

УДК 537.312.62

УСТОЙЧИВОСТЬ КРИТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ЖЕСТКОГО СВЕРХПРОВОДНИКА И ОСОБЕННОСТИ ДОПУСТИМОГО УВЕЛИЧЕНИЯ ЕГО ТЕМПЕРАТУРЫ

© 1996 г. В. Р. Романовский

Представлено академиком С.Т. Беляевым 24.07.95 г.

Поступило 26.07.95 г.

Устойчивость критического состояния жесткого сверхпроводника при воздействии возмущающих факторов различной природы – одна из основных проблем физики жестких сверхпроводников [1]. В настоящее время теория устойчивости развита в двух направлениях. Первое связано с разработкой концепции, описывающей возникновение так называемой термомагнитной неустойчивости при действии каких-либо малых возмущений. Как правило, она основана на анализе начальной стадии развития скачка магнитного потока. Второе направление – устойчивость сверхпроводящих композитов к тепловым возмущениям – позволяет найти границу метастабильных состояний с точки зрения возникновения и распространения нормальной фазы, образованной в результате действия мощного источника тепловыделения.

Обе теории в силу заложенных в них исходных принципов развиваются независимо друг от друга. Прежде всего это обусловлено различной оценкой роли тепловых процессов, предшествующих возникновению возмущения. Так, в теории термомагнитной неустойчивости априори полагается, что скачок магнитного потока происходит на фоне незначительного перегрева сверхпроводника относительно температуры хладагента. Наряду с этим в теории устойчивости сверхпроводящих композитов к импульсным локальным возмущениям экспериментально и теоретически доказана возможность значительного перегрева композита без его перехода в нормальное состояние. При этом существует прямая зависимость допустимого перегрева от протяженности и длительности источника тепловыделения. Их уменьшение приводит к росту температуры, на фоне которой происходит необратимое развитие тепловой неустойчивости [2, 3].

Неизотермические процессы диффузии магнитного потока в жестких сверхпроводниках и

композитных проводах на их основе рассматривались и ранее. Однако выполненные исследования [4–9] не позволяют сформулировать основные физические закономерности, описывающие особенности повышения температуры сверхпроводника, предшествующие скачку магнитного потока. Более того, так как процесс диффузии магнитного потока сопровождается пространственно-временным изменением тепловыделяющей области, занятой экранирующими токами, то возникает ряд проблем, решение которых не только ответит на вопрос о существовании взаимной связи между допустимой вариацией теплового состояния сверхпроводника и условиями устойчивости его критического состояния, но и позволит установить их возможную аналогию с известными условиями тепловой стабилизации комбинированных сверхпроводников. Поэтому анализ стабильности критического состояния с учетом взаимосвязанного изменения температурного и электромагнитного полей внутри сверхпроводника важен как с точки зрения строгого обоснования состояний, при которых допустимое увеличение его температуры пренебрежимо мало, так и с точки зрения формулировки новых неизотермических критериев устойчивости.

Рассмотрим охлаждаемую плоскопараллельную пластину из жесткого сверхпроводника, находящуюся во внешнем магнитном поле, которое нарастает с заданной скоростью. Будем определять изменение температуры, магнитного и электрического полей внутри сверхпроводника из решения системы уравнений

$$c(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + EJ,$$

$$\frac{\partial B}{\partial x} = \mu_0 J, \quad \frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial B}{\partial t}, \quad (1)$$

$$J = J_c + \frac{1}{\rho_f} E$$

с начально-краевыми условиями

$$T(x, 0) = T_0, \quad B(x, 0) = 0,$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x}(a, t) + h(T(a, t) - T_0) = 0,$$

$$B(a, t) = \frac{dB}{dt}t,$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = 0, \quad B(x_p, t) = 0.$$

Здесь c – объемная теплоемкость, λ – коэффициент теплопроводности, h – коэффициент теплоотдачи, a – полутолщина пластины, T_0 – температура хладагента, $\frac{dB}{dt}$ – заданная скорость нарастания внешнего магнитного поля, x_p – глубина проникновения магнитного потока, описываемая уравнением

$$\mu_0 \int_{x_p}^a J(x, t) dx = \frac{dB}{dt}t; \quad (3)$$

ρ_f – удельное электросопротивление сверхпроводника в режиме вязкого течения, связанное с сопротивлением сверхпроводника в нормальном состоянии ρ_n формулой

$$\rho_f = \rho_n \frac{B}{B_{c2}(T)}.$$

Опишем критическое состояние сверхпроводника моделью Кима–Андерсона [1]

$$J_c = \frac{\alpha_0}{B + B_0} \left(1 - \frac{T}{T_{cB}}\right), \quad T_{cB} = T_{c0} \sqrt{1 - \frac{B}{B_{c0}}},$$

$$B_{c2} = B_{c0} \left[1 - \left(\frac{T}{T_{c0}}\right)^2\right], \quad (4)$$

где B_0 , T_{c0} , B_{c0} – заданные параметры сверхпроводника.

Для решения задачи (1)–(4) использовался метод конечных разностей. Результаты численного анализа неизотермической диффузии магнитного потока в ниобий-титановом сверхпроводнике представлены на рис. 1–4. Тепло- и электрофизические свойства сверхпроводника принимались равными

$$a = 10^{-4} \text{ м}, \quad \rho_n = 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{ м}, \quad T_{c0} = 9 \text{ К},$$

$$B_{c0} = 14 \text{ Тл}, \quad B_0 = 1.5 \text{ Тл}, \quad \alpha_0 = 1.5 \cdot 10^{10} \frac{\text{А} \cdot \text{Тл}}{\text{м}^2},$$

$$c = 0.812 \cdot 10^3 T \frac{B}{B_{c0}} +$$

$$+ 42.73 T^3 \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}} \right] \quad \text{по данным [10]},$$

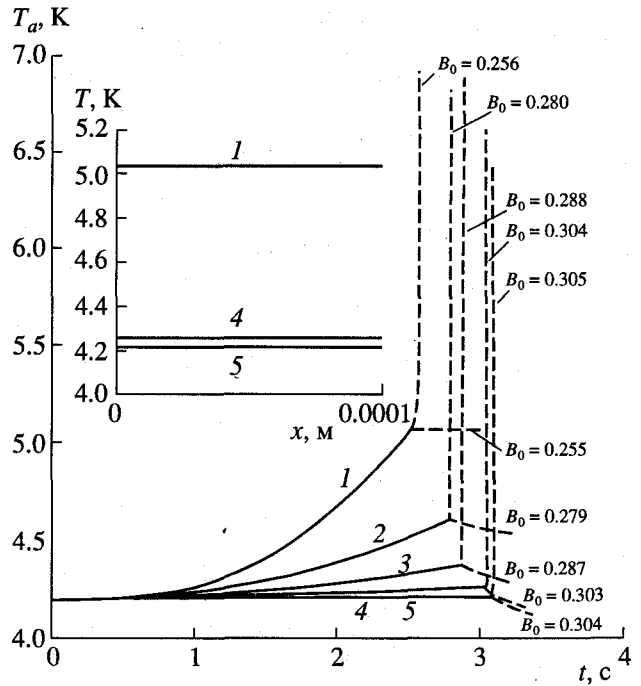


Рис. 1. Изменение температуры сверхпроводника во времени до и после возникновения скачка магнитного потока при $\frac{dB}{dt} = 0.1 \frac{\text{Тл}}{\text{с}}$ и различных условиях охлаждения. Здесь и на рис. 2 $h = 0$ (1), 1 (2), 3 (3), 10 (4), $100 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$ (5).

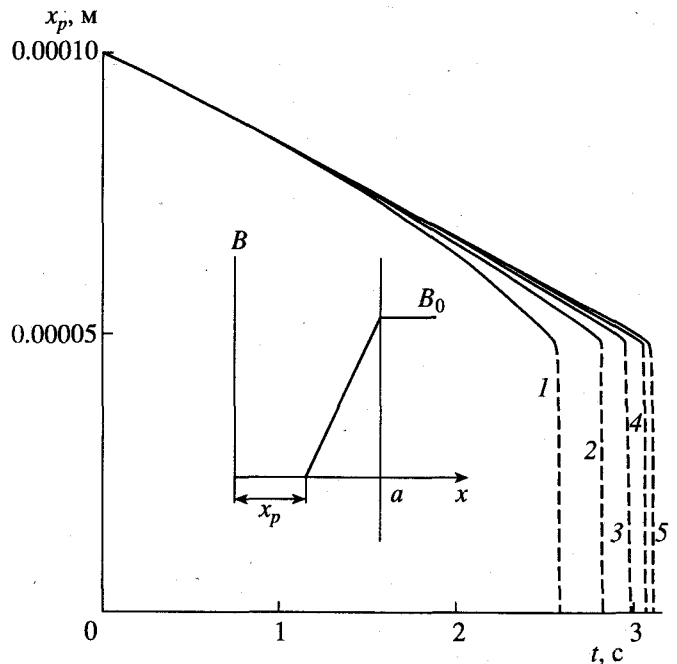


Рис. 2. Динамика глубины проникновения магнитного потока до возникновения скачка потока (—) и после его необратимого развития (----) при $\frac{dB}{dt} = 0.1 \frac{\text{Тл}}{\text{с}}$.

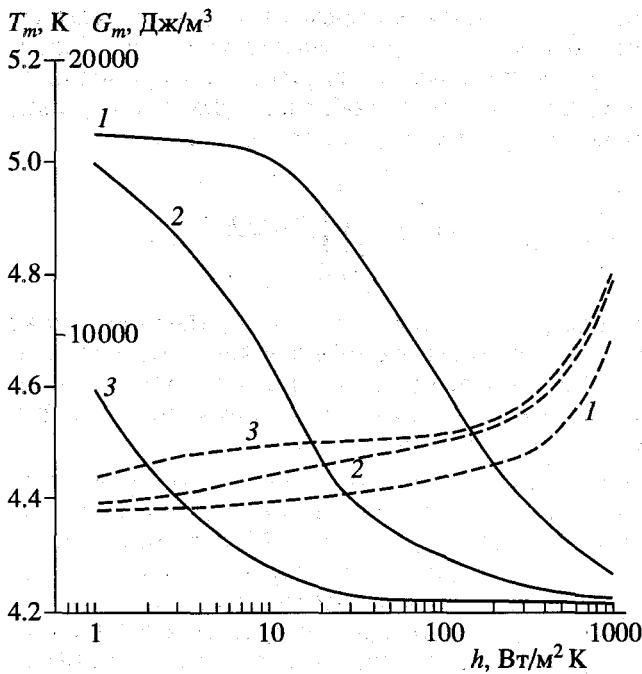


Рис. 3. Влияние коэффициента теплоотдачи на допустимое повышение температуры сверхпроводника (—) и диссипируемое количество тепла (----).

Здесь и на рис. 4. $\frac{dB}{dt} = 10$ (1), 1 (2), 0.1 $\frac{Tл}{с}$ (3).

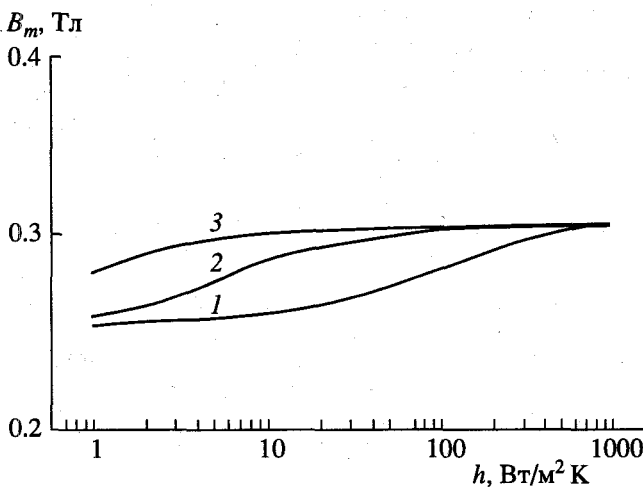


Рис. 4. Зависимость поля скачка магнитного потока от коэффициента теплоотдачи при различных скоростях нарастания внешнего магнитного поля.

$$\lambda = 0.0075 T^{1.8} \left[\frac{Вм}{м \cdot К} \right] \text{ по данным [11].}$$

Определение максимально допустимой температуры сверхпроводника, предшествующей скачку магнитного потока, которая не вызывает необратимого процесса разрушения сверхпроводящего состояния, основывалось на следующей

итерационной процедуре. Для заданного значения $\frac{dB}{dt}$ и фиксированного времени ввода поля проводился расчет температуры сверхпроводника с целью определения его конечного теплового состояния после прекращения ввода. Варьируя достигаемую на поверхности пластины индукцию магнитного поля B_0 , нетрудно вычислить такое ее значение B_m , когда для всех $B_0 < B_m$ сверхпроводимость провода сохраняется, а при $B_0 > B_m$ происходит скачок магнитного потока, сопровождающийся резким увеличением размеров области, где протекают экранирующие токи, и соответствующим ростом температуры сверхпроводника.

На рис. 1, 2 построены кривые, описывающие изменение температуры поверхности пластины и динамику границы проникновения магнитного потока при значениях индукции магнитного поля, близких к полю скачка потока. (Как следует из врезки к рис. 1, где показано распределение температуры по сечению пластины в моменты времени, предшествующие скачку, температура поверхности сверхпроводника для заданных параметров с хорошей степенью точности описывает его тепловое состояние.) Состояния, после которых $\frac{dB}{dt}$ полагалась равной нулю, изображены на рис. 1, 2 штриховыми линиями.

Из рис. 1 видно, что изменение температуры сверхпроводника при импульсном вводе магнитного поля имеет характерный вид, наблюдающийся при действии до- и закритического возмущений [2, 3]. При этом сверхпроводник может либо сохранить сверхпроводящие свойства, несмотря на возможный высокий перегрев, либо перейти в нормальное состояние при незначительном повышении его температуры даже после прекращения ввода магнитного поля. В частности, в области адиабатических состояний (при быстром вводе поля, тепловой изоляции внешней поверхности) допустимое повышение температуры сверхпроводника весьма значительно. С улучшением условий теплообмена допустимый перегрев уменьшается. Как следует из рис. 1, 2, при увеличении коэффициента теплоотдачи допустимое изменение температуры сверхпроводника перед скачком магнитного потока при прочих равных условиях сопровождается увеличением длительности процесса диффузии магнитного потока.

Принимая этот факт во внимание, рассмотрим качественный характер изменения допустимого перегрева сверхпроводника, который будет существовать при варьировании времени проникновения магнитного потока. Пусть тепло, выделяемое на протяжении всего времени диффузии поля Δt вплоть до скачка магнитного потока, вызывает увеличение температуры сверхпроводника на ΔT .

Запишем уравнение теплового баланса для объема V с боковой поверхностью охлаждения Σ

$$C_i \Delta T V + h \Sigma \Delta T \Delta t = Q_j V \Delta t,$$

где C_i – среднеинтегральная теплоемкость сверхпроводника, Q_j – усредненная по объему мощность тепловых потерь

$$Q_j = \frac{1}{V} \int_V E J dV,$$

выделяемая в процессе диффузии магнитного потока.

Тогда перегрев сверхпроводника, предшествующий скачку магнитного потока, может быть оценен как

$$\Delta T = \frac{Q_j \Delta t}{C_i + h \frac{\Sigma}{V} \Delta t}. \quad (5)$$

В частности, для плоскопараллельной пластины допустимый перегрев равен

$$\Delta T = \frac{\int_0^{\Delta t} \int_{x_p}^a E J dx dt}{C_i + \frac{h \Delta t}{a}}.$$

Данные выражения показывают, что в случаях, когда неустойчивость инициируется за относительно малые времена ($\Delta t \ll \frac{C_i V}{h \Sigma}$), допустимый

перегрев сверхпроводника в первую очередь зависит от теплоемкости и общей энергии, выделенной в процессе диффузии магнитного поля. При этом условия теплообмена между сверхпроводником и хладагентом будут оказывать слабое влияние на значения ΔT . Нетрудно также заметить, что влияние теплообмена на ΔT будет уменьшаться с увеличением общего объема сверхпроводника. Поскольку подобные закономерности также наблюдаются при тепловой изоляции сверхпроводника, то при $\Delta t \ll \frac{C_i V}{h \Sigma}$ развитие неустойчивости имеет характер, близкий к адиабатическому. С увеличением времени, предшествующего скачку магнитного потока, роль теплоемкости в допустимом перегреве сверхпроводника уменьшается и при относительно больших значениях Δt , например при малых скоростях изменения внешнего магнитного поля, основной вклад в величину перегрева сверхпроводника будет вносить мощность выделяемого тепла и условия теплообмена с хладагентом.

Обобщая результаты численного и качественного анализа, сформулируем общую закономер-

ность: с уменьшением времени диффузии магнитного потока Δt , предшествующего его необратимому проникновению внутрь сверхпроводника, допустимый перегрев образца монотонно увеличивается и уменьшается количество тепла

$$G_m = \frac{1}{a} \int_0^{\Delta t} \int_{x_p}^a E J dx dt,$$

выделенное за это время (рис. 3). Именно данная связь лежит в основе объяснения неожиданного на первый взгляд уменьшения фоновой температуры сверхпроводника при увеличении коэффициента теплоотдачи.

Подчеркнем, что эти результаты получены без привлечения нелинейного характера вольт-амперной характеристики (ВАХ) сверхпроводника. Это важно отметить, поскольку существующая в настоящее время точка зрения на условия возникновения термомагнитной неустойчивости под воздействием нарастающего с постоянной скоростью внешнего магнитного поля связывается исключительно с нелинейным видом ВАХ. При этом допустимый перегрев сверхпроводника ограничивается малой величиной, не зависящей от условий изменения внешнего магнитного поля, пространственно-временных особенностей диффузии магнитного потока. Однако если анализ стабильности критического состояния проводить с точки зрения существования допустимого увеличения температуры сверхпроводника на конечную величину, то характерные общие закономерности изменения температуры жесткого сверхпроводника перед скачком магнитного потока существуют независимо от вида ВАХ. В этом случае особенности диссипации тепла в процессе диффузии магнитного поля, обусловленные видом ВАХ, хотя и будут оказывать влияние на тепловое равновесие сверхпроводника, но в целом, согласно (5), не приведут к исчезающе малым значениям ΔT даже при "бесконечно" медленном вводе магнитного поля в сверхпроводник с идеальной ВАХ, так как диссипируемая энергия конечна. Поэтому искусственное задание допустимого перегрева сверхпроводника может приводить к искажению вычисляемых значений индукции магнитного поля скачка потока. Как следует из рис. 3, ошибка вычислений, основанных на предположении о существовании малого допустимого перегрева, тем больше, чем больше скорость ввода магнитного поля и меньше коэффициент теплоотдачи. Следовательно, корректное решение проблемы устойчивости критического состояния, не зависящее от вида ВАХ, должно основываться на анализе неизотермического процесса диффузии магнитного потока и прежде всего при адиабатических условиях ввода магнитного поля. Именно неизотермическая связь изначально лежит в основе зависимости поля скачка потока от скорости

изменения внешнего магнитного поля, которая существует и у жестких сверхпроводников с идеальной ВАХ. В качестве иллюстрации данной зависимости на рис. 4 построены кривые, описывающие изменение поля скачка потока в зависимости от коэффициента теплоотдачи и скорости нарастания магнитного поля.

Таким образом, в рамках модели критического состояния показано существование конечного температурного перегрева жесткого сверхпроводника, не приводящего его к переходу в нормальное состояние и однозначно связанного с потерями энергии, выделяемыми перед возникновением неустойчивости. При динамических режимах диффузии магнитного поля, когда время проникновения магнитного потока, предшествующего его скачку, мало (например, при быстром вводе магнитного поля, тепловой изоляции образца), допустимое увеличение температуры сверхпроводника весьма существенно и в первую очередь зависит от общего количества диссипируемого тепла. С увеличением времени диффузии магнитного потока (например, при вводе магнитного поля в массивный токонесущий элемент) возможный перегрев сверхпроводника монотонно уменьшается, приближаясь к своему предельному значению, зависящему прежде всего от плотности выделенной энергии. Подобные состояния будут также наблюдаться при малых скоростях изменения внешнего магнитного поля, при наличии эффективной теплоотдачи в хладагент. В целом неизоотермические состояния не только расширяют класс допустимых состояний жестких сверхпроводников, но и позволяют связать между собой независимо развивающиеся теории устойчивости к магнитным и тепловым возмущениям. В этом

случае условия разрушения критического состояния жесткого сверхпроводника являются прямым следствием существования верхней границы допустимого увеличения температуры сверхпроводника независимо от физических причин, вызвавших возникновение неустойчивости.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 95-02-03527а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуревич А.В., Минц Р.Г., Рахманов А.Л. Физика композитных сверхпроводников. М.: Наука, 1987. 240 с.
2. Романовский В.Р. // ДАН. 1984. Т. 279. № 4. С. 884-887.
3. Романовский В.Р. // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1984. № 4. С. 115-119.
4. Morton N., Darby M.I. // Cryogenics. 1973. V. 13. № 4. P. 232-235.
5. Bussiere J.F., LeBlanc M.A.R. // J. Appl. Phys. 1975. V. 46. № 1. P. 406-415.
6. Gijsbertse E.A., van de Klundert L.J.M., van Rij M.L.D., van Weezep W.J. // Cryogenics. 1981. V. 21. № 7. P. 419-425.
7. Klimenko E.Yu., Martovetsky N.N. // IEEE Trans. Magn. 1988. V. 24. № 2. P. 1167-1169.
8. Клименко Е.Ю., Мартовецкий Н.Н., Новиков С.И. // Сверхпроводимость: Физика. Химия. Техника. 1989. Т. 2. № 11. С. 152-165.
9. Tsuda M., Takamatsu H., Ishiyama A. // IEEE Trans. Appl. Superconductivity. 1993. V. 3. № 1. P. 503-506.
10. Elrod S.A., Miller J.R., Dresner L. // Adv. Cryog. Eng. 1982. V. 28. P. 601-610.
11. Шмидт К. // Приборы для научных исследований. 1979. № 3. С. 62-66.