

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. М. Ентов, Н. Шыганаков, О противоточной капиллярной пропитке пористой среды раствором активной примеси в неизотермических условиях, *Докл. АН СССР*, 1979, том 246, номер 4, 819–823

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.91

28 марта 2025 г., 12:25:09



В.М. ЕНТОВ, Н. ШЫГАНАКОВ

**О ПРОТИВОТОЧНОЙ КАПИЛЛЯРНОЙ ПРОПИТКЕ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ  
РАСТВОРОМ АКТИВНОЙ ПРИМЕСИ В НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ***(Представлено академиком П.Я. Кочинной 30 XI 1978)*

Противотоочная капиллярная пропитка (см., например (1-3)) является одним из основных механизмов, определяющих динамику нефтеотдачи неоднородных и трещиновато-пористых пластов. В настоящей работе рассматривается противотоочная капиллярная пропитка в неизотермических условиях при наличии активной примеси (ср. (4, 5)), способной влиять на подвижности фаз и капиллярное давление. Показано, что задача допускает автомодельное решение, и приведены некоторые примеры расчета. Эти расчеты указывают на значительное отставание активной примеси от фронта пропитки, что должно учитываться при оценке влияния неизотермичности и активной примеси на обменные процессы в гетерогенных средах.

1. Пусть пористая среда, насыщенная нефтью и водой (начальная водонасыщенность  $s_0$ ) и заполняющая полупространство  $x > 0$ , в момент времени  $t = 0$  во входном сечении ( $x = 0$ ) приводится в соприкосновение с водным раствором активной примеси, температура которого, вообще говоря, отлична от пластовой.

Возникающее нарушение капиллярного равновесия приводит к дродвижению воды внутрь пористой среды, противонаправленному вытеснению нефти и сопутствующему переносу активной примеси и тепла. В одномерном варианте уравнения движения имеют вид

$$(1,1) \quad ms_{,t} + u_{1,x} = 0, \quad u_1 = -u_2 = u;$$

$$(1,2) \quad (mcs + a)_{,t} + (u_1 c)_{,x} = (Dc_{,x})_{,x}; \quad a = a(c, s);$$

$$(1,3) \quad (T(s + b))_{,t} + h(Tu_1)_{,x} = (\chi T_{,x})_{,x};$$

$$(1,4) \quad u_i = -(k/\mu_i) f_i p_{i,x};$$

$$(1,5) \quad p_2 - p_1 = P_c; \quad b = [mC_2 + (1 - m)C_3]/m(C_1 - C_2);$$

$$h = C_p/m(C_1 - C_2); \quad \chi = \lambda/m(C_1 - C_2); \quad C_p = (1 - m)C_3 + m[C_1s + C_2(1-s)];$$

здесь  $m$  и  $k$  — пористость и проницаемость среды,  $s$  — водонасыщенность,  $u_i$  — скорости фильтрации фаз,  $p_i$  — давления фаз,  $c$  — концентрация примеси,  $T$  — температура,  $a$  — количество сорбированной в единице объема среды примеси,  $D$  — коэффициент диффузии примеси,  $\chi$  — температуропроводность,  $C_1, C_2, C_3$  — объемные теплоемкости воды, нефти и скелета пористой среды,  $C_p$  — теплоемкость единицы объема насыщенной среды. Индекс 1 относится к воде, индекс 2 — к нефти.

Сорбция примеси предполагается локально равновесной. Считается, что вязкости фаз  $\mu_i$ , фазовые проницаемости  $f_i$ , капиллярное давление  $P_c$  и коэффициенты переноса могут зависеть, помимо обычных переменных, от концентрации примеси и температуры:

$$(1,6) \quad \mu_i = \mu_i(c, T), \quad P_c = P_c(s, c, T), \quad f_i = f_i(s, c, T), \quad \chi = \chi(c, T), \quad D = D(c, T).$$

Из соотношений (1,1), (1,4) и (1,5) имеем

$$(1,7) \quad u_1 = \frac{kf_1f_2}{\mu_2f_1 + \mu_1f_2} \frac{\partial P_c}{\partial x};$$

$$(1,8) \quad \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{kf_1f_2}{m(\mu_2f_1 + \mu_1f_2)} \frac{\partial P_c}{\partial x} \right] = 0.$$

Уравнения (1,8), (1,2) и (1,3) с учетом зависимостей (1,6) образуют основную систему уравнений исследуемого процесса.

2. Рассмотрим задачу о пропитке первоначально невозмущенного пласта. Имеем начальные и граничные условия вида

$$(2,1) \quad s(x, 0) = s_0, \quad c(x, 0) = 0, \quad T(x, 0) = 0;$$

$$(2,2) \quad s(0, t) = s^0, \quad c(0, t) = c^0, \quad T(0, t) = T^0.$$

Нетрудно убедиться, что сформулированная задача имеет автомодельное решение

$$(2,3) \quad s = s(\xi), \quad c = c(\xi), \quad T = T(\xi), \quad \xi = x(\alpha^2 t)^{-1/2}, \quad \alpha^2 = k\Pi/\mu_1,$$

$\Pi$  — характерное значение капиллярного давления; причем искомые функции удовлетворяют обыкновенным дифференциальным уравнениям

$$(2,4) \quad \begin{aligned} & \frac{d}{d\xi} \left( F(s, c, T) \frac{dP}{d\xi} \right) + \frac{1}{2} \xi \frac{ds}{d\xi} = 0, \quad P = P_c/\Pi, \\ & \frac{d}{d\xi} \left( \frac{D}{\alpha^2} \frac{dc}{d\xi} \right) + \frac{d}{d\xi} \left[ cF(s, c, T) \frac{dP}{d\xi} \right] + \frac{\xi}{2} \frac{d(cs + a/m)}{d\xi} = 0, \\ & \frac{d}{d\xi} \left( \frac{\chi}{\alpha^2} \frac{dT}{d\xi} \right) + \frac{d}{d\xi} \left[ hTF(s, c, T) \frac{dP}{d\xi} \right] + \frac{\xi}{2} \frac{d}{d\xi} [T(s + b)] = 0, \end{aligned}$$

$$F = -f_1f_2/m(\mu f_1 + f_2), \quad \mu = \mu_2/\mu_1,$$

с краевыми условиями

$$(2,5) \quad s(0) = s^0, \quad c(0) = c^0, \quad T(0) = T^0, \quad s(\infty) = s_0, \quad c(\infty) = 0, \quad T(\infty) = 0.$$

Систему (2,4), используя первое уравнение, можно преобразовать к виду

$$(2,6) \quad \begin{aligned} & \frac{d}{d\xi} \left[ F(s, c, T) \frac{dP}{d\xi} \right] + \frac{1}{2} \xi \frac{ds}{d\xi} = 0, \\ & \frac{d}{d\xi} \left( \frac{D}{\alpha^2} \frac{dc}{d\xi} \right) + F(s, c, T) \frac{dP}{d\xi} \frac{dc}{d\xi} + \left[ \frac{1}{2} \xi s + \frac{1}{m} d'(c) \right] \frac{dc}{d\xi} = 0, \\ & \frac{d}{d\xi} \left( \frac{\chi}{\alpha^2} \frac{dT}{d\xi} \right) + hF(s, c, T) \frac{dP}{d\xi} \frac{dT}{d\xi} + \frac{1}{2} \xi T(1 - h) \frac{ds}{d\xi} + \frac{1}{2} \xi (s + b) \frac{dT}{d\xi} = 0, \\ & \frac{dP}{d\xi} = \frac{\partial P}{\partial s} \frac{ds}{d\xi} + \frac{\partial P}{\partial c} \frac{dc}{d\xi} + \frac{\partial P}{\partial T} \frac{dT}{d\xi}. \end{aligned}$$

Заметим, что в ряде случаев коэффициент диффузии  $D$  мал по сравнению с коэффициентами теплопроводности  $\chi$  и капиллярного переноса  $\alpha^2$ , и естественно по-

ложить его равным нулю. При этом второе уравнение (2,6) преобразуется в

$$(2,7) \left[ F(s, c, T) \frac{dP}{d\xi} + \frac{1}{2} \xi s + \frac{1}{m} a'(c) \right] \frac{dc}{d\xi} = 0$$

и его решение при краевых условиях (2,5) имеет вид ступенчатой функции:

$$(2,8) c = c^0 \quad (0 \leq \xi \leq \xi_0), \quad c = 0 \quad (\xi > \xi_0).$$

В силу (2,6) функции  $P(\xi)$  и  $T(\xi)$  непрерывны, так что (при  $\partial P/\partial c \neq 0$ ) скачок концентрации примеси будет сопровождаться скачком насыщенности, с условиями на скачке

$$(2,9) \begin{aligned} P^+ &= P^-, \quad T^+ = T^-, \quad c^+ = c^0, \quad c^- = 0, \\ F^+ \frac{dP^+}{d\xi} - F^- \frac{dP^-}{d\xi} + \frac{1}{2} \xi_0 (s^+ - s^-) &= 0, \end{aligned}$$

$$c^0 F^+ \frac{dP^+}{d\xi} + \frac{1}{2} \xi_0 c^0 s^+ + \frac{a(c^0)}{m} = 0,$$

$$\chi \frac{dT^+}{d\xi} + h^+ T^+ F^+ \frac{dP^+}{d\xi} - \chi \frac{dT^-}{d\xi} - h^- T^- F^- \frac{dP^-}{d\xi} + \frac{1}{2} \xi_0 T (s^+ - s^-) = 0.$$

Если  $P$  не зависит от  $c$ , из первого соотношения (2,9) следует, что на скачке концентрации  $s$  непрерывно (рис. 1), а разрыв терпит производная  $ds/d\xi$ .

3. Приведем некоторые результаты расчетов, относящихся к случаю, когда кривые капиллярного давления не зависят от концентрации примеси и температуры, и скачок концентрации не сопровождается скачком насыщенности.

Краевая задача (2,5) – (2,6) решалась численно методом установления по явной разностной схеме. В расчете использовали модельные зависимости для  $F(s, c, T)$  и  $P(s, c, T)$ , причем фазовые проницаемости и капиллярное давление брали в виде

$$(3,1) f_1 = \left( \frac{s - 0,2}{0,8} \right)^3 \left( \frac{l}{a(c) + l} \right)^\beta, \quad f_2 = \left( \frac{0,8 - s}{0,6} \right)^3;$$

$$(3,2) a(c) = \Gamma c, \quad P_c = \Pi / (s - 0,2)^2,$$

где  $\beta, k, m, l, \Gamma$  и  $\Pi$  – постоянные.

Вязкость воды считалась постоянной, вязкость нефти – функцией температуры:

$$(3,3) \mu_1 = \mu_1^0, \quad \mu_2 = \mu_2^0 \exp(-\gamma T),$$

$\mu_1^0, \mu_2^0, \gamma$  – постоянные.

Во всех расчетах значения постоянных были следующими:  $k = 1$  дарси,  $m = 0,2$ ,  $\Gamma = 0,2$ ,  $\Pi = 1$ ,  $\mu_1^0 = 1$  сПз,  $D = 10^{-5}$  см<sup>2</sup>/с, а объемные теплоемкости и коэффициент теплопроводности  $C_1 = 1000$ ,  $C_2 = 300$ ,  $C_3 = 750$  ккал/м<sup>3</sup> · °С и  $\lambda = 36$  ккал/м·сут · °С (6). Значения величин  $\beta, \mu_2^0, l, \gamma$  и  $\mu_2$  варьировались.

4. Некоторые результаты расчетов приведены на рис. 1, 2, 3, 4. Рис. 1 соответствует случаю изотермического вытеснения, причем параметры выбраны такими ( $l = 200$ ), что активная примесь практически не влияет на фазовые проницаемости, но заметно влияет на капиллярное давление

$$(4,1) P = (\Pi_1 + \Pi_2 c)(s - 0,2)^{-2},$$

$\Pi_1 = 1$ ,  $\Pi_2 = 0$ ; 0,5 и –0,5 для кривых 1–3 соответственно).

Характерно, что благодаря отставанию фронта примеси она изменяет капиллярное давление лишь при сравнительно больших значениях  $s$ , где капиллярное

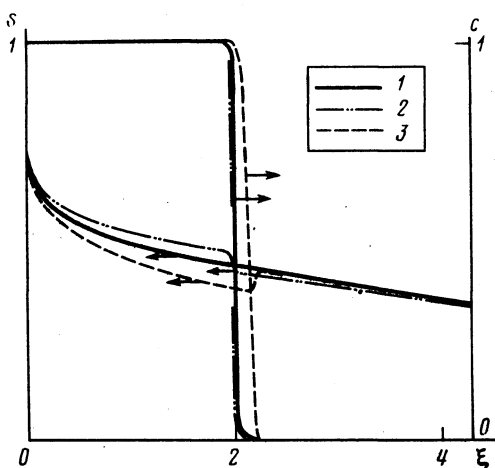


Рис. 1

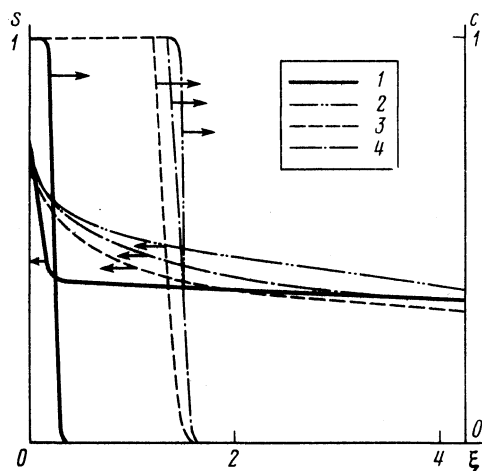


Рис. 2

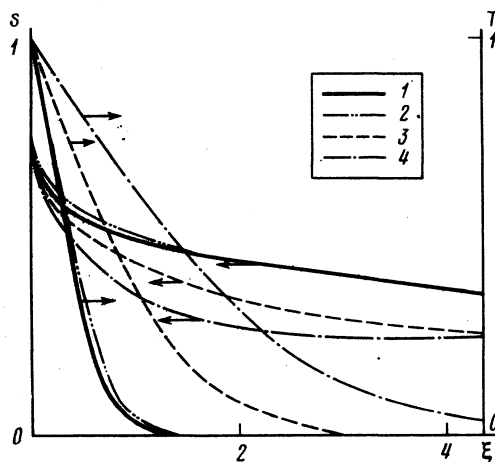


Рис. 3

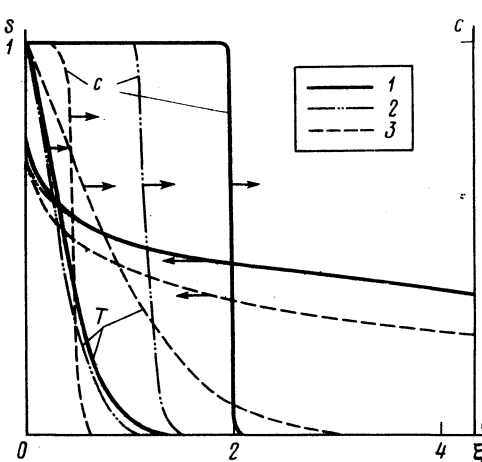


Рис. 4

давление невелико. В результате полная водонасыщенность, и тем самым скорость пропитки, изменяются незначительно, вопреки распространенному мнению. Рис. 2 иллюстрирует эффекты, обусловленные влиянием примеси на фазовые проницаемости в отсутствие влияния на капиллярное давление. Здесь кривым 1-4 отвечают значения параметров  $\beta, \mu_2$  и  $l$ , равные соответственно 1, 3,  $10^{-3}$  (1); -1, 3, 0,1 (2); 1, 10, 0,1 (3); 1, 3, 0,1 (4).

Характерно, что при значительном снижении фазовой проницаемости (рис. 2, кривая 1) возможно заметное снижение скорости капиллярной пропитки, однако примесь, резко увеличивающая проницаемость (кривая 2), не дает соответствующего увеличения скорости пропитки. Сходная картина имеет место при капиллярной пропитке горячей жидкостью (рис. 3), если процесс теплопроводности более медленный, нежели процесс капиллярной пропитки, резкое снижение вязкости "нефти" в прогретой зоне не дает существенного ускорения пропитки. Здесь кривая 1 (рис. 3) отвечает  $\mu_2 = 3e^{-0,05T}$ ,  $\alpha^2 = 1$ ; 2 -  $\mu_2 = 3e^{-T}$ ,  $\alpha^2 = 1$ ; 3 -  $\mu_2 = 3e^{-T}$ ,  $\alpha^2 = 0,1$ ; 4 -  $\mu_2 = 3e^{-T}$ ,  $\alpha^2 = 0,03$ . Наконец, на рис. 4 показана картина неизотермической пропитки при наличии активной примеси при  $\beta = 1$ ,  $l = 200$ ,  $\mu_2 = 3e^{-0,05T}$ ,  $\alpha^2 = 1$  (1);  $l = 1$ ,  $\mu_2 = 3e^{-0,05T}$ ,  $\alpha^2 = 1$  (2);  $l = 200$ ,  $\mu_2 = 3e^{-0,05T}$ ,  $\alpha^2 = 0,1$  (3).

## ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> В.М. Рыжик, Изв. АН СССР, сер. Механика и машиностроение, № 2, 130 (1961).  
<sup>2</sup> Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик, Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа, М., "Недра", 1972. <sup>3</sup> А. Бан, А.Ф. Богомолова и др., Влияние свойств горных пород на движение в них жидкости, М., Гостоптехиздат, 1962. <sup>4</sup> В.М. Ентов, А.М. Полищук, Изв. АН СССР, Мех. жидк. и газа, № 3, 68 (1975). <sup>5</sup> В.М. Ентов, А.Я. Хавкин, Э. Чен-Син, В сб.: Численное решение задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости, Новосибирск, 1977, стр. 87.  
<sup>6</sup> А.А. Буйкис, В сб.: Расчеты неизоэтермической нефтеотдачи многослойных пластов. Уч. зап. Латв. Гос. ун-та, т. 123, тр. ВЦ, в. 4, Рига, 1970.

УДК 517.9:532

НГО ЗУЙ КАН

### О СВОБОДНОМ ВРАЩЕНИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА С ПОЛОСТЬЮ, ЗАПОЛНЕННОЙ ВЯЗКИМИ ЖИДКОСТЯМИ

(Представлено академиком А.Ю. Ишлинским 16 X 1978)

1. Пусть твердое тело, имеющее полость  $D$ , заполненную системой  $m + 1$  различных несмешивающихся вязких несжимаемых жидкостей, движется вокруг неподвижной точки  $O$ . Поместим начало неподвижной системы координат  $Oy_1y_2y_3$  в точке  $O$ . В качестве подвижной системы выберем систему  $Ox_1x_2x_3$ , жестко связанную с телом. Пусть невозмущенное движение тела с жидкостями представляет собой равномерное вращение с постоянной угловой скоростью  $\omega_0 = \omega_0 e_3$ , где  $e_3$  — единичный вектор подвижной оси  $Ox_3$ . Рассмотрим возмущенное движение системы тело + жидкости, полагая, что его отклонения от невозмущенного движения малы. Линеаризованные уравнения Навье — Стокса для каждой из жидкостей в системе координат  $Ox_1x_2x_3$  имеют вид (см. (1, 2))

$$(1) \quad \frac{\partial u_q}{\partial t} + \frac{1}{\rho_q} [-\mu_q \Delta u_q + \nabla p_q] - 2\omega_0 u_q \times e_3 + \underline{\epsilon} \times r = 0;$$

$$(2) \quad \operatorname{div} u_q = 0, \quad q = 1, \dots, m + 1 \text{ в } D_q.$$

На смоченной части стенки  $\Sigma_q$  области  $D_q$  выполняется условие прилипания

$$(3) \quad u_q = 0 \quad \text{на} \quad \Sigma_q.$$

Граничные условия на поверхностях раздела  $\Gamma_\alpha$  между жидкостями пишутся в соответствующей криволинейной системе координат  $(\xi_\alpha^1, \xi_\alpha^2, \xi_\alpha^3)$ , выбранной таким образом, что точка  $(\xi_\alpha^1, \xi_\alpha^2, 0)$  лежит на  $\Gamma_\alpha$ , а координата  $\xi_\alpha^3$  отсчитывается по нормали  $n_\alpha$ , направление которой на поверхности  $\Gamma_\alpha$  идет от  $k$ -й к  $(k + 1)$ -й жидкости,  $k = 1, \dots, m$ , причем коэффициент Ляме для этой координаты равен 1 на  $\Gamma_\alpha$  (см. (3)). Тогда граничные условия на  $\Gamma_\alpha$  имеют вид

$$(4) \quad u_\alpha = u_{\alpha+1};$$

$$(5) \quad \frac{\partial}{\partial t} [\tau_{j3}(u_\alpha) - \tau_{j3}(u_{\alpha+1})] + a_\alpha u_\alpha \cdot n_\alpha = 0;$$

$$(6) \quad \tau_{j3}(u_\alpha) - \tau_{j3}(u_{\alpha+1}) = 0, \quad j = 1, 2.$$

Здесь индекс  $u$  каждой величины указывает, к какой жидкости относится эта величина;  $u_q$  — вектор относительной скорости частиц жидкости;  $\underline{\epsilon}$  — вектор уг-