

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. П. Возовой, А. А. Непомнящий, Устойчивость стационарных пространственно-периодических конвективных движений в плоском вертикальном слое, *Прикл. мех. техн. физ.*, 1982, том 23, выпуск 4, 54–60

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.90

12 февраля 2025 г., 01:05:41



ЛИТЕРАТУРА

1. Бетчов Р., Криминалле В. Вопросы гидродинамической устойчивости. М.: Мир, 1971.
2. Benney D. J., Bergeron V. F. A new class of nonlinear waves in parallel flows.— Stud. Appl. Math., 1969, vol. 48, N 3.
3. Huberman R. Critical layers in parallel flows.— Stud. Appl. Math., 1972, vol. 51, N 2.
4. Robinson J. L. The inviscid nonlinear instability of parallel shear flows.— J. Fluid Mech., 1974, vol. 63, N 4.
5. Жигулев В. Н. Нелинейная теория развития возмущения.— В сб.: Аэрогазодинамика и физическая кинетика. Новосибирск: изд. ИТПМ СО АН СССР, 1977.
6. Реутов В. П. Плазменно-гидродинамическая аналогия и нелинейная стадия неустойчивости ветровых волн.— Изв. АН СССР. Физ. атмос. и океана, 1980, т. 16, № 12.
7. Тимофеев А. В. Колебания неоднородных течений плазмы и жидкости.— УФН, 1970, т. 102, № 2.
8. Miura A., Sato T. Theory of vortex nutation and amplitude oscillation in an inviscid shear instability.— J. Fluid Mech., 1978, vol. 86, N 1.
9. Андронов А. А., Фабрикант А. Л. Затухание Ландау, ветровые волны и свисток.— В сб.: Нелинейные волны. М.: Наука, 1979.
10. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
11. Линь Цзя-Цзяо. Теория гидродинамической неустойчивости. М.: ИЛ, 1958.
12. O'Neil T. Collisionless damping of nonlinear plasma oscillation.— Phys. Fluids, 1965, vol. 8, N 12.
13. Галеев А. А., Сагдеев Р. З. Нелинейная теория плазмы.— В сб.: Вопросы теории плазмы. Вып. 7. М.: Атомиздат, 1973.
14. Шаниро В. Д., Шевченко В. И. Взаимодействие волн конечной амплитуды с плазмой. Препринт ФТИ 72—24, Харьков, 1972.
15. Шаниро В. Д., Шевченко В. И. Взаимодействие волна — частица в неравновесных средах.— Изв. высш. учеб. заведений. Радиофизика, 1976, т. 19, № 5—6.
16. Михайловский А. Б. Теория плазменных неустойчивостей. Т. 1. М.: Атомиздат, 1975.
17. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.: ГИТТЛ, 1954.
18. Езерский А. Б., Рабинович М. И. Резонансное взаимодействие акустических и гидродинамических волн в течении Пуазейля.— В кн.: Труды II Всесоюз. симп. по физ. акуст.-гидродинам. явл. и оптоакустике. М.: Наука, 1981.
19. Рабинович М. И., Реутов В. П. Взаимодействие параметрически связанных волн в неравновесных средах.— Изв. высш. учеб. заведений. Радиофизика, 1973, т. 16, № 6.
20. Benjamin T. B. The threefold classification of unstable disturbances in flexible surfaces bounding inviscid flows.— J. Fluid Mech., 1963, vol. 16, N 3.

УДК 532.516 : 536.25

УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННО- ПЕРИОДИЧЕСКИХ КОНВЕКТИВНЫХ ДВИЖЕНИЙ В ПЛОСКОМ ВЕРТИКАЛЬНОМ СЛОЕ

Л. П. Возовой, А. А. Непомнящий

(Пермь)

Анализу устойчивости плоскопараллельных конвективных движений в слоях вязкой жидкости посвящена обширная литература (см. [1, 2]). Известно, что в тех случаях, когда неустойчивость носит монотонный характер, она приводит к развитию стационарных пространственно-периодических движений. Работы [3, 4] посвящены исследованию устойчивости конечно-амплитудных вторичных движений. В [5—8] изучалась устойчивость конвективных валов, в [9] — гексагональных ячеек, возникающих в горизонтальных слоях в результате кризиса равновесия. В этих работах вывод об устойчивости делался на основе решения спектральной задачи, получаемой посредством применения метода Галеркина к линеаризованной задаче для возмущений.

В данной работе исследуется устойчивость стационарных пространственно-периодических движений в плоском вертикальном слое при наличии бокового подогрева. Инкременты наиболее опасного возмущения определяются из временной асимптотики решения линеаризованной задачи для возмущений, которое строится, как и основное решение, методом сеток [10, 11]. Расчеты проведены для числа Прандтля $Pr = 1$ в интервале чисел Грасгофа $500 < Gr < 2000$. Получены характерные зависимости

инкремента от квазиволнового числа, определены границы области устойчивости пространственно-периодических вторичных движений и основные типы возмущений, вызывающие неустойчивость.

1. Рассмотрим бесконечный вертикальный слой, заполненный вязкой несжимаемой жидкостью. На твердых границах слоя ($y = \pm d$) поддерживаются постоянные разные температуры $T = \pm \Theta$ (ось x направлена вертикально вверх, ось y — горизонтально). Запишем в безразмерном виде систему уравнений двумерной конвекции:

$$(1.1) \quad \partial\Phi/\partial t = \Delta\Phi + Gr\partial T/\partial y + D(\Phi, \Psi)/D(x, y);$$

$$(1.2) \quad \Delta\Psi = -\Phi;$$

$$(1.3) \quad \partial T/\partial t = (1/Pr)\Delta T + D(T, \Psi)/D(x, y),$$

где $D(f, g)/D(x, y) = (\partial f/\partial x)\partial g/\partial y - (\partial f/\partial y)\partial g/\partial x$; Ψ — функция тока; Φ — вихрь скорости. Параметрами подобия являются числа Грасгофа Gr и Прандтля Pr . В предположении замкнутости потока (отсутствия прокачивания жидкости вдоль слоя) граничные условия имеют вид

$$(1.4) \quad \Psi = \partial\Psi/\partial y = 0, \quad T = \pm 1 \text{ при } y = \pm 1.$$

Потребуем также ограниченности всех функций на бесконечности

$$(1.5) \quad |\Phi|, |\Psi|, |T| < \infty \text{ при } x \rightarrow \pm \infty.$$

Краевая задача (1.1)—(1.5) всегда имеет решение

$$(1.6) \quad \Psi_0 = (Gr/24)(1 - y^2)^2, \quad T_0 = y, \quad \Phi_0 = (Gr/6)y(1 - y^2),$$

описывающее плоскопараллельное течение. Если число Прандтля $Pr < 12$, это течение теряет устойчивость по отношению к монотонно нарастающим возмущениям при $Gr > Gr_c \approx 500$ [1]. Нелинейное развитие возмущений в надкритической области приводит к установлению стационарных пространственно-периодических движений [12, 13]. В работе [14] изучалась устойчивость вторичных движений в припороговой области $Gr \approx Gr_c$; установлено, что наиболее опасными являются возмущения, содержащие фурье-компоненты с волновыми числами, близкими к волновому числу основного движения (неустойчивость Экхауза). В [15, 16] исследовалась устойчивость вторичных движений при конечной надкритичности $Gr - Gr_c$, но только по отношению к возмущениям с кратными волновыми числами. Было показано, что при увеличении периода развиваются нестационарные движения типа бегущих волн.

В данной работе изучается устойчивость пространственно-периодических стационарных движений при конечном превышении порогового числа Грасгофа и по отношению к плоским возмущениям общего вида, необязательно являющимся периодическими.

2. Пусть $F_1 = (\Psi_1, \Phi_1, T_1)$ — стационарное решение задачи (1.1)—(1.5) с периодом $2\pi/k$. Для малого нормального возмущения $F e^{\lambda t} = (\Psi, \Phi, T) e^{\lambda t}$, наложенного на это решение, получаем линейную краевую задачу

$$(2.1) \quad \lambda\Phi = \Delta\Phi + Gr \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{D(\Phi, \Psi_1)}{D(x, y)} + \frac{D(\Phi_1, \Psi)}{D(x, y)},$$

$$\Delta\Psi = -\Phi, \quad \lambda T = Pr^{-1}\Delta T + \frac{D(T, \Psi_1)}{D(x, y)} + \frac{D(T_1, \Psi)}{D(x, y)};$$

$$(2.2) \quad \Psi = \partial\Psi/\partial y = T = 0 \text{ при } y = \pm 1, \quad |\Phi|, |\Psi|, |T| < \infty \\ \text{при } x = \pm \infty.$$

В случае плоскопараллельного основного движения $F_0(y)$, не зависящего от продольной координаты x , малые возмущения представимы в виде $F(x, y) = f(y)e^{ikx}$ и описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями типа Орра — Зоммерфельда. Для возмущений пространственно-периодического движения такого разделения переменных не происходит, поскольку в уравнения (2.1) в качестве коэффициентов входят

функции, периодические по x с периодом $2\pi/k$. Тем не менее вид решения остается весьма специфичным и вытекает из групповых свойств краевой задачи (2.1), (2.2) [17]:

$$(2.3) \quad F(x, y) = f(x, y)e^{iqx}, \quad f = (\psi, \varphi, \theta), \quad f(x + 2\pi/k, y) = f(x, y)$$

(функции Флоке — Блоха). Вещественный параметр q (назовем его квази-волновым числом возмущений) определен с точностью до целого кратного k и может быть выбран в интервале $|q| \leq k/2$.

Подставляя (2.3) в (2.1), (2.2), получаем краевую задачу на собственные значения, содержащую q как свободный параметр:

$$(2.4) \quad \lambda\varphi = \Delta\varphi + 2iq \frac{\partial\varphi}{\partial x} - q^2\varphi + \text{Gr} \frac{\partial\theta}{\partial y} + \frac{D(\varphi, \Psi_1)}{D(x, y)} + \frac{D(\Phi_1, \psi)}{D(x, y)} + \\ + iq \frac{\partial\Psi_1}{\partial y} \varphi - iq \frac{\partial\Phi_1}{\partial y} \psi;$$

$$(2.5) \quad \Delta\psi + 2iq \frac{\partial\psi}{\partial x} - q^2\psi + \varphi = 0;$$

$$(2.6) \quad \lambda\theta = \text{Pr}^{-1} \left(\Delta\theta + 2iq \frac{\partial\theta}{\partial x} - q^2\theta \right) + \frac{D(\theta, \Psi_1)}{D(x, y)} + \frac{D(T_1, \psi)}{D(x, y)} + \\ + iq \frac{\partial\Psi_1}{\partial y} \theta - iq \frac{\partial T_1}{\partial y} \psi;$$

$$(2.7) \quad \psi = \partial\psi/\partial y = \theta = 0, \\ \psi(x + 2\pi/k, y) = \psi(x, y), \quad \varphi(x + 2\pi/k, y) = \\ = \varphi(x, y), \quad \theta(x + 2\pi/k, y) = \theta(x, y) \quad \text{при } y = \pm 1.$$

Пусть $f_n(x, y)$, $n = 1, 2, \dots$ — собственные функции этой задачи, пронумерованные таким образом, что для соответствующих инкрементов $\text{Re } \lambda_n \geq \text{Re } \lambda_{n+1}$. Основное движение с периодом $2\pi/k$ неустойчиво, если хотя бы для некоторых q $\text{Re } \lambda_1 > 0^*$.

Обсудим теперь некоторые свойства симметрии функций $F_1(x, y)$ и $f(x, y)$. Введем преобразование

$$\Pi(\psi(x, y), \varphi(x, y), \theta(x, y)) \equiv (\bar{\psi}(-x, -y), \bar{\varphi}(-x, -y), \\ -\bar{\theta}(-x, -y)).$$

Из (1.1)–(1.4) видно, что функции Ψ_1 и Φ_1 могут быть выбраны симметричными, а T_1 — антисимметричной по отношению к преобразованию инверсии, т. е.

$$(2.8) \quad \Pi(F_1) = F_1.$$

Далее, из (2.4)–(2.7) следует, что если f_1 — собственная функция, отвечающая инкременту λ_1 , то функция $\Pi(f_1)$ также является собственной и соответствует инкременту $\bar{\lambda}_1$. В случае вещественного невырожденного значения λ_1 можно положить $f_1 = \Pi(f_1)$, т. е.

$$\varphi_1(x, y) = \bar{\varphi}_1(-x, -y), \quad \psi_1(x, y) = \bar{\psi}_1(-x, -y), \\ \theta_1(x, y) = -\bar{\theta}_1(-x, -y).$$

3. Расчет стационарных вторичных движений проводится численно методом сеток на основе системы уравнений (1.1)–(1.5). Этот же метод применяется для построения малых возмущений.

Рассмотрим нестационарную задачу, получаемую заменой λ на оператор $\partial/\partial t$ в уравнениях (2.4)–(2.7) и дополненную некоторым началь-

* В отличие от задачи Орра — Зоммерфельда полнота системы собственных функций для двумерной задачи (2.4)–(2.7) не доказана. Поэтому сформулированное условие неустойчивости, строго говоря, является лишь достаточным. В дальнейшем, однако, мы будем предполагать (как это обычно делается) набор функций f_n полным.

ным условием. Если

$$f(x, y, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n f_n(x, y),$$

где a_n — постоянные коэффициенты, то решение задачи Коши имеет вид

$$f(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n f_n(x, y) e^{\lambda_n t}.$$

Отметим, что если функция $f(x, y, 0)$ обладает свойством

$$\Pi(f(x, y, 0)) = f(x, y, 0),$$

то это свойство симметрии сохранится и в последующие моменты времени:

$$(3.1) \quad \Pi(f(x, y, t)) = f(x, y, t).$$

Инкремент наиболее опасной моды определяется на основе рассмотрения временной асимптотики данного решения. Если значение λ_1 вещественно, то в отсутствие случайного вырождения ($\lambda_1 = \lambda_2$) при $t \rightarrow \infty$

$$f(x, y, t) \sim a_1 f_1(x, y) e^{\lambda_1 t}.$$

Тогда величина $\lambda_1(q)$ может быть вычислена, например, как

$$(3.2) \quad \lambda_1(q) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial}{\partial t} \ln |\psi_r(x_0, y_0, t)|,$$

где $\psi_r \equiv \text{Re } \psi$; выбор точки x_0, y_0 произволен. В случае комплексного инкремента λ_1 при $t \rightarrow \infty$

$$(3.3) \quad f(x, y, t) \sim a_1 f_1 e^{\lambda_1 t} + a_2 f_2 e^{\bar{\lambda}_1 t},$$

где $f_2 = \Pi(f_1)$. Можно видеть, что при $a_2 = \bar{a}_1$ функция $f(x, y, t)$ обладает свойством (3.1). Вводя обозначения $f_+ = f_1 + f_2$, $f_- = f_1 - f_2$ и полагая $a_1 = a \exp(i\alpha)$, запишем решение (3.3) в виде

$$f(x, y, t) \sim a e^{\text{Re } \lambda_1 \cdot t} [f_+ \cos(\text{Im } \lambda_1 \cdot t + \alpha) + i f_- \sin(\text{Im } \lambda_1 \cdot t + \alpha)].$$

Для вычисления инкремента в этом случае можно применять формулы:

$$\text{Re } \lambda_1(q) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \left[\frac{\ddot{\psi}_r \psi_r - \dot{\psi}_r \dot{\psi}_r}{\ddot{\psi}_r \psi_r - \dot{\psi}_r^2} \right]_{x=x_0, y=y_0},$$

$$\text{Im } \lambda_1(q) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{\psi_r} (2\dot{\psi}_r \text{Re } \lambda_1 - \ddot{\psi}_r) - (\text{Re } \lambda_1)^2 \right]_{x=x_0, y=y_0}^{1/2};$$

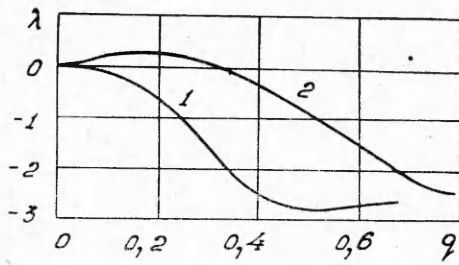
(точка означает дифференцирование по t). Подчеркнем, что инкремент может быть определен на основе асимптотики решений, удовлетворяющих дополнительному свойству симметрии (3.1).

Уравнения, описывающие эволюцию вихря скорости и температуры для основного движения и для возмущений, имеют одинаковую структуру:

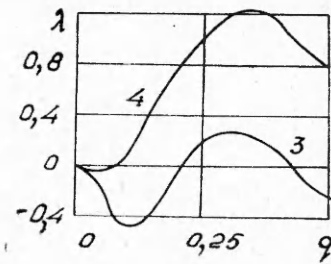
$$\partial u / \partial t = a(\partial^2 u / \partial x^2 + \partial^2 u / \partial y^2) + b_1 \partial u / \partial x + b_2 \partial u / \partial y + cu + d$$

и решаются методом дробных шагов по схеме продольно-поперечной прогонки [18]. Решение уравнения Пуассона производится итерационным методом Либмана с последовательной верхней релаксацией. В силу одинаковой периодичности функции F_1 и f строятся на одном сеточном шаблоне. Отыскиваются решения, удовлетворяющие условиям (2.8), (3.1); при этом задача решается в половине слоя $-1 \leq y \leq 0$; при $y = 0$ ставятся условия инверсионной симметрии (или антисимметрии) для соответствующих функций.

Вследствие экспоненциального роста возмущений значения функций f^n и f^{n+1} , взятые в одних и тех же точках на соседних временных слоях,



Фиг. 1



Фиг. 2

отличаются даже в установившемся режиме. В связи с этим были приняты специальные меры для устранения факторов, нарушающих неясность схемы и ухудшающих ее аппроксимацию.

В частности, при осуществлении вертикальных прогонок использовались циклические граничные условия [19]. При аппроксимации вихря скорости в случае вещественных λ использовалась процедура:

$$(3.4) \quad \varphi^{n+1}|_{y=-1} = -(2/h^2)\varphi^n|_{y=-1+h}e^{\lambda\tau},$$

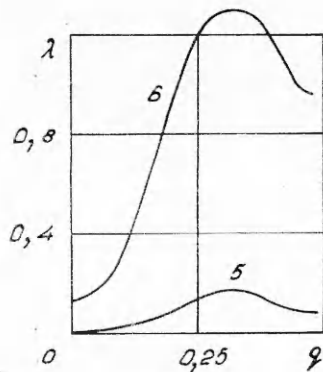
где n — номер временного слоя; h — шаг пространственной сетки по оси y ; τ — шаг по времени. Выражение (3.4) представляет собой формулу Тома, модифицированную с учетом асимптотики решения при больших временах. Величина λ определяется из выражения (3.2). В случае комплексных λ применялась другая процедура:

$$\varphi^{n+1}|_{y=-1} = -(2/h^2)(2\varphi^n - \varphi^{n-1})|_{y=-1+h}.$$

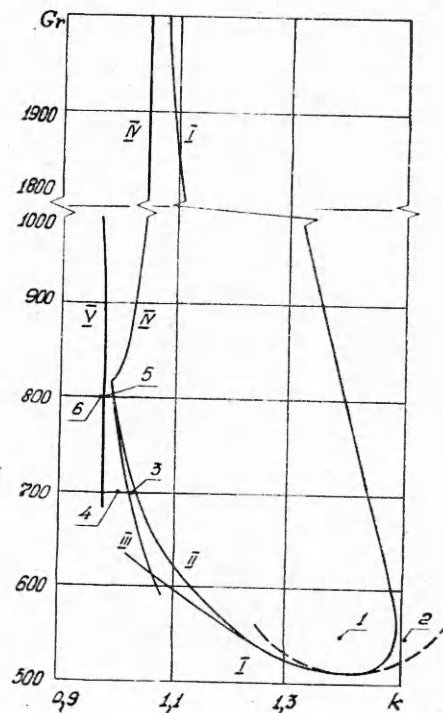
Более подробное описание методики расчета дано в работе [11].

4. Перейдем к обсуждению результатов расчетов, выполненных при фиксированном значении числа Прандтля ($Pr = 1$). На фиг. 1—3 представлены характерные картины зависимости инкремента наиболее опасной моды от квазиволнового числа $|q| < k/2$. В силу свойства четности инкрементов $\lambda(q) = \lambda(-q)$ на графиках изображена только половина области при $q > 0$ (это свойство проще всего установить, если в уравнениях (2.4)—(2.6) представить все функции в виде $f = \text{Re } f + i \text{Im } f$ и записать отдельно уравнения для вещественных и мнимых частей). На фиг. 4 приведена сводная карта устойчивости пространственно-периодических движений на плоскости параметров Gr, k .

Кривые $\lambda(q)$ на фиг. 1 построены при $Gr = 550$. Кривая 1 отвечает



Фиг. 3



Фиг. 4

устойчивому движению ($k = 1,4$), а 2 — неустойчивому ($k = 1,57$); на фиг. 4 эти движения изображаются соответственно точками 1 и 2. Как видно из верхнего графика, наиболее опасными являются возмущения с малыми q (иначе, с волновыми числами, близкими к волновому числу основного движения) — возмущения типа Экхауза. На фиг. 4 граница, разделяющая области устойчивости и неустойчивости движений по отношению к возмущениям данного типа, обозначена цифрой 1; она определяется из условия $\partial^2 \lambda / \partial q^2 = 0$. Штриховой линией показана та же самая кривая, только полученная аналитически в работе [14]. Видно, что область применимости аналитических методов в рассматриваемой задаче весьма ограничена — уже при небольшой надкритичности обе ветви кривой 1 заметно отклоняются влево от штриховых линий.

С ростом числа Грасгофа правая (коротковолновая) граница области устойчивости, как оказывается, всегда связана с возмущениями типа Экхауза. Что же касается левой границы (длинноволновая область), то здесь наблюдается большее разнообразие типов неустойчивости. На фиг. 2 показаны картины спектров для движений с волновыми числами $k = 1,03$ (кривая 3) и $k = 1$ (кривая 4) при $Gg = 700$. В обоих случаях наиболее опасными являются возмущения с конечными q . Граница устойчивости по отношению к таким возмущениям представлена на фиг. 4 линией II.

При увеличении числа Грасгофа значение q , отвечающее максимуму λ , смещается вправо до тех пор, пока не совпадет (при $Gg \approx 800$) с границей зоны $q = k/2$. Кривая устойчивости для возмущений с $q = k/2$ обозначена цифрой III.

По мере дальнейшего роста Gg возмущения с $q = k/2$, оставаясь наиболее опасными, становятся колебательными. Кривая устойчивости III в точке появления $\text{Im } \lambda \neq 0$ терпит излом и продолжается далее как линия IV (фиг. 4). Отметим, что при конечных $q < k/2$ (менее опасных) комплексная ветвь $\lambda(q)$ может снова расщепиться на две вещественные кривые.

Дальнейшее продвижение в область больших Gg не приводит к качественно новым типам неустойчивости. Границы I и IV медленно движутся навстречу друг другу, причем кривая I выходит на почти вертикальную асимптоту. Область устойчивых вторичных движений постепенно сужается, и при $Gg \approx 2000$ выделяется очень узкий интервал волновых чисел в окрестности $k \approx 1,05$, внутри которого пространственно-периодические движения еще остаются устойчивыми. Подчеркнем, что область устойчивости сохраняется при высокой надкритичности в виде очень узкой полосы. Практически выделяется движение с вполне определенным волновым числом.

В заключение остановимся коротко еще на одном типе возмущений, обнаруженном в рассматриваемой задаче, который, однако, не оказался наиболее опасным в какой-либо области параметров. Граница устойчивости по отношению к возмущениям этого типа дается на фиг. 4 кривой V. При переходе через данную кривую начинают монотонно нарастать возмущения с $q = 0$, т. е. обладающие тем же периодом, что и основное движение. Зависимость $\lambda(q)$ для движения из указанной области приведена на фиг. 3 (кривая 6, $Gg = 800$, $k = 0,98$). Отметим, что непосредственное численное решение системы (1.1)—(1.4) с периодическими граничными условиями по x для значений параметров, взятых в области левее границы V, обнаруживает неустойчивость инверсионно-симметричного стационарного основного движения, приводящую к развитию течений в форме движущихся вверх или вниз по слою периодических систем вихрей, не обладающих инверсионной симметрией [16, 20].

Авторы благодарят Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкого, Е. Л. Тарунина и Д. В. Любимова за полезное обсуждение.

Поступила 25 V 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.
2. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость. — Механика жидкости и газа (Итоги науки и техники), 1978, т. 11.
3. Clever R. M., Busse F. H. Instabilities of longitudinal convection rolls in an inclined layer. — J. Fluid Mech., 1977, vol. 81, pt 1.
4. Clever R. M., Busse F. H., Kelly R. E. Instabilities of longitudinal convection rolls in Couette flow. — Z. angew. Math. und Phys., 1977, vol. 28, N 5.
5. Busse F. H. On the stability of two-dimensional convection in a layer heated from below. — J. Math. and Phys., 1967, vol. 46, N 2.
6. Clever R. M., Busse F. H. Transition to time-dependent convection. — J. Fluid Mech., 1974, vol. 65, pt 4.
7. Busse F. H., Clever R. M. Instabilities of convection rolls in a fluid of moderate Prandtl number. — J. Fluid Mech., 1979, vol. 94, pt 2.
8. Kvernfold O. Rayleigh-Bénard convection with one free and one rigid boundary. — Geophys. and Astrophys. Fluid Dyn., 1979, vol. 12, N 3-4.
9. Tveiterei M., Palm F. Convection due to internal heat sources. — J. Fluid Mech., 1976, vol. 76, pt 3.
10. Тарунин Е. Л. Определение границы конвективной устойчивости равновесия методом сеток. — В сб.: Алгоритмы и программы для ЭВМ. Пермь, 1978, деп. ВИНТИ 31.05.78, № 1803-78.
11. Возовой Л. П., Непомнящий А. А. Применение метода сеток для исследования устойчивости пространственно-периодических движений. — В сб.: Численные методы динамики вязкой жидкости. Новосибирск, 1979.
12. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Тарунин Е. Л. Вторичные стационарные конвективные движения в плоском вертикальном слое жидкости. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1968, № 5.
13. Тарунин Е. Л. О вторичных стационарных конвективных течениях в вертикальном слое. — Учен. зап. Пермск. ун-та, № 293. Гидродинамика. 1974, вып. 4.
14. Непомнящий А. А. О вторичных конвективных движениях в плоском вертикальном слое. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 4.
15. Непомнящий А. А. О типах вторичных конвективных течений в вертикальном слое. — В сб.: Конвективные течения и гидродинамическая устойчивость. Свердловск, УНЦ АН СССР, 1979.
16. Непомнящий А. А. О нестационарных вторичных конвективных движениях в вертикальном плоском слое. — В сб.: Конвективные течения. Вып. 1. Пермь: изд. ПГПИ, 1979.
17. Займаи Дж. М. Принципы теории твердого тела. М.: Мир, 1974.
18. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967.
19. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.
20. Возовой Л. П., Непомнящий А. А. Нестационарные конвективные течения в вертикальном слое. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 5.

УДК 533.6.013.2

АВТОМОДЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

В. В. Боголепов, И. И. Липатов

(Москва)

В работе [1] построена классификация режимов течений около малых двумерных неровностей на поверхности тела, обтекаемого сверхзвуковым потоком вязкого газа, при стремлении характерного числа Рейнольдса Re , посчитанного по параметрам набегающего потока и характерной длине тела l , к бесконечности. При использовании известного метода сращиваемых асимптотических разложений установлены основные параметры подобия, определяющие физические особенности течений, вид уравнений и краевых условий. В частности, получено, что неровности с характерной протяженностью $\varepsilon^{3/2} < b/l < \varepsilon^{3/4}$ и характерным поперечным размером $a/l \sim O[\varepsilon(b/l)^{1/3}]$, где $\varepsilon = Re^{-1/2}$, обтекаются пристеночной сдвиговой дозвуковой частью невозмущенного пограничного слоя и течение около таких неровностей в первом приближении при $\varepsilon \rightarrow 0$ описывается уравнениями пограничного слоя Прандтля для несжимаемого газа. Распределение давления при этом определяется в процессе счета из условия взаимодействия неровности с пристеночной частью невозмущенного пограничного слоя, т. е. для рассматриваемого режима течения в первом приближении нет взаимодействия с внешним потоком и изменение толщины неровности компенсируется изменением тол-