ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
Том X И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ Выпуск 1
1965

КРИТИКА И БИБЛИОГРАФИЯ

В. Феллер, Введение в теорию вероятностей и ее приложения, М., изд-во «Мир», 1964 (перевод со второго английского издания книги W. Feller, An Introduction to Probability Theory and Its Applications, N.Y., Wiley, 1957).

Вышедший в 1952 г. перевод первого издания книги В. Феллера разошелся почти мгновенно и стал библиографической редкостью. Поэтому очень целесообразным представляется выход перевода второго издания этой книги.

Цели книги и принцип отбора материала сохранены во втором издании. Книга дает строгое изложение теории вероятностей, как самостоятельного раздела математики и наряду с этим включает опытные основания теории и примеры различных практических применений.

Автор отмечает, что в преподавании теории вероятностей существует стремление возможно быстрее сводить вероятностные задачи к задачам чистого анализа, избегая специфических особенностей самой теории вероятностей. В противоположность этому в книге В. Феллера основное внимание уделено «вероятностным» приемам рассуждений.

Ограничение дискретными пространствами элементарных событий позволяет, без уступок в математической строгости, изложить обширный фактический материал. Это изложение тщательно продумано, в меру лаконично и часто дополняется замечаниями, отражающими отношение автора к приводимым фактам. Читатель тем самым получает возможность ознакомиться со взглядами одного из выдающихся представителей современной теории вероятностей.

Теория вероятностей предлагает модели для определенного круга реальных явлений. «Мы будем иметь дело,— говорит автор,— с теоретическими моделями, в которых вероятности входят в качестве свободных параметров, подобно массам в механике. Эти модели можно применять многими различными способами. Техника приложений и вероятностная интуиция будут развиваться вместе с теорией» (стр. 15).

Книга в целом удачно демонстрирует тот факт, что сравнительно простые модели позволяют, хотя бы в первом приближении, правильно описать широкий круг практических задач (такими являются, например, модели размещений n шаров по r ящикам и урновые модели). Во многих случаях, особенно там, где интуиция не подсказывает правильного порядка соответствующих вероятностей, автор приводит числовые результаты (см., например, § 3 главы II). Большое внимание уделено различным приближенным формулам. Их точность иллюстрируется числовыми примерами. Используемые при этом рассуждения «типичны для многих предельных теорем теории вероятностей» (стр. 108).

Весьма полезны (и не только для начинающего читателя) приведенные в книге результаты «случайных экспериментов», которые создают представление о том, как выглядит «случайность» и о том, какими неожиданными могут оказаться отклонения от интуитивных представлений о ней.

В связи с результатами «случайных экспериментов» довольно рано ставится вопрос о способах проверки согласия модели с экспериментом и о способах оценки неизвестных вероятностей по результатам опытов. Используется критерий χ^2, упоминаются (по конкретному поводу) понятия оценки максимального правдоподобия и доверительного интервала (стр. 53—58), приводятся различные критерии случайности. Эта тенденция возможно более раннего объяснения типичных «статистических выводов» несомненно целесообразна и по мнению рецензента могла бы быть даже усилена.

Следует подчеркнуть, что автор постоянно заботится о придании терминологии надлежащей точности (см., например, замечание о «рекуррентном событии» на стр. 305). Это очень важная сторона дела. Часто начинающие изучать теорию вероятностей запутываются, так как, например, термин «событие» на одних и тех же страницах учебников употребляется в описательном «до-научном» смысле и рядом — в смысле, приписываемом аксиоматической теорией. Так, выражение «произведем n независимых наблюдений случайной величины ξ» употребляют обычно без упоминания о том, что оно не имеет смысла в формализованной теории (но служит «разговорным» эквивалентом выражения «рассмотрим n независимых случайных величин, имеющих одно и то же распределение вероятностей»). С высказанной точки зрения автора можно было бы упрекнуть в двух пунктах. Во-первых, следовало бы объяснить, что значит «событие A определяется по событиям $A_1, A_2, \ldots, A_n$». Во-вторых, утверждения типа «пусть $A_1, A_2, \ldots, A_n$ — взаимно независимые события, событие A определяется по $A_1 \ldots$ $\ldots A_k$, а B — по $A_{k+1}, \ldots, A_n$; тогда A и B — независимы» настолько соответствуют тому, что мы интуитивно ожидаем от понятия «независимости», что обычно (что имеет место и в этой книге) не находят нужным показать, что эта простая теорема справедлива при том формальном определении «статистической независимости», которое обычно приводится.

Ограничение дискретными пространствами позволяет свести весь используемый аппарат к комбинаторике, производящим функциям и в случае, когда последние рациональны, к разложению на простейшие дроби, как методу исследования соответствующих распределений. Убедительно показана мощь этих методов (главы III, XII—XIV, XVI).

В качестве «дефекта» ограничения дискретным случаем автор отмечает «уменьшение изящества математических рассмотрений» (стр. 202; это в первую очередь относится к последовательностям событий и случайных величин). Можно добавить к этому, что в рамках теории дискретных пространств оказывается невозможным отразить тесные и важные связи теории вероятностей с другими частями современной математики. «Дискретный» подход прекрасно позволяет объяснить идею независимости; в меньшей степени — идею марковской зависимости и совсем оставляет в стороне важнейшую идею «спектрального анализа».

Высказанные выше замечания рецензент желал бы дополнить более мелкими.

Стр. 30. «Целый ряд наиболее важных приложений,— пишет автор,— носит качественный характер и не зависит от численных значений вероятностей событий». Эту интересную мысль стоило бы пояснить примерами.

Стр. 43. Автор говорит: «Интуиция подсказывает нам, что в математических таблицах, содержащих величины, вычисленные с большим числом десятичных знаков, последние пять знаков должны обладать многими свойствами случайных чисел». Приводятся результаты опыта с шестнадцатизначными таблицами нормального распределения. Здесь, по существу, затрагивается глубокий и важный вопрос о «моделировании» случайности. Возможно, что к месту было бы более детальное рассмотрение (или ссылки, ср., например, Г. Полиа и Г. Сеге «Задачи и теоремы из анализа», часть I, разд. «Распределение цифр в таблице логарифмов и аналогичные задачи»; см. также H. Poincaré, «Calcul des Probabilités», 1912).

Стр. 159. По поводу теоремы Бернулли в обычной формулировке автор замечает: «Утверждение (4.2) является формулировкой классического закона больших чисел, который не представляет значительного интереса. Более тонкой и значительно более интересной теоремой является усиленный закон больших чисел». Ниже, на стр. 165—166, приводя частотную интерпретацию пуассоновских вероятностей, автор пишет: «Такое утверждение является основой всех применений понятия вероятности; оно будет оправдано и уточнено законом больших чисел в гл. X». Буквально понятое, второе высказывание не согласуется с первым.

Стр. 225. В качестве первой характеристики «центра распределения» упоминается медиана (ср. также стр. 62). Можно вполне согласиться с тем, что на первых порах медиану лучше использовать для этой цели, чем математическое ожидание (так же, как и промежутки между квантилями можно предпочесть стандартному отклонению, как характеристике рассеяния).

Особо следует сказать о главе III («Колебания при игре с бросанием монеты и случайные блуждания»). Эта глава содержит материал, отсутствовавший в первом издании. Основная ее цель — показать на примере простейшего симметричного случайного блуждания фундаментальные свойства случайности, идущие вразрез с интуитивными представлениями (закон арксинуса, пропорциональность времени до n-го возвращения величине n^2 и т. п.). «Мы увидим,— пишет автор,— что общепринятое мнение о характере случайных колебаний лишено оснований и что выводы из закона больших чисел часто истолковываются неправильно». Автор подчеркивает, что заключение о характере случайных колебаний, полученное на примере простейшего случайного блуждания, справедливо в значительно более общих случаях. Многие точные формулы комбинаторного характера остаются верными для последовательностей независимых, одинаково распределенных случайных величин. Замечу, что соотношения типа закона арксинуса справедливы в еще более общей обстановке, но требуют для своего обоснования новых приемов (например, «принципа инвариантности» Эрдеша — Каца — Донскера).

Перевод книги в целом выполнен хорошо, хотя в ряде случаев произведены непонятные отступления от авторского текста.

Стр. 9 (ориг. IX). ...ряд задач...; ориг.: about 340 problems.

Стр. 14 (ориг. 4). Если же желательны действительные наблюдения и численные оценки, то обычно оказывается необходимым использовать усовершенствованные методы, которые образуют главу математической статистики и лежат вне теории вероятностей в собственном смысле слова. Ориг: Probability theory would be effective and useful even if not a single numerical value were accesible.

Стр. 124 (ориг. 108). ...вероятности в пространстве элементарных событий можно вычислить...; ориг. Probabilities in sample space are to be derived...

Стр. 125 (ориг. 109), сноска. ...повторных эффектов...; ориг.: aftereffect.

Стр. 255 (ориг. 234). «Тщательный анализ показывает, что сходимость в (1.3) ухудшается при возрастании дисперсии. Если $\sigma^2 = D(X_k)$ велико, то нормальное приближение окажется эффективным только при чрезвычайно больших n». Не говоря уже о том, что это неверно (скорость сходимости к нормальному закону зависит от безразмерных характеристик), отмечу, что эта фраза отсутствует в оригинале.

Стр. 357. А. Вальд назван Уолдом.

В предисловии А. Н. Колмогорова сказано: «...в русском издании сохранен подзаголовок, указывающий на принцип отбора материала...». В действительности никакого подзаголовка в переводе второго издания нет.

Выход в свет перевода книги Феллера несомненно принесет большую радость всем интересующимся теорией вероятностей.

Ю. В. Прохоров