

МОНОГРАФИЯ И. Н. СИНИЦЫНА «КАНОНИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ФУНКЦИЙ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ЗАДАЧАХ КОМПЬЮТЕРНОЙ ПОДДЕРЖКИ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ» (М.: ТОРУС ПРЕСС, 2009. 840 с.)

Д.ф.-м.н., профессор С. Я. Шоргин

Канонические представления (канонические разложения и интегральные канонические представления) — это выражение случайных функций через дискретный и непрерывный белый шум. Канонические представления удобны для выполнения различных операций анализа над случайными функциями, особенно линейных операций. Объясняется это тем, что в каноническом представлении случайной функции ее зависимость от аргумента (скалярного или векторного) выражается при помощи вполне определенных неслучайных координатных функций, что дает возможность свести выполнение различных линейных операций к соответствующим операциям над неслучайными координатными функциями. Важное значение канонические представления имеют для задач статистической обработки информации (сигналов, изображений, сцен и других образов), стохастического системного анализа, идентификации и синтеза, аналитического и статистического моделирования, комплексного решения задач, связанных с построением компьютерных моделей. Здесь методы канонических представлений случайных функций оказываются достаточно универсальным инструментом. Создание теории канонических представлений случайных функций связано с именами Лоэва, Колмогорова, Карунена и Пугачёва и относится к 1940–1950 гг. Современные проблемы автоматизации научных исследований, тесно связанные с информационными технологиями компьютерной поддержки научных исследований, ставят новые задачи разработки прикладной теории, а также методического, алгоритмического и программного обеспечения в области стохастического системного анализа, идентификации и стохастических информационных технологий научных исследований на базе канонических представлений случайных функций.

Монография состоит из 12 глав и 20 приложений. Первые пять глав посвящены прикладной теории канонических представлений случайных функций и случайных элементов, а гл. 6–12 — ее применению для типовых задач компьютерной поддержки научных исследований. Каждый раздел содержит дополнения и задачи. Приводятся новые результаты фундаментальных работ, выполненных в Институте проблем информатики в рамках научного направления «Стохастические системы и стохастические информационные технологии» (1998–2008 гг.), а также фундаментальных работ, поддержанных грантами РФФИ и Программой работ ОНИТ РАН «Фундаментальные основы информационных технологий и систем» (2003–2008 гг.). Издание осуществлено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, издательский проект 09-07-07005.

Глава 1 содержит элементарное введение в корреляционную теорию канонических разложений и интегральных канонических представлений случайных функций. В разд. 1.1 рассматриваются два вида канонических представлений случайных функций. Раздел 1.2 посвящен

дискретным каноническим разложениям скалярных случайных функций. В разд. 1.3–1.6 описываются точные и приближенные методы построения канонических разложений случайных функций. Раздел 1.7 посвящен методам построения интегральных канонических представлений скалярных случайных функций.

В гл. 2 дается обобщение теории канонических разложений и интегральных канонических представлений гл. 1 на случай векторных случайных функций (разд. 2.1 и 2.2). Раздел 2.3 посвящен каноническим представлениям линейных и квазилинейных преобразований случайных функций. Теория эквивалентной регрессионной линеаризации существенно нелинейных преобразований посредством канонических разложений дается в разд. 2.4.

Глава 3 посвящена обобщению результатов гл. 1–2 на случай линейных функциональных пространств. В разд. 3.1 изложена линейная корреляционная теория канонических разложений (теоремы Пугачёва, способы построения канонических разложений, теорема Лоэва–Карунена, теоремы о совместных канонических разложениях двух случайных элементов). Раздел 3.2 содержит теорию интегральных канонических представлений. Связь между спектральными и интегральными каноническими представлениями устанавливается в разд. 3.3. Раздел 3.4 посвящен корреляционной теории канонических представлений линейных преобразований. В разд. 3.5 рассматриваются вопросы решения линейных операторных уравнений методами канонических представлений.

Глава 4 содержит элементы стохастического анализа на основе канонических представлений случайных процессов. В разд. 4.1 приведены краткие сведения о распределениях случайных процессов и их высших моментах, рассматриваются вопросы вычисления распределений посредством канонических разложений с независимыми компонентами. Раздел 4.2 посвящен параметризации одно- и многомерных распределений. Особое внимание уделено вопросам параметризации ортогональных разложений плотностей посредством канонических разложений с независимыми компонентами. Вопросы задания вероятностных мер каноническими разложениями и вычисления с их помощью производных Радона–Никодима изучаются в разд. 4.3 и 4.4. В разд. 4.5 рассмотрены операции анализа над случайными процессами, стохастические интегралы от неслучайных функций скалярного и векторного аргумента, а также два типа интегральных канонических представлений. Раздел 4.6 посвящен стохастическим интегралам и дифференциалам от случайных функций. В разд. 4.7 рассматриваются некоторые вопросы теории канонических представлений в линейных функциональных пространствах.

Глава 5 посвящена методам статистического оценивания и моделирования канонических представлений случайных функций. В разд. 5.1 приведены необходимые сведения из общей теории статистического оценивания,

а в разд. 5.2 и 5.3 — сведения из прикладной теории статистического оценивания и моделирования случайных величин и случайных функций. Применение канонических разложений в задачах факторного анализа рассматривается в разд. 5.4.

Глава 6 посвящена методическим вопросам компьютерной поддержки статистических научных исследований. В разд. 6.1 рассмотрены задачи, общесистемные принципы и подходы к компьютерной поддержке научных исследований. В разд. 6.2 обсуждаются особенности компьютерной поддержки статистических научных исследований. Раздел 6.3 содержит изложение постановок задач оптимального синтеза систем для анализа и обработки информации по различным вероятностным критериям. Особое внимание уделено постановкам задач синтеза субоптимальных и условно оптимальных фильтров для систем реального времени.

Глава 7 посвящена рассмотрению математических моделей стохастических сигналов и систем. В разд. 7.1 обсуждаются общие вопросы структуры и представления стохастических сигналов и систем, в том числе и на основе канонических представлений случайных функций. Раздел 7.2 посвящен непрерывным системам. В разд. 7.3 изучаются модели линейных дифференциальных систем. Нелинейные непрерывные системы, описываемые стохастическими дифференциальными уравнениями, рассматриваются в разд. 7.4. Вопросы приведения уравнений непрерывной системы к стохастическим дифференциальным уравнениям изучаются в разд. 7.5. Модели дискретных систем обсуждаются в разд. 7.6 и 7.7.

Глава 8 посвящена моделям соединений и сложных стохастических систем. В разд. 8.1 рассматриваются правила преобразований структурных схем и графов линейных систем. В разд. 8.2 изучаются весовые функции соединений линейных систем. Раздел 8.3 посвящен стационарным линейным системам. Модели сложных стохастических систем обсуждаются в разд. 8.4.

Глава 9 посвящена методам вероятностного анализа линейных стохастических систем на основе канонических представлений случайных функций. В разд. 9.1 излагаются общие методы корреляционного анализа точности непрерывных систем. Спектрально-корреляционные методы анализа точности изучаются в разд. 9.2. Раздел 9.3 посвящен спектрально-корреляционным методам анализа точности дискретных систем. Анализ распределений и их параметров дается в разд. 9.4.

В гл. 10 рассматриваются методы вероятностного анализа процессов в нелинейных и сложных стохастических системах с помощью канонических представлений случайных функций. Раздел 10.1 посвящен методам анализа точности, основанным на непосредственной линеаризации нелинейностей с помощью канонических представлений, а также анализу нелинейных систем, приводимых к линейным. Спектрально-корреляционные методы анализа существенно нелинейных систем, основанные на эквивалентной линеаризации посредством канонических разложений, обсуждаются в разд. 10.2. В разд. 10.3 рассматриваются вопросы анализа распределений марковских процессов в нелинейных стохастических системах посредством неканонических и канонических разложений. Особое внимание уделяется параметризации распределений на основе канонических разложений с независимыми компонентами. Раздел 10.4 посвящен основанным на нормализации комбинированным методам аналитического и статистического моделирования

сложных стохастических систем с помощью канонических разложений.

Глава 11 посвящена вопросам оптимального (в смысле минимума средней квадратической ошибки (с.к.о.)) синтеза фильтров для обработки информации на основе методов канонических разложений и интегральных канонических представлений. В разд. 11.1 даются необходимые сведения из теории с.к. оптимизации. Выводится общее условие минимума с.к.о., выписаны уравнения, определяющие с.к. оптимальный фильтр. Подробно анализируется случай линейной зависимости сигнала от параметров и аддитивной помехи. Особое внимание уделяется фильтрационным уравнениям, определяющим с.к. оптимальное неоднородное преобразование. Получены уравнения, определяющие весовые функции с.к. оптимальных одно- и конечномерных непрерывных и дискретных линейных фильтров. Методы определения с.к. оптимальных одно- и конечномерных фильтров на основе интегральных канонических представлений рассматриваются в разд. 11.2. Методы определения с.к. оптимальных одно- и конечномерных фильтров на основе канонических разложений изучаются в разд. 11.3. Дается общее решение, рассматриваются особые случаи, единственность решения линейных фильтрационных уравнений и точность фильтрации. В разд. 11.4 рассматриваются вопросы синтеза нелинейных фильтров, приводимых к линейным. Раздел 11.5 содержит общее решение задачи синтеза с.к. оптимального фильтра в классе всех возможных фильтров. Подробно рассматривается случай нормального распределения сигнала и наблюдения. В разд. 11.6 рассматривается синтез дискретных и непрерывных линейных фильтров Калмана.

Глава 12 является продолжением гл. 11 и посвящена вопросам оптимального (в смысле произвольного байесовского критерия) синтеза фильтров. В разд. 12.1 обобщаются результаты разд. 11.1–11.5 на случай сложно-статистического критерия. Подробно рассмотрены как линейные системы, так и нелинейные системы, приводимые к линейным. Разделы 12.2 и 12.3 посвящены синтезу методом канонических разложений оптимального фильтра по байесовому критерию. Рассмотрены задачи фильтрации, экстраполяции, воспроизведения и обнаружения сигналов известной структуры со случайными параметрами по различным байесовым критериям. Раздел 12.4 посвящен вопросам алгоритмического синтеза оптимального фильтра по байесовому критерию при нелинейной и стохастической зависимости наблюдений от параметров сигнала. Дан общий метод синтеза на основе канонических разложений. Изучены случаи, когда функция потерь — линейный функционал, а также случаи, когда функция потерь является функционалом, а сигнал и помеха имеют нормальное распределение. Разделы 12.5 и 12.6 посвящены суб- и условно оптимальным фильтрам.

Книга предназначена для научных работников и специалистов в области автоматизации научных исследований и компьютерной поддержки научных исследований, прикладной математики и информатики, механики и теории управления, физики и астрономии. Может использоваться в учебном процессе при подготовке специалистов, аспирантов и магистров. Единая методика, тщательный подбор примеров и задач (их свыше 500), а также богатый методический, программно-алгоритмический и справочный материал позволяют использовать книгу широкому кругу магистров, аспирантов и преподавателей.