

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

О. В. Богданкевич, В. Н. Уласюк, Влияние неоднородности возбуждения на порог генерации лазеров с электронной накачкой,

Квантовая электроника, 1974, том 1, номер 2, 357–364

<https://www.mathnet.ru/qs6694>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.168

21 мая 2025 г., 02:31:36



УДК 621.378.325

О. В. Богданкевич, В. Н. Уласюк

ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ ВОЗБУЖДЕНИЯ НА ПОРОГ ГЕНЕРАЦИИ ЛАЗЕРОВ С ЭЛЕКТРОННОЙ НАКАЧКОЙ

Теоретически рассмотрено влияние на порог генерации полупроводниковых лазеров с электронным возбуждением неоднородности накачки, обусловленной как неоднородностью распределения ионизационных потерь по глубине активной области, так и неоднородностью распределения плотности тока возбуждающего электронного пучка. Получены оценки зависимости пороговой плотности тока от энергии электронов и эффективного диаметра электронного пучка, а также от параметров оптического резонатора.

1. Введение

Как показано в работе [1], порог генерации по плотности тока в полупроводниковых лазерах с продольной накачкой, т. е. когда направление распространения генерируемого оптического излучения совпадает с направлением падающего электронного пучка, возбуждающего кристалл, резко увеличивается с увеличением диаметра возбужденной области и уменьшением энергии возбуждающего электронного пучка. Это связано с эффектами усиления спонтанного излучения, распространяющегося поперек оси резонатора, приводящими к насыщению инверсии уровней. С другой стороны, уменьшение апертуры электронного пучка на кристалле приводит к резкому возрастанию дифракционных потерь, если диаметр активной области становится соизмеримым с длиной волны генерируемого излучения.

Дифракционные потери в открытых резонаторах были рассмотрены в работах [2, 3]. Однако в случае полупроводниковых лазеров использование результатов расчетов [2] является некорректным в связи с тем, что Фокс и Ли рассматривали задачу дифракции поля в пустых (не заполненных активной средой) резонаторах с резко ограниченной апертурой.

В полупроводниковых лазерах, возбуждаемых электронным пучком, граница активной области не является резкой в силу специфики возбуждения. В работах [4—6] было показано, что в полупроводниковых лазерах с поперечной накачкой сильное влияние на порог генерации оказывает неоднородное распределение усиления, связанное с неоднородным распределением неравновесных носителей по глубине проникновения электронов в кристалл. При острой фокусировке электронного пучка в лазерах с продольной накачкой, как правило, очень трудно обеспечить однородное распределение плотности тока по сечению пучка, что приводит к неоднородности возбуждения и радиальной неоднородности распределения коэффициента усиления в активной области.

В настоящей работе теоретически рассмотрены пороговые условия генерации лазеров с продольной накачкой с учетом неоднородности возбуждения. В результате получены выражения для распределения

амплитуды поля на зеркалах резонатора в стационарном режиме, вычислен порог генерации и конфигурационные потери, а также получена оценка оптимального диаметра возбуждающего электронного пучка.

2. Продольная неоднородность накачки

Рассмотрим модель лазера (рис. 1), в котором электронный пучок с энергией \mathcal{E} падает на полупроводниковую пластинку в направлении оси z . На поверхности пластинки, лежащие в плоскостях $z=0$ и $z=L$, нанесены отражающие покрытия с коэффициентами отражения R_1 и R_2 . Эти покрытия образуют резонатор Фабри—Перо с расстоянием между зеркалами L . Активная область в таком лазере определяется апертурой электронного пучка D и областью кристалла между плоскостями $z=z_1$ и $z=z_2$, где коэффициент усиления отличен от нуля (рис. 2). Распределение плотности тока в пучке в плоскости xy определяется свойством электронооптической системы и обычно имеет гауссову форму, т. е.

$$j(r) = j(0) \exp[-(r/D)^2]. \quad (1)$$

В такой схеме лазера коэффициент усиления неоднороден как вдоль направления генерации, что обусловлено неоднородностью плотности ионизации $\partial \mathcal{G}/\partial z$, так и в поперечном направлении, что обусловлено радиальной неоднородностью плотности тока накачки. Будем считать,

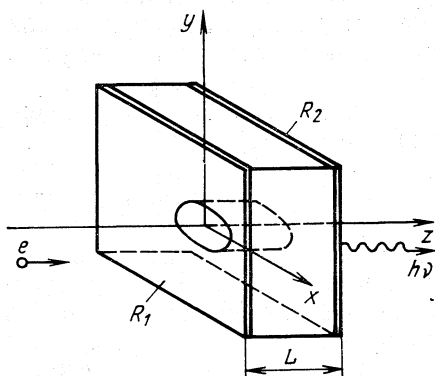


Рис. 1. Модель лазера.

что эффективный диаметр электронного пучка больше диффузионной длины неравновесных носителей, так что их диффузия существенным образом не меняет распределения коэффициента усиления в активной области. Как мы видим, в такой модели задача является трехмерной и для точного определения пороговых условий необходимо решать трехмерное волновое уравнение, что встречает серьезные математические трудности.

Поэтому в нашем рассмотрении мы введем ряд упрощающих предположений, которые, являясь определенным приближением для данной

ситуации, позволят, однако, получить достаточно хорошие оценки зависимости порога генерации по плотности тока накачки от таких важных параметров лазера, как энергия электронного пучка, его эффективная апертура, длина резонатора и коэффициенты отражения зеркал.

Первое из таких упрощающих предположений состоит в том, что мы будем рассматривать отдельно продольную и поперечную неоднородности возбуждения, т. е. пороговое условие генерации запишем в виде

$$\int_0^L \mu(z) dz = \Lambda \kappa L, \quad (2)$$

где $\mu(z)$ — распределение коэффициента усиления в осевом направле-

нии, обусловленное неоднородностью потерь энергии электронного пучка по глубине кристалла; $\kappa = \kappa_1 + (1/2L) |\ln R_1 R_2|$ — коэффициент нерезонансных потерь света в резонаторе; κ_1 — коэффициент объемных потерь; Λ — коэффициент конфигурационных потерь [5].

Это предположение оправдывается тем, что вблизи порога генерации возбуждаются аксиальные моды резонатора с направлениями волновых векторов поля, параллельными оси резонатора, поэтому можно пренебречь изменением усиления на проход, связанным с рефракцией мод из-за поперечной неоднородности диэлектрической проницаемости.

Влияние поперечной неоднородности усиления учтем отдельно, вычислив коэффициент конфигурационных потерь Λ . Далее будем считать, что концентрация неравновесных носителей $n(z)$ связана с плотностью тока j следующим соотношением [7]:

$$n(z) = \frac{j\tau_{сп}}{3e\Delta} \left(-\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} \right), \quad (3)$$

где $\tau_{сп}$ — время жизни неравновесных носителей по отношению к спонтанной рекомбинации; Δ — ширина запрещенной зоны полупроводника. Как и в [4], будем считать, что $\partial \mathcal{E} / \partial z$ имеет вид

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} = A_0(\mathcal{E}) \exp \left[-\left(\frac{z-a}{b} \right)^2 \right],$$

где $A_0(\mathcal{E})$ — плотность ионизации в максимуме распределения. Константы распределения A_0 , a и b выражаются через начальную энергию электронов в пучке \mathcal{E} следующим образом [7]*:

$$a = 2,3 \cdot 10^{-2} \mathcal{E} + 5,4 \cdot 10^{-4} \mathcal{E}^2 \text{ мкм}; \quad b = 3,2 \cdot 10^{-2} \mathcal{E} + 7,6 \cdot 10^{-4} \mathcal{E}^2 \text{ мкм};$$

$$A_0(\mathcal{E}) = 2 / (0,116 + 0,0027 \mathcal{E}) \text{ кэВ/мкм}, \text{ где } \mathcal{E} \text{ в кэВ.}$$

Коэффициент усиления $\mu(z)$ пропорционален плотности неравновесных носителей, т. е.

$$\mu(z) = \sigma [n(z) - n_0], \quad (4)$$

где σ — сечение индуцированного излучения на частоте рабочего перехода, усредненное по однородной ширине линии излучения, а n_0 — концентрация неравновесных носителей, при которой коэффициент усиления равен нулю.

Учитывая (3) и (4), выражение для коэффициента усиления с учетом аксиальной неоднородности возбуждения запишем в виде

$$\mu(z, j, \mathcal{E}) = \frac{\sigma \tau_{сп}}{3e\Delta} \left[\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z}(z) j - A_0 j_0 \right] = B j_0 \left\{ \frac{j}{j_0} \exp \left[-\left(\frac{z-a}{b} \right)^2 \right] - 1 \right\}, \quad (5)$$

где $j_0(\mathcal{E})$ — плотность тока, при которой коэффициент усиления в максимуме ионизационной кривой $\mu_m = 0$; $B = A_0 \sigma \tau_{сп} / (3e\Delta)$ — фактор усиления.

Форма распределения $\mu(z)$, соответствующая выражению (5), приведена на рис. 2. Как видно из рисунка, коэффициент усиления

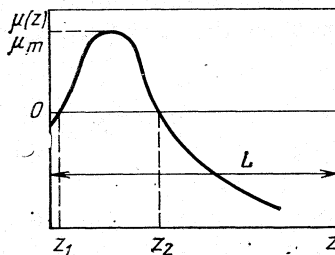


Рис. 2. Распределение $\mu(z)$.

* Такая связь констант a и b с энергией электронов соответствует случаю арсенида галлия или сульфида кадмия.

больше нуля только в области $z_1 < z < z_2$, причем размер этой области зависит от энергии электронного пучка и отношения $j/j_0 = q$. Значения z_1 и z_2 можно найти из условия $\mu(z) = 0$.

Подставляя в левую часть (2) выражение для коэффициента усиления из (5) для усиления на один проход, получаем выражение

$$M = B j_0 \int_{a-b\sqrt{\ln q}}^{a+b\sqrt{\ln q}} \left\{ q \exp \left[- \left(\frac{z-a}{b} \right)^2 \right] - 1 \right\} dz. \quad (6)$$

Нижний предел в (6) следует брать равным нулю уже при $q \approx 1,5$, т. е. во всех практически интересных случаях. Интегрируя (6), получаем

$$M = B j_0 \left\{ qb \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[\Phi(\sqrt{\ln q}) + \Phi\left(\frac{a}{b}\right) \right] - (a + b\sqrt{\ln q}) \right\}, \quad (7)$$

где Φ — интеграл вероятности. Второй член в фигурных скобках представляет собой активную длину возбужденной области L_a . Очевидно, что L_a зависит от энергии электронного пучка \mathcal{E} и отношения j/j_0 (из результатов работ [6, 7] следует, что для арсенида галлия при $T = 80$ К $j_0 \approx 0,02 \dots 0,05$ А/см²); обычно $L_a \leq L$.

Обозначим

$$f(q) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} q \left[\Phi(\sqrt{\ln q}) + \Phi\left(\frac{a}{b}\right) - \frac{1}{q} \left(\frac{a}{b} + \sqrt{\ln q} \right) \right]. \quad (8)$$

Функция $f(q)$ зависит только от параметров ионизационной кривой a и b и для арсенида галлия с точностью $\sim 3\%$ может быть аппроксимирована выражением

$$f(q) \approx 1,285q - 2. \quad (9)$$

Используя (8), (9) и (2) для пороговой плотности тока, получаем выражение

$$j_{\text{п}}(\mathcal{E}) = 1,56 j_0(\mathcal{E}) + \frac{2\kappa_1 L + | \ln R_1 R_2 |}{2,57 B(\mathcal{E}) b(\mathcal{E})} \Lambda. \quad (10)$$

Как видно из формулы (10), характер зависимости порога генерации от энергии электронного пучка определяется в основном зависимостью от энергии констант $B(\mathcal{E})$ и $b(\mathcal{E})$.

На рис. 3 приведена зависимость $j_{\text{п}}(\mathcal{E})$, рассчитанная по формуле (10) для арсенида галлия (использовалось следующее значение $B(\mathcal{E} = 180 \text{ кэВ}) = 22$ см/А [6]). Для сравнения здесь же приведены экспериментальные данные, полученные в работе [1] для диаметра электронного пучка 85 мкм, $R_1 = 0,9$, $R_2 = 0,3$, $\kappa_1 = 10 \text{ см}^{-1}$, $L = 10^{-2}$ см. Дифракционными потерями и эффектами усиления спонтанного шума в этом случае можно пренебречь. Как и для лазеров с поперечной накачкой, порог генерации по плотности тока довольно резко падает с увеличением энергии электронного пучка, хотя механизм этого явления совершенно иной.

Заметим, что в этом случае порог по удельной мощности накачки, т. е. произведение $j_{\text{п}} \mathcal{E}$, практически не зависит от энергии электронов в пучке, что весьма существенно с точки зрения теплового режима лазера.

3. Поперечная неоднородность и коэффициент конфигурационных потерь

Формула (10) для пороговой плотности тока справедлива только в том случае, если диаметр возбуждающего электронного пучка D удовлетворяет условию

$$\mu_{\pi} D < 1. \quad (11)$$

При невыполнении его пороговый ток увеличивается из-за усиления спонтанного шума и насыщения вследствие этого коэффициента усиления. Однако, если D становится меньше определенной величины, которую мы определим ниже, существенное влияние на порог генерации оказывают дифракционные потери.

Точное вычисление дифракционных потерь в нашем случае встречается серьезные математические трудности. Поэтому здесь мы дадим лишь оценку их величины для случая радиальной неоднородности возбужде-

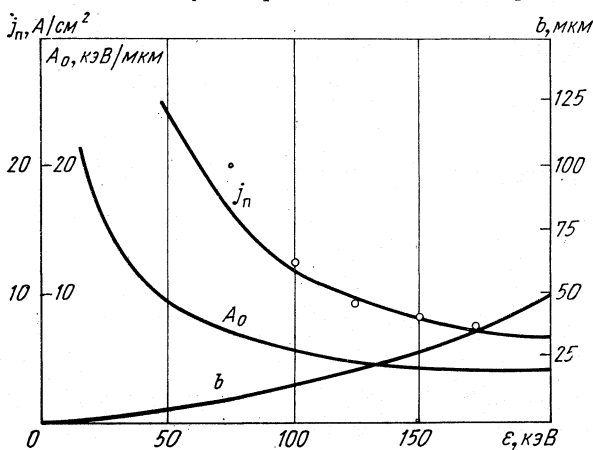


Рис. 3. Зависимости $A_0(\epsilon)$, $b(\epsilon)$, $j_n(\epsilon)$.

ния, которая хотя и не является точным решением задачи, но все же дает значительно лучшие приближения, чем оценки по формулам Фокса и Ли.

Для определения пороговых условий мы можем ограничиться стационарным решением волнового уравнения и считать ϵ величиной, не зависящей от времени. Для упрощения задачи мы не будем здесь также учитывать изменения действительной части ϵ под действием накачки. Следуя [5], запишем комплексную диэлектрическую проницаемость полупроводника на частоте генерации в виде

$$\epsilon(r) = \epsilon_0 + i[\epsilon''_0 - \epsilon''(r)] + \delta\epsilon_0(r), \quad 0 \leq z \leq L, \quad \epsilon = 1, \quad z < 0, \quad z > L, \quad (12)$$

где

$$\epsilon_0'' = \frac{c \sqrt{\epsilon_0}}{2L\omega_0} (\ln R_1 R_2 + 2\kappa_1 L); \quad (13)$$

$$\epsilon''(r) = \{2 \exp[-(r/D)^2] - 1\} \epsilon_m''; \quad (14)$$

$\delta\epsilon_0(r)$ описывает неоднородность показателя преломления, связанную с неоднородным распределением активных носителей: $\delta\epsilon_0(r) = -\delta\epsilon_0 \exp\{-(r/D)^2\}$; экспонента в соотношении (14) учитывает неоднородное распределение плотности тока накачки в радиальном направлении в соответствии с соотношением (1); ϵ_m'' — значение $\epsilon''(r)$ в максимуме распределения, т. е. при $r=0$.

Круговая симметрия задачи позволяет считать, что электромагнитное поле в резонаторе $\mathbf{E}(x, y, z, t)$ можно представить в виде

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = \mathbf{E}(r, z, t) = \mathbf{U}(r) \exp[-i(kz + \Omega t)], \quad (15)$$

где $\mathbf{U}(r)$ — медленная амплитуда поля; Ω — комплексная частота.

При малых превышениях накачки над порогом [5] уравнение для медленной амплитуды поля в цилиндрической системе координат имеет вид

$$\Delta \mathbf{U}(r) - \text{grad div } \mathbf{U}(r) + \left(\frac{\omega_0}{c}\right)^2 f(r) \mathbf{U}(r) = 0, \quad (16a)$$

где

$$f(r) = 2 \frac{\Omega \varepsilon_0}{\omega_0} + i \left\{ 2 \exp \left[-\left(\frac{r}{D}\right)^2 \right] - 1 \right\} \varepsilon_m'' - i \varepsilon_0'' - \delta \varepsilon_0 \exp \left[-\left(\frac{r}{D}\right)^2 \right]. \quad (16b)$$

Для компонент $\mathbf{U}(r)$ получаем систему скалярных уравнений, считая $U_z = 0$ (так как на пороге генерации возбуждаются аксиальные моды и волновой вектор поля направлен по оси резонатора):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U_r}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^2} U_r - \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_r) \right] + \left(\frac{\omega_0}{c}\right)^2 f(r) U_r = 0, \quad (17a)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U_\varphi}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^2} U_\varphi + \left(\frac{\omega_0}{c}\right)^2 f(r) U_\varphi = 0, \quad (17b)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_r) = 0. \quad (17b)$$

Из (17b) получаем $U_r = \text{const}/r$, но так как U_r конечно при $r \rightarrow 0$, то необходимо $U_r = 0$, что удовлетворяет и (17a). Обозначим

$$\alpha = [2i\varepsilon_m'' - \delta\varepsilon_0] \left(\frac{\omega_0}{c}\right)^2; \quad (18a)$$

$$\beta = \left[2 \frac{\Omega \varepsilon_0}{\omega_0} - i(\varepsilon_m'' + \varepsilon_0'') \right] \left(\frac{\omega_0}{c}\right)^2; \quad (18b)$$

Заменив экспоненту в (16b) первыми двумя членами разложения в ряд (такое разложение вполне оправдано, так как на пороге генерация наступает в области $r < D$ и в области бесконечно большого поглощения ($r \gg D$) поле практически равно нулю) и введя замену переменных

$$\xi = \sqrt{\alpha} r^2 / D,$$

$$U_\varphi(\xi) = \xi W(\xi) \exp \left(-\frac{1}{2} \xi \right) \sqrt{\frac{D}{V\alpha}}, \quad (19)$$

уравнение (17b) можно свести к вырожденному гипергеометрическому уравнению для $W(\xi)$ [8]

$$\xi W'' + (2 - \xi) W' + N W = 0, \quad (20)$$

где

$$\frac{D(\alpha + \beta)}{V\alpha} = 4(N + 1). \quad (21)$$

Решение уравнения (21), конечное при $\xi \rightarrow 0$ и $\xi \rightarrow \infty$, известно и имеет вид вырожденной гипергеометрической функции [8]

$$W = F(-N, 2, \xi), \quad (22)$$

где N — целое неотрицательное число.

Условие (21) определяет комплексную собственную частоту данного типа колебаний. Считая мнимую часть Ω (т. е. инкремент нарастания поля γ) равной нулю, находим пороговые условия. Прделав соответствующие тождественные преобразования, получим

$$\frac{\epsilon_m''}{\epsilon_0} = \frac{\epsilon_0''}{\epsilon_0} + \frac{2(N+1)}{kD\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\delta\epsilon_0}{\epsilon_0} + \sqrt{\left(\frac{\delta\epsilon_0}{\epsilon_0}\right)^2 + 4\left(\frac{\epsilon_m''}{\epsilon_0}\right)^2}}, \quad (23)$$

где $k = \frac{\omega_0 \sqrt{\epsilon_0}}{c}$.

Рассматривая практически интересный случай $2\epsilon_m'' \gg \delta\epsilon_0$, и вводя аналогично [5] параметр конфигурационных потерь $\Lambda = \epsilon_m''/\epsilon_0''$, получаем из (25)

$$\Lambda = 1 + p + \sqrt{p(p+2)}, \quad (24)$$

где

$$p = \frac{[V\sqrt{2}(N+1)]^2}{(kD)^2} \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0''} = \frac{2}{\pi} \frac{\lambda L}{V\epsilon_0} \frac{(N+1)^2}{D^2 |\ln R_1 R_2| + 2\kappa_1 L}. \quad (25)$$

Из формул (24) и (25) видно, что самым низким порогом обладает тип колебаний с $N=0$.

Зависимость параметра конфигурационных потерь от эффективного диаметра электронного пучка D приведена на рис. 4 для арсенида галлия. Из рис. 4 и формул (24) и (25) видно, что порог генерации силь-

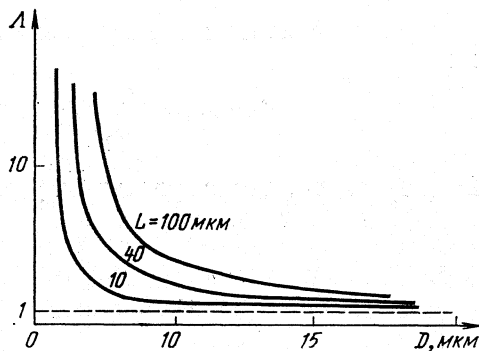


Рис. 4. Зависимость параметра конфигурационных потерь от эффективного диаметра электронного пучка при $\epsilon_0=12,5$, $\lambda=0,83$ мкм, $\kappa_1=10^{-1}$ см $^{-1}$, $R_1=1$, $R_2=0,8$.

но зависит от эффективного диаметра электронного пучка и длины резонатора. По существу величина конфигурационных потерь, как и в случае пустых резонаторов, определяется эффективным параметром Френеля $\lambda L/D^2$.

Проведенный анализ показывает, что диаметр электронного пучка в лазерах с продольной накачкой не может выбираться произвольно. Условие $p < 1$ позволяет оценить минимальный диаметр пучка, при котором дифракция света из активной области резонатора еще не приводит к заметному возрастанию порога генерации. Используя (25), получаем, что D не должно быть меньше чем

$$\sqrt{\frac{2\lambda L}{\pi V\epsilon_0 (|\ln R_1 R_2| + 2\kappa_1 L)}}.$$

Таким образом, с учетом (11) для диаметра электронного пучка получаем оценку

$$\frac{1}{\mu_{\text{п}}} > D > \sqrt{\frac{2\lambda L}{\pi V\epsilon_0 (|\ln R_1 R_2| + 2\kappa_1 L)}}. \quad (26)$$

4. Распределение поля на зеркалах резонатора

Соотношения (19), (22), (18а, б) позволяют вычислить распределение поля на зеркалах резонатора вблизи порога генерации.

Собственные функции $U_{\varphi N}$ представляют собой поперечные типы колебаний неоднородного резонатора и могут быть записаны в виде

$$U_{\varphi N} = C_N r^{-1/2} \xi^{3/4} F(-N, 2, \xi) \exp\left(-\frac{1}{2} \xi\right). \quad (27)$$

Здесь

$$F(-N, 2, \xi) = 1 + \frac{(-N)}{1!2} \xi + \frac{(-N)(-N+1)}{2!2 \cdot 3} \xi^2 + \dots$$

(ряд обрывается на члене с ξ^N);

$$\xi = \frac{\omega_0}{Dc} (2i\varepsilon_m'')^{1/2} r^2;$$

C_N — константы, определяемые из условий нормирования функций $U_{\varphi N}$.

Для распределения интенсивности поля низшего типа колебаний получаем

$$|U_{\varphi N}(r)|^2 = C_N^2 r^2 (2\Lambda\varepsilon_0'')^{3/4} \left(\frac{2\pi}{\lambda D}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{2\pi r^2}{\lambda D} \sqrt{\Lambda\varepsilon_0''}\right). \quad (28)$$

Отсюда получаем оценку размера области, занятой полем излучения

$$d = \left[\frac{D\lambda}{2\pi \sqrt{\Lambda\varepsilon_0''}} \right]^{1/2} \ll \sqrt{D} \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi \sqrt{\varepsilon_0''}}}. \quad (29)$$

Из (29) видно, что в реальных условиях на пороге генерации $d \ll D$ это оправдывает принятую нами аппроксимацию функции возбуждения. Резкое спадание поля при $r \geq D$ приводит к малым потерям излучения в области сильного поглощения при $r > D$.

Авторы благодарны А. Ф. Сучкову за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Н. Г. Басов, О. В. Богданкевич, А. Н. Печенов, А. С. Насибов. *ЖЭТФ*, 55, 1710 (1968).
2. А. Г. Fox, T. Li. *Bell System Techn. J.*, 40, № 2, 453 (1961).
3. Л. А. Вайнштейн. *ЖЭТФ*, 44, 1050 (1963); *ЖЭТФ*, 45, 684 (1963).
4. О. В. Богданкевич, В. А. Гончаров, Б. М. Лаврушин, В. С. Летохов, А. Ф. Сучков. *ФТП*, 1, 7 (1968).
5. О. В. Богданкевич, В. С. Летохов, А. Ф. Сучков. *ФТП*, 3, 665 (1969).
6. O. V. Bogdankevich, A. N. Mestvirishvily, V. V. Kalendin. *IEEE J. Quantum Electronics*, QE-6, 389 (1970).
7. Б. М. Лаврушин. *Труды ФИАН*, 59, 124 (1971).
8. Л. Д. Ландау, И. М. Лифшиц. «Квантовая механика». М., Физматгиз, 1963, стр. 689.

Поступило в редакцию 26 июня 1973 г.
После доработки 24 сентября 1973 г.