

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

О. А. Вячкилев, Н. Б. Ильинский, Г. Р. Исмагилова,
А. В. Поташев, Е. В. Поташева, Обратная краевая задача
для решетки профилей, расположенной на осесимметрич-
ной поверхности тока в слое переменной толщины,
Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1996, том 36, но-
мер 11, 134–142

<https://www.mathnet.ru/zvmmf2266>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru под-
разумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.168

17 мая 2025 г., 17:52:22



УДК 517.958:537.812

© 1996 г. О.А. ВЯЧКИЛЕВ, Н.Б. ИЛЬИНСКИЙ, Г.Р. ИСМАГИЛОВА,
А.В. ПОТАШЕВ, Е.В. ПОТАШЕВА

(Казань)

**ОБРАТНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ РЕШЕТКИ ПРОФИЛЕЙ,
РАСПОЛОЖЕННОЙ НА ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ТОКА
В СЛОЕ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ¹⁾**

Разработан метод отыскания формы профилей лопаток турбомашин по заданным распределению скорости относительного движения, форме осесимметричной поверхности тока, распределению толщины слоя, в котором происходит течение, и угловой скорости вращения. В основу метода положена итерационная процедура, базирующаяся на совместном решении обратной краевой задачи для плоской неподвижной решетки и прямой задачи для вращающейся решетки, расположенной на осесимметричной поверхности тока в слое переменной толщины. Разработан алгоритм численной реализации, составлена программа и проведены числовые расчеты, демонстрирующие эффективность метода в широком диапазоне исходных данных.

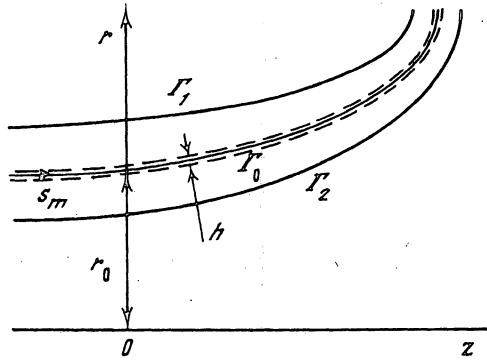
Введение

При проектировании проточных частей турбомашин одной из важных проблем является выбор формы лопаток, обеспечивающей заданные значения напора и минимальные потери. Определяющее влияние на эти характеристики имеет распределение скорости по поверхности лопатки. Поэтому одним из подходов к рациональному проектированию лопаток является подход, основанный на решении обратной задачи.

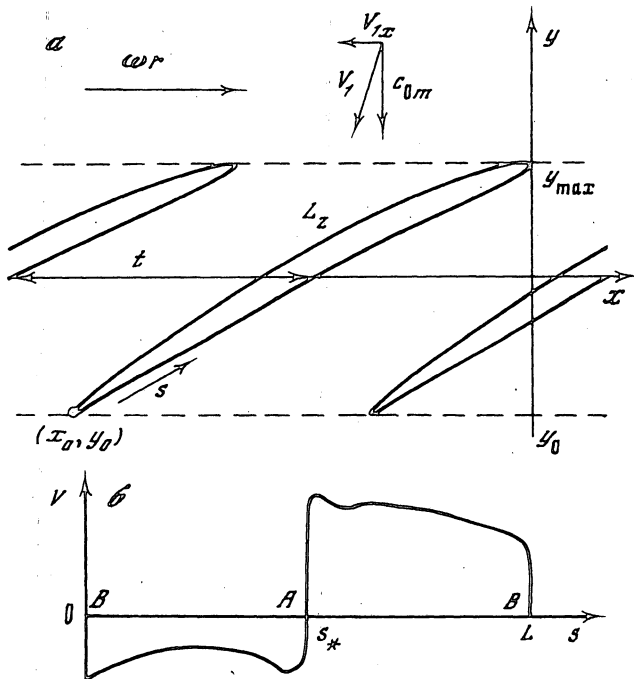
В самой общей постановке, учитывающей пространственный и нестационарный характер течения, решение такой задачи, т.е. задачи отыскания формы лопатки по заданному на ней распределению скорости, весьма сложно. Поэтому обычно используется разложение исходной задачи на две взаимосвязанные двумерные стационарные задачи: первая – для осредненного осесимметричного течения; вторая – для течения через решетки, расположенные на осесимметричных поверхностях тока (см., например, [1]). В результате обратную задачу можно свести к задаче нахождения формы осесимметричной проточной части турбомашин и задаче профилирования двумерной решетки профилей, расположенной на выбранной поверхности тока Γ_0 осредненного течения в слое переменной толщины.

Остановимся подробнее на задаче профилирования. Под толщиной слоя h , как обычно, будем понимать относительное расстояние между двумя осесимметричными поверхностями тока, бесконечно-близкими к выбранной Γ_0 (сечения их меридиональной плоскостью (r, z) , проходящей через ось вращения z , показаны на фиг. 1 штриховыми линиями; кривые Γ_1 и Γ_2 (сплошные линии) ограничивают проточную

¹⁾ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 94-01-00992, 96-01-00112).



Фиг. 1



Фиг. 2

часть турбомашины). Используя соотношения

$$dx = r_0 d\bar{\varphi}, \quad dy = (r_0 / r) ds_m$$

(см., например, [1]–[3]), отображающие поверхность Γ_0 на плоскость (x, y) , сечения лопаток поверхностью тока могут быть преобразованы в плоскую решетку профилей (фиг. 2, а), фронт которой параллелен оси x , а шаг равен $t = 2\pi r_0 / n$. Здесь $\bar{\varphi}$ – угловая координата, s_m – дуговая абсцисса меридианной линии тока, отсчитываемая от выбранного начала координат, r и r_0 – расстояния от оси вращения до рассматриваемой точки и до выбранного начала координат, n – количество лопаток. В результате задача профилирования, решению которой и посвящена настоящая работа, сводится к задаче построения плоских решеток.

§ 1. Постановка задачи

Пусть искомая решетка профилей расположена на осесимметричной поверхности тока, описываемой заданной функцией $r = r(y)$. Считается, что течение происходит в тонком слое переменной толщины $h = h(y)$ с заданными величинами $c_{0m} = V_{1y}h_1$ и V_{1x} , определяющими скорость потока на входе в решетку (здесь и далее индексом 1 обозначены величины на входе в решетку, а индексом 2 – на выходе из нее), и угловой скорости ω вращения колеса. Известны также количество n лопаток в решетке и радиус отображения r_0 . Требуется отыскать в плоскости конформного отображения (x, y) форму профилей решетки так, чтобы вдоль контуров профилей распределение величины скорости относительного движения на осесимметричной поверхности описывалось заданной функцией $V = V(s)$ (фиг. 2, б). Дуговая абсцисса $s \in [0, L]$ контура профиля в плоскости (x, y) отсчитывается от $s = 0$ в задней кромке B до $s = L$ (L – периметр контура) в ней же в направлении, указанном стрелкой на фиг. 2, а. Для фиксации местоположения лопаток на поверхности тока задаются координаты x_0, y_0 задней кромки профиля.

С математической точки зрения поставленная задача сводится к нахождению контуров L_z , составляющих границу области в плоскости z , таких, чтобы в этой области функция тока ψ , связанная с относительной скоростью V равенствами

$$\partial\psi / \partial y = hw_x, \quad \partial\psi / \partial x = -hw_y,$$

где $w = Vr / r_0$, удовлетворяла дифференциальному уравнению второго порядка

$$\Delta\psi - \frac{d(\ln h)}{dy} \frac{\partial\psi}{\partial y} = -2 \frac{r}{r_0} \omega h \frac{dr}{dy}$$

и граничным условиям

$$\begin{aligned} \psi|_{L_z} = \text{const}, \quad \frac{\partial\psi}{\partial s}|_{L_z} = hV(s)r / r_0, \\ \frac{\partial\psi}{\partial x}\Big|_{y=+\infty} = -h_1V_{1y}, \quad \frac{\partial\psi}{\partial y}\Big|_{y=+\infty} = h_1(V_{1x} + \omega r_1^2 / r_0), \\ \frac{\partial\psi}{\partial x}\Big|_{y=-\infty} = -h_2V_{2y}, \quad \frac{\partial\psi}{\partial y}\Big|_{y=-\infty} = h_2(V_{2x} + \omega r_2^2 / r_0). \end{aligned}$$

Здесь V_{ix}, V_{iy}, h_i и r_i – компоненты скорости V и значения h и r на входе в решетку ($i = 1$) и выходе из нее ($i = 2$), связанные соотношениями

$$h_2V_{2y} = h_1V_{1y} = c_{0m}, \quad V_{2x} = V_{1x} - \Gamma / t.$$

§ 2. Идея метода решения

Поставленную задачу можно условно представить в виде операторного уравнения

$$(2.1) \quad Ay = V,$$

где функция $V(s)$ – заданное распределение скорости, оператор A – оператор, решающий прямую задачу, $u(x)$ – искомое решение (уравнение контура профиля). (Для решения прямой задачи использовалась программа, разработанная в АО НИИТурбокомпрессор по методике [4].) Для того чтобы найти решение u , необходимо построить обратный оператор A^{-1} , для которого $u = A^{-1}V$.

В нашем случае оператор A^{-1} построить в явном виде не удастся. Поэтому воспользуемся итерационным способом решения уравнения (2.1), основанным на том, что известен оператор A_0^{-1} , решающий задачу

$$(2.2) \quad A_0 y = v,$$

являющуюся некоторым упрощением исходной, а именно, обратную задачу для плоской решетки профилей (см. [5]). Для реализации предлагаемого способа решения преобразуем уравнение (2.1) к виду (2.2), положив $v = V + A_0 y - Ay$. Решение полученного уравнения известно

$$(2.3) \quad y = A_0^{-1} v,$$

проблема состоит лишь в отыскании функции v , для чего организуем итерационный процесс.

Зададим начальное приближение $v^{(0)}$ (например, $v^{(0)} = V$) и по формуле (2.3) получим $y^{(0)}$. Затем, подставив $y^{(0)}$ в уравнение (2.1), найдем невязку $\delta^{(0)} = V - Ay^{(0)}$ и определим следующее приближение $v^{(k)}$ в виде

$$(2.4) \quad v^{(k)} = v^{(k-1)} + \delta^{(k-1)}.$$

Процесс продолжим до тех пор, пока не будет удовлетворен выбранный критерий сходимости, например,

$$(2.5) \quad \|\delta^{(k)}\| \leq \Delta.$$

Для ускорения сходимости процесса в формулу (2.4) можно ввести коэффициент релаксации $\lambda \in (0, 1)$:

$$v^{(k)} = v^{(k-1)} + \lambda \delta^{(k)}.$$

§ 3. Организация итерационного процесса

При проведении итерационного процесса следует изменять функцию $v(s)$, по которой отыскивается форма профилей лопаток в плоскости конформного отображения. Практика расчетов показала, что вместо $v(s)$ удобно ввести в рассмотрение две функции:

$$F_1(\sigma) = [v(s'') - v(s')] / 2, \quad F_2(\sigma) = [v(s'') + v(s')] / 2,$$

где

$$(3.1) \quad s' = \tilde{s}_* \sigma, \quad s'' = L - (L - \tilde{s}_*) \sigma, \quad \sigma \in [0, 1],$$

\tilde{s}_* – дуговая абсцисса критической точки на передней кромке профиля в плоском потоке. Функция $F_1(\sigma)$ характеризует "среднюю" скорость, $F_2(\sigma)$ – "разность" скоростей.

В аналогичном виде представляется также исходное распределение скорости и распределение скорости, полученное на профилях k -й итерации:

$$(3.2) \quad f_1(\sigma) = [V(s'') - V(s')] / 2, \quad f_1^{(k)}(\sigma) = [V^{(k)}(s'') - V^{(k)}(s')] / 2,$$

$$f_2(\sigma) = [V(s'') + V(s')] / 2, \quad f_2^{(k)}(\sigma) = [V^{(k)}(s'') + V^{(k)}(s')] / 2,$$

При этом в соотношениях (3.2) значения s' и s'' определяются по формулам (3.1) при замене в них величины \tilde{s}_* на s_* и $s_*^{(k)}$ соответственно. Здесь s_* – дуговая абсцисса

передней критической точки в исходном распределении $V(s), s_*^{(k)}$ – положение критической точки на k -й итерации.

С учетом введенных обозначений процесс реализуется по следующей схеме. Задаем нулевое приближение $v^{(0)}(s)$ (подробнее об этом см. § 4) и параметры потока на входе в плоскую решетку (см. [4]):

$$v_1 = (v_{1x}^2 + v_{1y}^2)^{1/2}, \quad \theta_1 = \arctg(v_{1x} / v_{1y}),$$

$$v_{1x} = V_{1x} h_1 - \omega r_1^2 h_1 / r_0, \quad v_{1y} = -c_{0m}$$

По этим исходным данным решаем плоскую обратную задачу и находим форму профилей. Проведя расчет скорости для вращающейся решетки из полученных профилей при заданных в постановке задачи зависимостях $r(y)$, $h(y)$ и величинах r_0 , c_{0m} , V_{1x} , ω , находим распределение $V^{(k)}(s)$ и значение $s_*^{(k)}$, после чего по формулам (3.2) отыскиваем функции $f_1^{(k)}$, $f_2^{(k)}$.

Далее определяем невязку между полученным распределением $V^{(k)}(s)$ и исходным $V(s)$ в виде

$$\delta^{(k)} = \int_0^1 |\delta_1^{(k)}(\sigma)| d\sigma + \int_0^1 |\delta_2^{(k)}(\sigma)| d\sigma,$$

где

$$\delta_1^{(k)}(\sigma) = \ln[f_1^{(k)}(\sigma) / f_1(\sigma)], \quad \delta_2^{(k)}(\sigma) = f_2(\sigma) / f_1(\sigma) - f_2^{(k)}(\sigma) / f_1^{(k)}(\sigma),$$

Следующее приближение для $v^{(k+1)}(\sigma)$ находим по формулам

$$v^{(k+1)}(s) = \begin{cases} F_2^{(k+1)}(\sigma) - F_1^{(k+1)}(\sigma), & s = \tilde{s}_* \sigma \in [0, \tilde{s}_*], \\ F_2^{(k+1)}(\sigma) + F_1^{(k+1)}(\sigma), & s = L - \sigma(L - \tilde{s}_*) \in [\tilde{s}_*, L], \end{cases}$$

$$\tilde{s}_* = s_*, \quad F_1^{(k+1)}(\sigma) = F_1^{(k)} \exp[-\lambda^{(k)} \delta_1^{(k)}(\sigma)],$$

$$F_2^{(k+1)}(\sigma) = \left[\frac{F_2^{(k)}(\sigma)}{F_1^{(k)}(\sigma)} + \lambda^{(k)} \delta_2^{(k)}(\sigma) \right] F_1^{(k+1)}(\sigma).$$

Коэффициент релаксации λ , вводимый для ускорения сходимости процесса, изменяем на каждом шаге: при $\delta^{(k)} < \delta^{(k-1)}$ уменьшаем, а при $\delta^{(k)} \geq \delta^{(k-1)}$ увеличиваем с одновременным возвратом к предыдущим значениям.

Наилучшим критерием завершения итерационного процесса является выполнение условия (2.5), где Δ – заданная величина, которая при расчетах принималась равной $\Delta = 0.01$. Однако выполнение условия (2.5) возможно не всегда, так как исходному $V(s)$ не обязательно соответствует физически реальный контур профиля (см., например, [5]). Для этого случая предусмотрен выход из итерационного процесса по условию

$$(3.3) \quad |\delta^{(k)} - \delta^{(k-1)}| < \Delta_1,$$

где принято $\Delta_1 = 0.01\Delta$. Кроме того, в программе введено ограничение на число итераций $k \geq k_0$, которое используется в случае, когда по каким-либо причинам условия (2.5), (3.3) не удается выполнить за k_0 итераций (в программе взято $k_0 = 20$).

§ 4. Задание нулевого приближения

В рассматриваемой задаче возможны различные способы выбора нулевого приближения. Один из них состоит в задании распределения $v^{(0)}(s)$, другой – в задании контура $y^{(0)}(x)$ и определении $v^{(0)}(s)$ путем прямого расчета при $\omega = 0$, $r(y) = r_0$, $h(y) = 1$.

1. Первый способ удобно применять в том случае, когда обратная, задача используется для улучшения уже существующих лопаток.

Пусть при обтекании исходной (подлежащей "исправлению") решетки, профили которой заданы уравнением $\tilde{y} = \tilde{y}(x)$, распределение скорости на них описывается функцией $\tilde{V}(s)$. Для улучшения свойств течения проведена модификация $\tilde{V}(s)$ и построено желаемое распределение $V(s)$. Тогда начальное приближение $v^{(0)}(s)$ целесообразно брать в виде

$$v^{(0)}(s) = \tilde{v}(s)V(s) / \tilde{V}(s),$$

где распределение скорости $\tilde{V}(s)$ соответствует обтеканию плоской решетки, составленной из исходных профилей $\tilde{y}(x)$. Расчет распределения $\tilde{v}(s)$ проводится прямым методом при задании $\omega = 0$, $h(y) = 1$, $r(y) = r_0$.

2. Второй способ следует применять при проектировании новых лопаток. Для его реализации будем считать, что средняя линия профиля $y^{(0)}(x)$ в плоскости конформного отображения представляет собой дугу окружности, касательные к которой на передней и задней кромках совпадают с направлением относительной скорости на входе в решетку и выходе из нее соответственно.

Обозначим через θ_1 и θ_2 углы между осью u и направлениями векторов скорости на входе и выходе соответственно. Согласно [4] имеем

$$\theta_i = \arctg \frac{V_{ix} h_i - \omega r_i^2 h_i / r_0}{-c_{0m}}, \quad i = 1, 2.$$

Нетрудно видеть, что величина θ_1 полностью определена исходными данными задачи, а для нахождения θ_2 надо знать V_{2x} , которая связана с V_{1x} соотношением

$$V_{2x} = V_{1x} - \Gamma / l, \quad \Gamma = r_0^{-1} \int_{L_z} [V(s)r(s)ds - \omega r^2(x)]dx.$$

Следовательно, для определения величины θ_2 кроме распределения $V(s)$ необходимо знать зависимости $r(s)$ и $r(x)$, т.е. следует задавать некоторую форму лопатки, что можно осуществить, в частности, распределением ее толщины $\tau = \tau(\sigma)$ вдоль средней линии. Здесь $\gamma \in [0, 1]$ – дуговая абсцисса средней линии, l – ее длина.

При таком описании контура профиля, задав некоторое значение $\theta_2^{(0)}$ (например, $\theta_2^{(0)} = \theta_1$), найдем форму лопатки и, следовательно, функции $r(s)$ и $r(x)$. Затем определим величину Γ и уточним значение θ_2 . Проведя эту операцию до сходимости значений θ_2 , найдем нулевое приближение профиля лопатки, соответствующее заданным аэродинамическим и геометрическим характеристикам.

§ 5. Вторая постановка задачи

Наряду с описанной выше (см. § 1) была рассмотрена и другая постановка задачи. Ее введение связано с тем, что при практическом использовании обратной задачи задание периметра искомого профиля лопатки весьма затруднительно. В то же время,

как правило, известна ширина лопаточного участка в плоскости (x, y) , т.е. наряду с координатами (x_0, y_0) задней кромки профиля известно значение u_{\max} (см. фиг. 2, а) на этом участке. Поэтому целесообразно задавать исходное распределение скорости в виде двух положительных функций безразмерного переменного σ : $V_1(\sigma)$ и $V_2(\sigma)$, $\sigma \in [0, 1]$ ($\sigma = s/s_*$ при $s \in [0, s_*]$, $\sigma = (L-s)/(L-s_*)$ при $s \in [s_*, L]$) и приведенной дуговой абсциссы $\bar{s}_* = s_*/L$. При этом распределение скорости $V(\bar{s})$, $\bar{s} = s/L \in [0, 1]$ выражается через $V_1(\sigma)$ и $V_2(\sigma)$ в виде

$$V(\bar{s}) = \begin{cases} -V_1(\sigma), & \bar{s} = \bar{s}_*\sigma, & \bar{s} \in [0, \bar{s}_*], \\ V_2(\sigma), & \bar{s} = 1 - \sigma(1 - \bar{s}_*), & \bar{s} \in [\bar{s}_*, 1]. \end{cases}$$

Периметр L контура профиля считаем неизвестным и отыскиваем в процессе решения из условия заданности u_{\max} на лопаточном участке.

Такая постановка задачи потребовала изменений в методике задания нулевого приближения профиля и решении задачи (координаты и периметр L профиля нулевого приближения и профилей, получаемых на каждой итерации из решения плоской обратной задачи, нормируются по заданным величинам x_0, y_0 и u_{\max}).

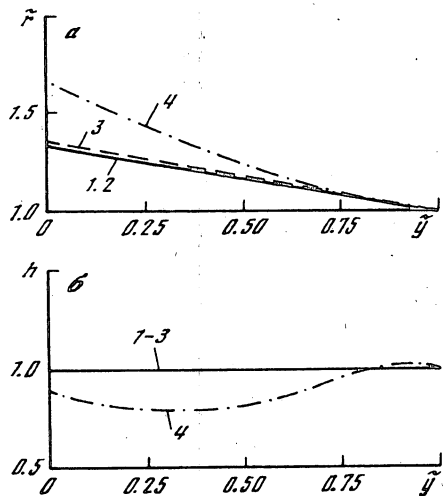
§ 6. Результаты тестовых расчетов

Для тестирования составленных программ и проверки их работоспособности были проведены тестовые расчеты. Брались решетки различного назначения, прямым методом проводилось вычисление $V(s)$, а затем по этому $V(s)$ решалась обратная задача. Результаты решения сравнивались с истинными как по форме полученных профилей, так и по распределению скорости на них.

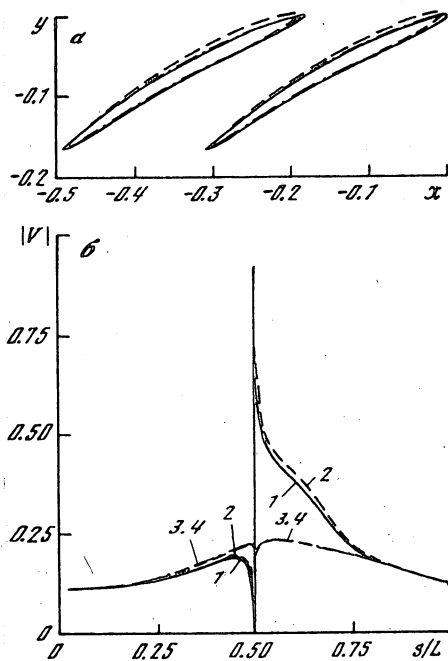
В качестве решеток, для которых проводились расчеты, брались как неподвижные решетки, так и вращающиеся решетки различного назначения. На фиг. 3 и в таблице приведены параметры осесимметричных поверхностей тока ($\tilde{r}(\tilde{y})$, $h(\tilde{y})$ и r_0), количество лопаток n , параметры потока на входе (c_{0m} , V_{1x} и ω) и координаты задней кромки профилей (x_0 и y_0), при этом все линейные размеры отнесены к диаметру d_2 колеса, а скорости – к окружной скорости колеса $u_2 = \omega d_2 / 2$. На фиг. 2 обозначено $\tilde{r} = r/r_0$, $\tilde{y} = (y - y_0)/(y_{\max} - y_0)$. Исходные формы профилей в плоскости конформного отображения показаны сплошными кривыми 1 на фиг. 4, а и фиг. 5, а, а рассчитанные на них прямым методом распределения $V(s)$ – сплошными 1 и штриховыми 3 кривыми на фиг. 4, б и фиг. 5, б. Результаты решения обратной задачи показаны на тех же фигурах штриховыми 2 и штрихпунктирными 4 кривыми (на фиг. 4, б штриховая 3 и штрихпунктирная 4 кривые практически совпадают).

Сопоставление результатов показало, что при достаточно гладких исходных распределениях скорости достигается хорошая точность в решении обратной задачи как по форме лопатки, так и по $V(s)$ на ней. Имеющаяся же погрешность в определении формы профиля в первом примере (штриховая кривая на фиг. 4, а) для данных

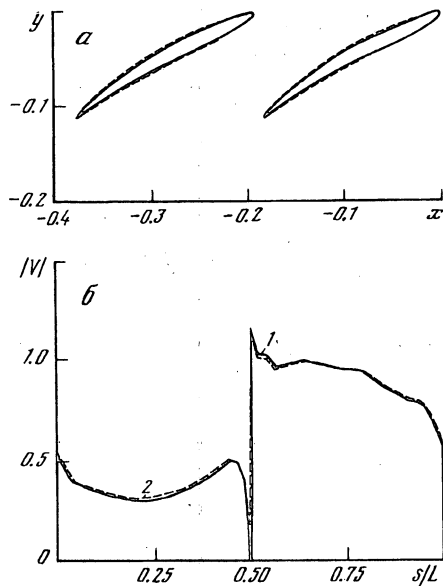
№ примера	№ фигуры	n	r_0	$-c_{0m}$	V_{1x}	$-\omega$	x_0	y_0
1	4	20	0.583	0.074	0.38	0.0	-0.309	-0.166
2	4	20	0.583	0.074	0.20	0.0	-0.309	-0.166
3	5	12	0.370	0.314	0.00	2.0	-0.184	-0.113
4	6	18	0.301	0.375	0.00	2.0	-0.184	-0.186



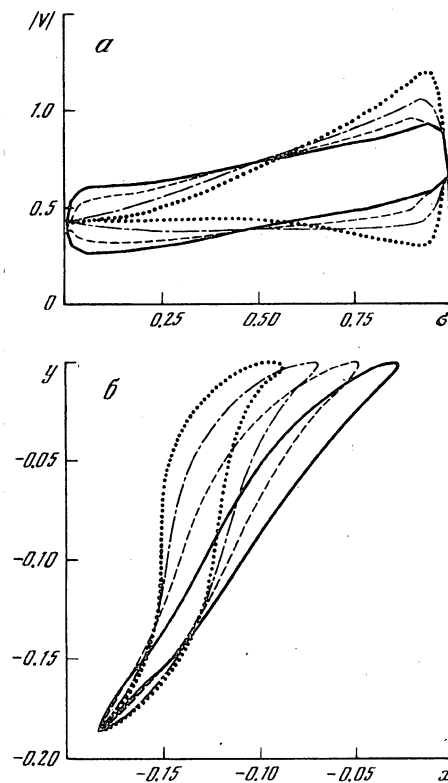
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

под номером 1 из таблицы и фиг. 3 объясняется наличием резкого пика скорости в передней кромке (сплошная кривая на фиг. 4, б). Невозможность учета этого пика при дискретном представлении данных приводит к уменьшению максимального значения скорости в окрестности передней кромки ($V_{\max} = 0.65$ вместо $V_{\max} = 0.85$) и, как следствие, к уменьшению кривизны передней кромки и утолщению профиля. Однако изменение параметров потока на входе (в данных с номером 2 изменено значение V_{1x}), дающее более плавное обтекание лопатки (пунктирная кривая 3 на фиг. 4, б), позволяет найти форму профиля, близкую к исходной (штрихпунктирные кривые 4 на фиг. 4).

§ 7. Результаты расчетов "проектировочного характера"

Целью второй серии расчетов являлось исследование влияния на результат решения задачи различного характера распределения нагрузки вдоль профиля лопатки. При проведении этих расчетов были выбраны параметры, характеризующие осесимметричную поверхность тока на покрывном диске компрессора (данные под номером 4 из таблицы и фиг. 3).

Решение обратной задачи проводилось по второй постановке с заданным значением $u_{\max} = 0$. При этом задавались распределения скорости $V_1(\sigma)$ и $V_2(\sigma)$ с различным распределением нагрузки, но с сохранением "средней скорости" $f_1(\sigma)$. На фиг. 6, а показаны $V_1(\sigma)$ и $V_2(\sigma)$ с различным распределением нагрузки вдоль профиля лопатки. Из полученных результатов (см. фиг. 6, б) видно, что увеличение нагрузки на передней кромке приводит к утолщению профиля с одновременным усилением S-образности лопатки.

Заключение

Подводя итоги, можно сказать, что разработанный метод и реализующие его программы позволяют с достаточной точностью решать обратную задачу. При этом наилучшая точность гарантируется при задании достаточно гладких исходных распределений скорости. Следует отметить, что при проектировании лопаток, обладающих малым профильным сопротивлением, распределение $V(s)$ должно обладать именно таким характером поведения, т.е. быть гладким и не иметь пиков с большими отрицательными градиентами скорости, приводящими к отрыву пограничного слоя.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Степанов Г.Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. М.: Физматгиз, 1962.
2. Wu Chung-Hua. A general theory of three-dimensional flow in subsonic and supersonic turbomachines of axial, radial and mixed-flow types // Trans. ASME. 1952. V. 74. № 8. P. 1363-1380.
3. Stanitz J.D. Some theoretical aerodynamic investigations of impellers in radial and mixed-flow centrifugal compressors // Trans. ASME. 1952. V. 74. № 4. P. 473-497.
4. Раухман Б.С. Расчет обтекания пространственных решеток профилей гидротурбин с программированием на ЭЦВМ // Руководящие техн. материалы. № 24.023.07. Турбины гидравлич. Л.: ЦКТИ им. И.И. Ползунова. 1972.
5. Ильинский Н.Б., Поташев А.В., Таюрская Г.Р. Построение прямой однорядной решетки профилей методом квазирешений обратных краевых задач // Изв. вузов. Авиац. техн. 1989. № 3. С. 35-38.

Поступила в редакцию 28.03.95

Переработанный вариант 09.01.96