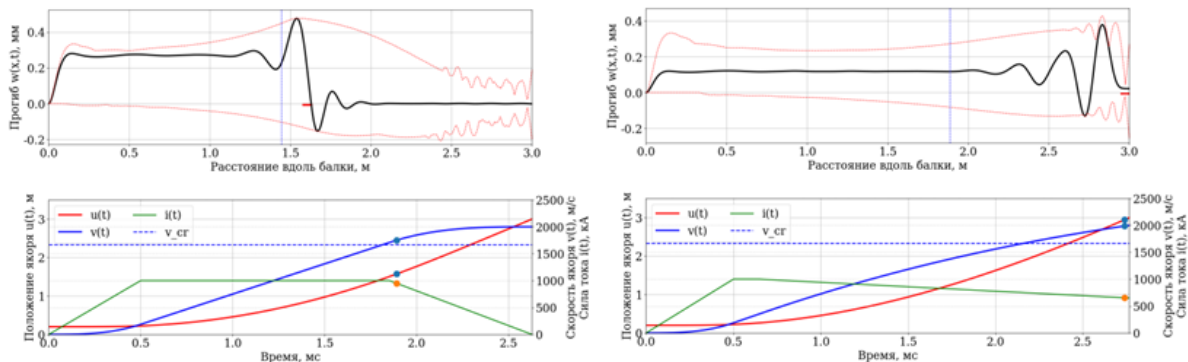


Рис. 9. Динамика прогиба рельса, положения и скорости якоря и тока для двух значений тока $i_{end} = 0$ (слева) и $i_{end} = 0,65$ МА (справа).

На рис. 10 показаны максимальные прогибы для разных участков рельсов в зависимости от амплитуды тока в цепи ускорителя. Из рисунка видно, что величина максимального прогиба на первом участке увеличивается линейно с ростом амплитуды тока. Оптимальной является величина, равная примерно 1 МА, при которой максимальные прогибы на всех участках примерно одинаковые. Для значений $i_{max} < 0,95$ МА максимум прогиба достигается на участках 2-4, а для значений $i_{max} > 0,95$ МА – на участках 1-2.

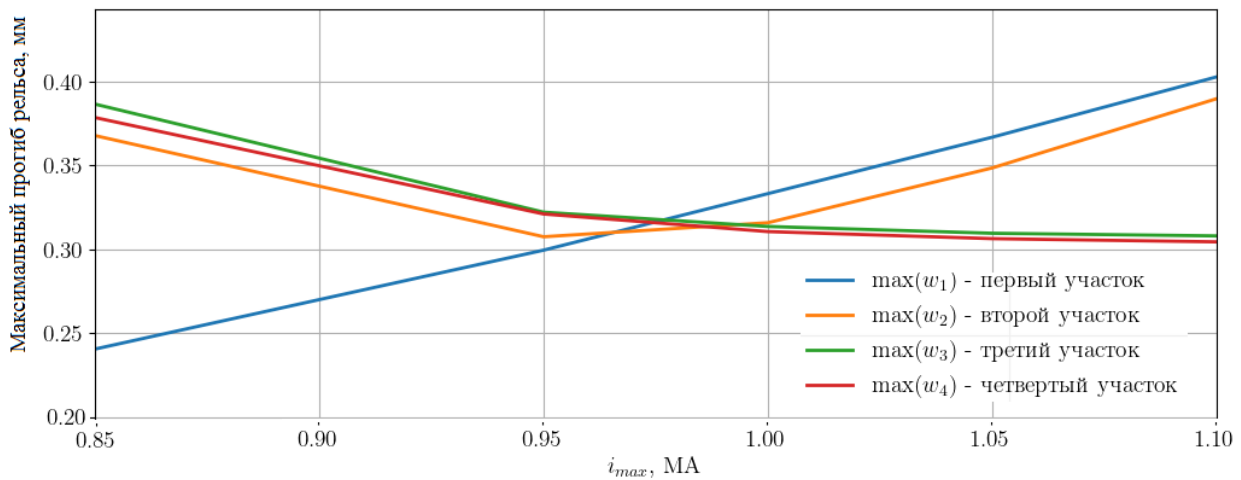


Рис. 10. Влияние амплитуды тока в цепи ускорителя на максимальные прогибы для разных участков рельсов.

На рис. 11 показаны характерные траектории в моменты максимальных прогибов рельса. Видно, что при $i_{max} = 0,85$ МА максимальный прогиб образуется после достижения якорем критической скорости и начала снижения тока, а при $i_{max} = 1,1$ МА – в момент после первого изменения градиента тока в цепи ускорителя.

Таким образом показано, что вид профиля тока оказывает большое влияние как на динамику колебания рельса, так и на положение места по длине рельса, в котором достигается максимальный прогиб.

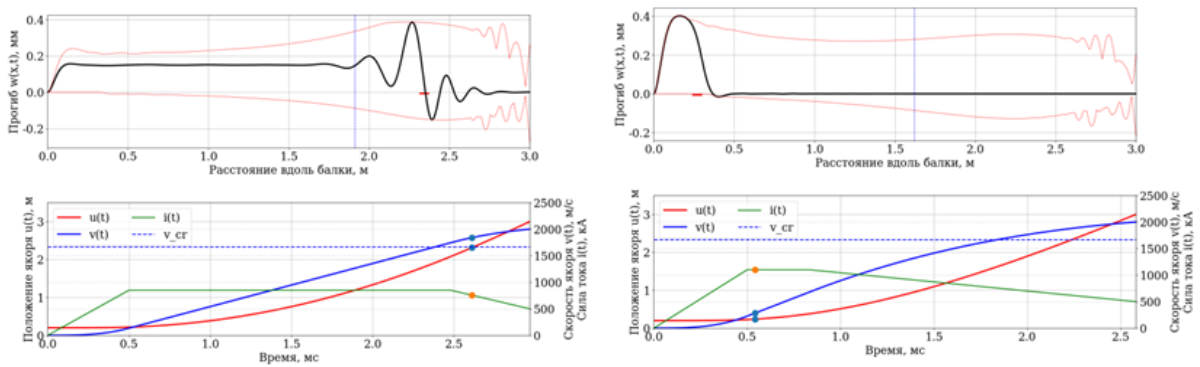


Рис. 11. Динамика прогиба рельса, положения и скорости якоря и тока для двух значений тока в конце траектории $i_{max} = 0,85$ МА (слева) и $i_{max} = 1,1$ МА (справа).

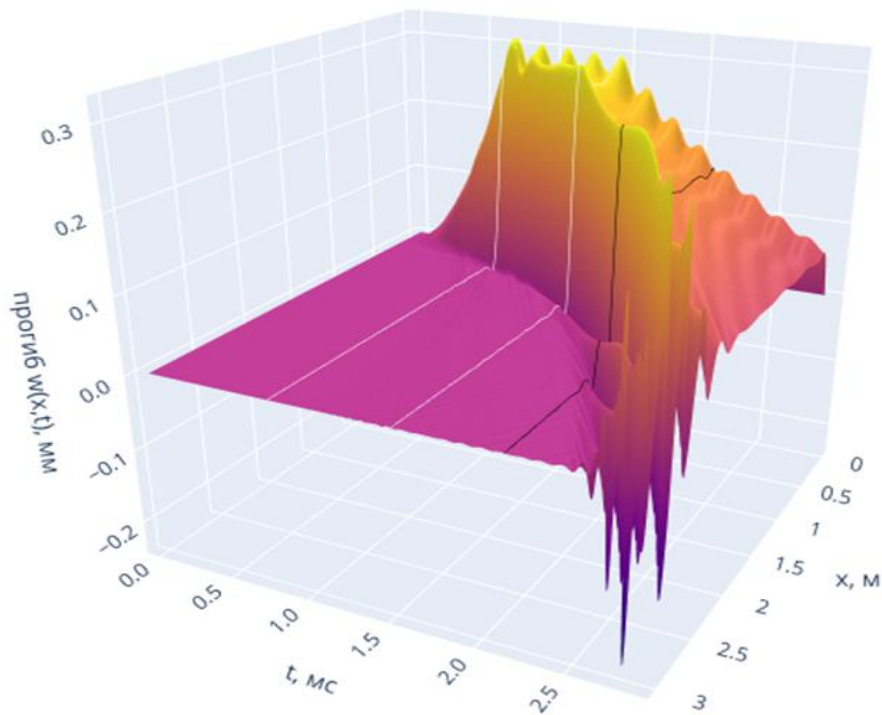


Рис. 12. Проекция трехмерного изображения зависимости прогиба рельса от координаты и времени для случая, когда максимальный прогиб на всех участках примерно одинаков ($t_l = 0,77$ мс, остальные параметры соответствуют базовым значениям).

На рис. 12 приведена проекция трехмерного изображения зависимости прогиба рельса от координаты и времени для случая, когда максимальный

прогиб на всех участках примерно одинаков ($t_1 = 0,77$ мс, остальные параметры соответствуют базовым значениям). Белые линии соответствуют моментам изменения градиента тока в цепи ускорителя, черная – моменту достижения якорем критической скорости. Можно видеть, что колебания рельса как за якорем, так и перед якорем значительно увеличиваются в области достижения якорем критической скорости.

5.3. Влияние свойств основания

В качестве параметров, определяющих свойства основания, выбраны коэффициент упругости (k_b) и коэффициент демпфирования (c). Очевидно, что при прочих равных условиях с ростом рассматриваемых величин величина максимального прогиба рельса будет уменьшаться. При этом коэффициент упругости непосредственно влияет на величину критической скорости и, соответственно, момент ее достижения якорем.

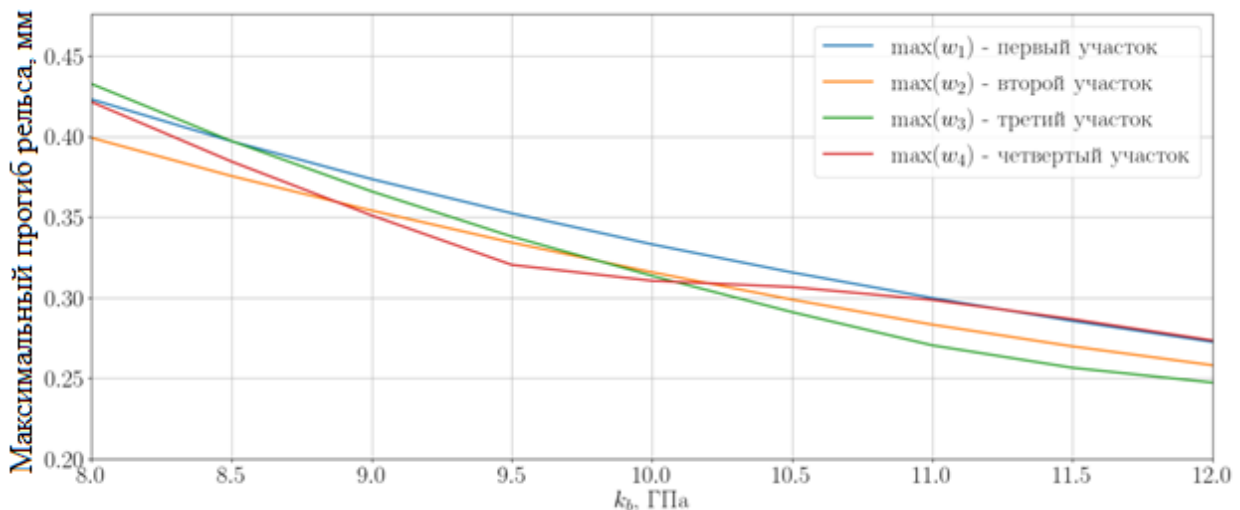


Рис. 13. Влияние коэффициента упругости основания на максимальные прогибы для разных участков рельса.

На рис. 13 приведены максимальные прогибы рельса для разных участков рельса в зависимости от коэффициента упругости основания. Видно, что

величина максимального прогиба на всех участках уменьшается с увеличением k_b . Следует отметить, что степень влияния k_b на изменение максимума прогиба рельса на третьем участке оказывается выше, а на четвертом участке ниже, чем на первом и втором участках.

На рис. 14 показаны максимальные прогибы для разных участков рельса в зависимости от коэффициента демпфирования основания. Из рисунка видно, что увеличение коэффициента демпфирования основания в наибольшей степени снижает максимум прогиба на четвертом участке траектории. На третьем участке это влияние уменьшается, а на первом и втором – влияние практически отсутствует.

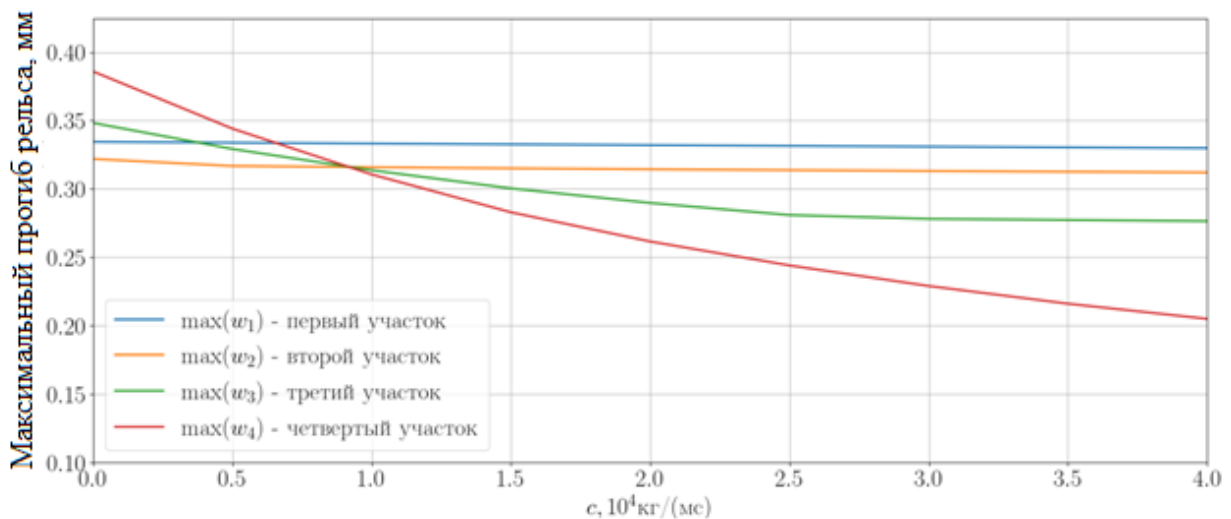


Рис. 14. Влияние коэффициента демпфирования основания на максимальные прогибы для разных участков рельсов.

5.4. Сравнение влияния профиля тока и параметров основания

На рис. 15 и 16 показаны зависимости максимальных прогибов рельсов на различных участках траектории от градиента нарастания тока в цепи ускорителя и величины тока в момент вылета якоря для двух значений коэффициента упругости основания. Видно, что для каждого конкретного

участка траектории рост коэффициента упругости приводит к снижению максимального прогиба рельса для одинаковых профилей тока. При этом необходимо отметить, что можно подобрать такие параметры профиля тока, которые обеспечат меньшие величины прогиба рельсов при меньшем коэффициенте упругости основания, чем получаются при неоптимальном профиле тока и большем коэффициенте упругости рельса. В частности, медленный разгон якоря ($t_l > 0,6$ мс) при $k_b = 10$ ГПа приводит к меньшему прогибу, чем быстрый разгон ($t_l < 0,2$ мс) при $k_b = 11$ ГПа. Также оптимальная для данного ускорителя величина тока в момент вылета якоря ($i_{end} = 0,5$ МА) при $k_b = 10$ ГПа приводит к меньшему прогибу рельса, чем неоптимальные величины ($i_{end} < 0,25$ МА и $i_{end} > 0,6$ МА) при $k_b = 11$ ГПа.

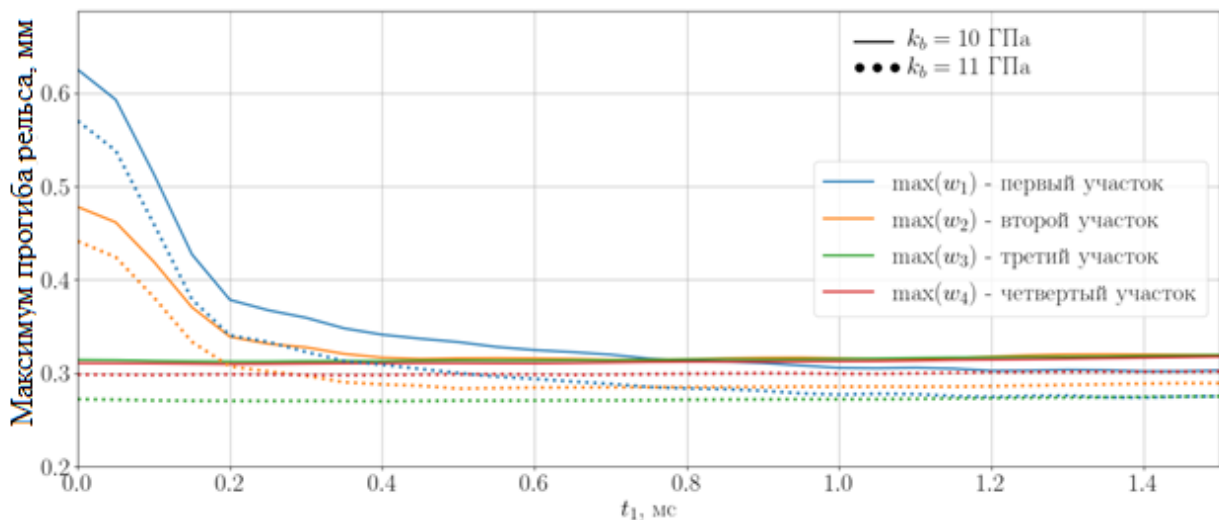


Рис. 15. Максимальные прогибы для разных участков рельса в зависимости от времени нарастания тока в цепи ускорителя для двух значений коэффициента упругости основания.

Таким образом показано, что выбор оптимального профиля тока оказывает не меньшее влияние на параметры траектории (в нашем случае, максимум прогиба рельса), чем улучшение параметров основания ускорителя.

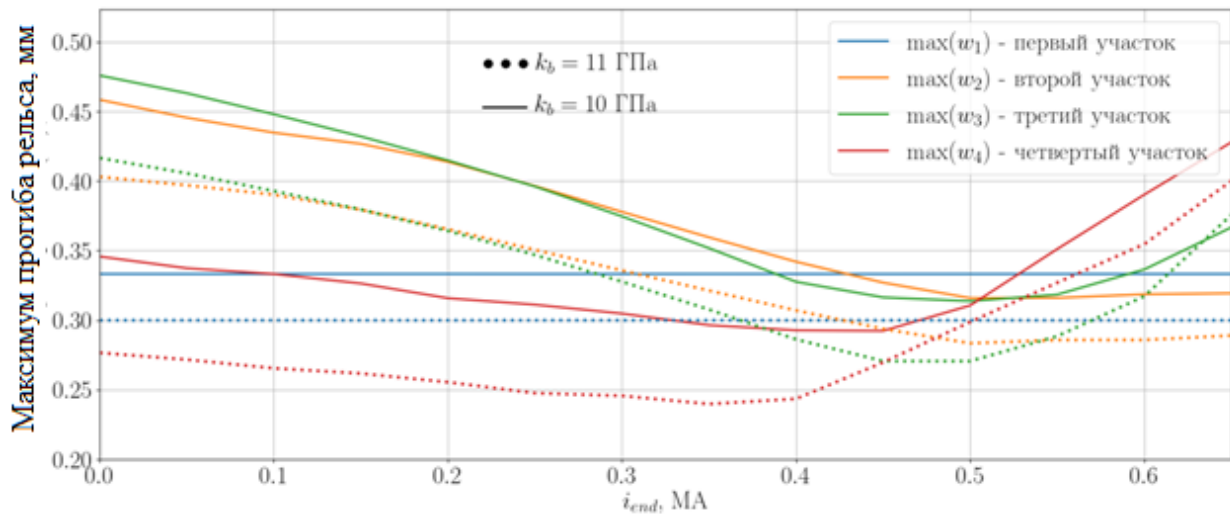


Рис. 16. Максимальные прогибы для различных участков рельса в зависимости от величины тока в цепи в момент вылета якоря для двух значений коэффициента упругости основания.

Заключение

В работе рассмотрено колебание рельсов ускорителя под действием электромагнитных сил, правая граница приложения которых вместе с якорем движется по каналу ствола. Рельсы упрощены до модели балки Бернулли – Эйлера на вязкоупругом основании Винклера. Уравнение колебания рельса решается комбинированным методом: конечных разностей по времени и конечных элементов по координате. В качестве базиса взяты эрмитовы конечные элементы.

Сравнение результатов численных расчетов с аналитическим решением показало, что разработанная программа численного решения хорошо оценивает поведение рельса под воздействием движущейся по его длине ЭМ нагрузки на всей траектории движения разгоняемого тела.

С использованием разработанной методики проведено исследование влияния профиля тока в цепи ускорителя и параметров основания на

особенности развития изгибных волн в рельсах и их взаимодействия с рельсами и якорем в процессе работы ускорителя. Оказалось, что варьирование профиля тока может привести к изменению положения и величины максимального прогиба рельсов. Также показано, что выбор оптимального профиля тока оказывает не меньшее влияние на параметры траектории (в нашем случае, максимум прогиба рельса), чем улучшение параметров основания ускорителя.

Список литературы

1. Tzeng J.T. Dynamic response of electromagnetic railgun due to projectile movement // *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 39, no. 1, 2003, pp.472-475. DOI: 10.1109/TMAG.2002.806384.
2. Nechitailo N.V., Lewis K.B. Influence of the critical velocity on deformation of launcher components // *International Journal of Impact Engineering*, vol. 35, 2008, pp. 1683–1687. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2008.07.052.
3. Lee Young-Hyun, Kim Sung-Soo, Combined analytical and numerical solution for an elastically supported Timoshenko beam to a moving load // *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 28, no.7, 2014, pp. 2549-2559. DOI: 10.1007/s12206-014-0612-6.
4. Jin L., Lei B., Li Zh., Zhang Q. Dynamic response of rails due to armature movement for electromagnetic railguns // *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 47, 2015, pp. 75–82. DOI: 10.3233/JAE-130168.
5. Lee Young-Hyun, Kim Seong-Ho, An S., Bae Y., Lee B. Dynamic response of an electromagnetic launcher accelerating a C-shaped armature // *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol. 45, no.7, 2017, pp.1639-1643. DOI: 10.1109/TPS.2017.2706746.
6. Wu J., Yang B., Zhou P., Wen S., Lin Q. Dynamic response analysis of rails on viscoelastic support stimulated by superspeed moving loads // *IEEE Transactions on*

Plasma Science, vol. 50, no. 4, 2022, pp. 1018-1025. DOI: 10.1109/TPS.2022.3161317.

7. <https://scikit-fem.readthedocs.io>.

8. Daneshjoo K., Rahimzadeh M., Ahmadi R. Dynamic response and armature critical velocity studies in an electromagnetic railgun // IEEE Transactions on Magnetics, 2007, vol. 43, no. 1, pp. 126-131. DOI: 10.1109/TMAG.2006.887668.

9. Плеханов А.В., Рыжов С.Ю. Механическое взаимодействие метаемого тела со стенками канала рельсового электромагнитного ускорителя. Тестовая задача // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2023. № 50. 30 с. <https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2023-50>.

10. Babakov Yu.P., Plekhanov A.V., Zhelezny V.B. Range and railgun development results at LS&PA “SOYUZ” // IEEE Transactions on Magnetics, 1995, vol. 31, no. 1, pp. 259-262. DOI: 10.1109/20.364691.

11. McNab I.R., Crawford M.T., Satapathy S.S., Stefani F., Watt T.J. IAT armature development // IEEE Transactions on Plasma Science, 2011, vol. 39, no. 1, pp. 442-451. DOI: 10.1109/TPS.2010.2082568.

12. Nechitailo N.V., Lewis K.B. Critical velocity for rails in hypervelocity launchers // International Journal of Impact Engineering, vol. 33, 2006, pp. 485–495. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2006.09.077.

Оглавление

	Стр.
1 Введение	3
2 Постановка задачи	5
3 Алгоритм решения	7
3.1 Решение уравнения по времени методом конечных разностей	7
3.2 Решение уравнения по координате методом конечных элементов	7
4 Сравнение с аналитическим решением	8
5 Параметрические исследования	13
5.1 Постановка задачи и базовый пример	13
5.2 Влияние профиля тока в цепи ускорителя	17
5.3. Влияние свойств основания	24
5.4. Сравнение влияния профиля тока и свойств основания	25
Заключение	27
Список литературы	28