Ю. Я. Поляк, К теории вольтамперной характеристики одномерного газового разряда, *ТВТ*, 1966, том 4, выпуск 1, 134–136

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
ТЕПЛОФИЗИКА ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР

Том 4 *1966* *№ 1*

УДК 537.5

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

К ТЕОРИИ ВОЛЬТАМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОДНОМЕРНОГО ГАЗОВОГО РАЗРЯДА

Ю. Я. Поляк

В работе [1] было получено насыщение по напряжению для вольтамперной характеристики одномерного проводника, по которому течет ток, а выделяющееся джоулево тепло отводится благодаря теплопроводности через концы проводника, поддерживаемые при одинаковой температуре. С помощью подобной модели автор [1] объяснял насыщение по напряжению в некоторых типах газового разряда.

В настоящей заметке, следуя [2], показано, что в одномерных стационарных задачах с произвольными, но фиксированными температурами на концах проводника вообще нельзя получить насыщения по напряжению, если $k > 0$, $\sigma > 0$; k, σ, $\partial\sigma / \partial T$ — непрерывные функции температуры. Здесь k — коэффициент теплопроводности, σ — электропроводности. В частности, обращение $\partial\sigma / \partial T$ в бесконечность при конечной температуре привело к насыщению по напряжению в работе [1], где использовалась модель $\sigma(T) = T_i(T_i + T_0 - T)^{-1}\sigma(T_0)$. Показано также, что для второй, более реалистической модели, использованной в работе [1],

$$\sigma(T) = \sigma(T_i)\left(\frac{T}{T_i}\right)^{3/4} \exp\left(-\frac{T_i}{T} + 1\right) \tag{1}$$

насыщение не существует, вопреки полученным в [1] результатам. Приведен, кроме того, пример, когда получается насыщение по току, и кратко рассмотрена задача с менее жесткими граничными условиями.

Из стационарного одномерного уравнения теплопроводности совместно с законом Ома

$$\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right) + \frac{j^2}{\sigma} = 0, \; j = -\sigma\frac{d\varphi}{dx}, \; T(0) = T_0 \leqslant T(s) = T_1 \tag{2}$$

следует формула для падения напряжения

$$V = \sqrt{2\int_{T_0}^{T_m}\frac{k}{\sigma}\,dT} \pm \sqrt{2\int_{T_1}^{T_m}\frac{k}{\sigma}\,dT}, \tag{3}$$

где T_m — максимальная температура, определенная соотношением

$$js = \int_{T_0}^{T_m} k\,dT \Big/ \left(2\int_{T}^{T_m}\frac{k}{\sigma}\,dT\right)^{1/2} \pm \int_{T_1}^{T_m} k\,dT \Big/ \left(2\int_{T}^{T_m}\frac{k}{\sigma}\,dT\right)^{1/2}, \tag{4}$$

причем верхний знак в формулах (3), (4) соответствует случаю, когда температура на интервале от 0 до s имеет максимум, нижний знак — когда максимум находится вне интервала. Из (4) при помощи теоремы о среднем нетрудно показать, что ток j не может обращаться в бесконечность при конечных T_m, k, σ и, следовательно, $dT_m / dj \neq 0$ везде, кроме $T_m = T_1$, где dV / dT_m в свою очередь обращается в бесконечность, как видно из (3), при этом $dV / dj = (dV / dT_m) dT_m / dj$ остается конечным, что будет показано ниже. Таким образом, dV / dj нигде в нуль не обращается и насыщения по напряжению не существует. Из (3), (4) для вольтамперной характеристики получим

$$\frac{dV}{dj} = s\left\{\left[\int_{T_0}^{T_m}\frac{k}{\sigma}\,dT\right]^{1/2} \pm \left[\int_{T_1}^{T_m}\frac{k}{\sigma}\,dT\right]^{-1/2}\right\}\left\{\sigma(T_0)\left[\int_{T_0}^{T_m}\frac{k}{\sigma}\,dT\right]^{-1/2} \pm\right.$$

$$\pm\,\sigma(T_1)\left[\int_{T_1}^{T_m}\frac{k}{\sigma}\,dT\right]^{-1/2} + \int_{T_0}^{T_m}\frac{\partial\sigma}{\partial T}\left[\int_{T}^{T_m}\frac{k}{\sigma}\,dT\right]^{-1/2} dT\,\pm$$

$$\left.\pm\int_{T_1}^{T_m}\frac{\partial\sigma}{\partial T}\left[\int_{T}^{T_m}\frac{k}{\sigma}\,dT\right]^{-1/2} dT\right\}^{-1}. \qquad (5)$$

Заметим, во-первых, что при $T_m = T_1$ вторые слагаемые в обеих скобках неограниченно возрастают и $dV/dj = s/\sigma(T_1)$ для произвольных k и σ. Формулы (3) и (4) позволяют в принципе найти вольтамперные характеристики при любых зависимостях k и σ от T. Нетрудно видеть, что для $\partial\sigma/\partial T > 0$ получается только положительная вольтамперная характеристика $dV/dj > 0$, как $dV/dj > 0$ для любых k и σ, если T_m лежит вне интервала (нижний знак в формуле (5)). Полученное в [1] условие $dV/dj = 0$ соответствует такой ситуации, когда $j = \infty$, $T_m = T_i + T_0$, $\sigma(T_m) = \infty$, $\partial\sigma/\partial T = \infty$. Для более реалистической модели (1) в [1] ошибочно полагалось, что введенный там в формуле (4) параметр T_0 (не путать с нашим T_0!) является одновременно и максимальной температурой, которая в действительности неограниченно растет вместе с током и напряжением. В этом случае k, σ и $\partial\sigma/\partial T$ — положительные и непрерывные функции T, поэтому для вольтамперной характеристики всегда выполняется $dV/dj > 0$ и оказываются справедливы сделанные выше выводы относительно невозможности обращения в нуль dT_m/dj и dV/dj. Таким образом, для любых реальных проводников (кроме, разумеется, сверхпроводников) условие $dV/dj = 0$ может реализоваться лишь при одновременном неограниченном возрастании тока и напряжения. Если $\partial\sigma/\partial T < 0$, то возможно насыщение по току и отрицательная вольтамперная характеристика. Например, при $k = k_0(T_0/T)^2$, $\sigma = \sigma_0(T_0/T)^3$ и $T_1 = T_0$ (здесь выполняется закон Видемана — Франца) получим следующее соотношение, связывающее ток и напряжение:

$$j = \frac{4T_0k_0}{s}\cdot\frac{V}{V^2 + (4T_0k_0/\sigma_0)}. \qquad (6)$$

Максимальный ток $j_m = \sqrt{k_0\sigma_0T_0}/s$ достигается при $V_m = 2\sqrt{T_0k_0/\sigma_0}$.

Что касается насыщения по напряжению, то его можно получить в одномерной задаче, если использовать более сложные и менее жесткие граничные условия [2]

$$k\frac{dT}{dx}\bigg|_{x=s-0} = k'\frac{dT}{dx}\bigg|_{x=s+0},\quad \frac{dT}{dx}\bigg|_{x=0} = 0,\quad T|_{x=s-0} = T|_{x=s+0} = T_1,$$

$$T|_{x=s+m-0} = T_2,\quad T|_{x=s+m+0} = T_0,\quad k'\frac{dT}{dx}\bigg|_{x=s+m-0} = \lambda(T_2 - T_0), \qquad (7)$$

где $2s$ — толщина проводника (плазмы); m — толщина металлического электрода; T_0 — температура окружающей среды; λ — коэффициент внешней теплоотдачи; T_2 — температура наружной поверхности электрода; T_1 — температура внутренней поверхности электрода и плазмы вблизи нее; k' — коэффициент теплопроводности электрода, не зависящий от температуры; k — коэффициент теплопроводности плазмы. В этом случае выражение для вольтамперной характеристики примет вид

$$\frac{dV}{dj} = \frac{2s}{\sigma(T_1)}\left\{1 - \frac{k' + \lambda m}{k'\lambda s}\frac{k(T_1)}{\sigma(T_1)}\sqrt{2\int_{T_1}^{T_m}\frac{k}{\sigma}\,dT}\int_{T_1}^{T_m}\frac{\partial\sigma}{\partial T}\left[2\int_{T}^{T_m}\frac{k}{\sigma}\,dT\right]^{-1/2} dT\right\}\times$$

$$\times\left\{1 + \left[-\frac{T_1 - T_0}{\left(2\int_{T_1}^{T_m}\frac{k}{\sigma}\,dT\right)^{1/2}}\frac{k(T_1)}{\sigma^2(T_1)} + \right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{\sigma(T_1)}\sqrt{2\int_{T_1}^{T_m}\frac{k}{\sigma}\,dT}\,\right]\int_{T_1}^{T_m}\frac{\partial\sigma}{\partial T}\left[2\int_{T}^{T_m}\frac{k}{\sigma}\,dT\right]^{-1/2} dT\right\}^{-1}, \qquad (8)$$

где T_m и T_1 определяются из уравнений

$$js = \int\limits_{T_1}^{T_m} \frac{k\,dT}{\left(2\int\limits_{T}^{T_m} \frac{k}{\sigma}\,dT\right)^{1/2}}, \quad j = \frac{k'\lambda(T_1 - T_0)}{k' + \lambda m}\left[2\int\limits_{T_1}^{T_m} \frac{k}{\sigma}\,dT\right]^{-1/2}, \tag{9}$$

а для V имеет место формула

$$V = 2\sqrt{2\int\limits_{T_1}^{T_m} \frac{k}{\sigma}\,dT}. \tag{10}$$

Если $\partial\sigma / \partial T > 0$, то возможно насыщение по напряжению $\partial V / dj = 0$, а при $\partial\sigma / \partial T < 0$ возможно насыщение по току $dV / dj = \pm\infty$. Заметим в заключение, что, полагая в (8) $m = 1 / \lambda(T_1 - T_0) = 0$, получим формулу (5) для случая $T_0 = T_1$.

Уральский политехнический институт им. С. М. Кирова

Поступила в редакцию 14 VI 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. E. A. Vitalis. J. Appl. Phys., 35, 3617, 1964.
2. В. А. Фок. Тр. ЛФТИ, 5, 52, 1928.

УДК 533.9.01:539.186.2

УСРЕДНЕННЫЕ ДИФФУЗИОННЫЕ СЕЧЕНИЯ УПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ ЭЛЕКТРОНОВ С АТОМАМИ *

Е. П. Ваулин, В. А. Овчаренко

При расчете свойств переноса в плазме обычно используются выражения, характеризующие столкновения электронов с тяжелыми частицами, в которых диффузионное сечение рассеяния на этих частицах

$$q_{en}(u) = \int (1 - \cos\vartheta)\,dq_{en}(u, \vartheta) \tag{1}$$

усредняется по скоростям в соответствии с распределением Максвелла

$$\langle q_{en}\rangle(T) = \frac{4}{3}\left(\frac{m_e}{2kT}\right)^3 \int\limits_0^\infty u^5 q_{en}(u)\exp\left(-\frac{m_e u^2}{2kT}\right)du$$

или

$$\langle q_{en}\rangle = \frac{4}{3}\int\limits_0^\infty x^5 q_{en}(x)\exp(-x^2)\,dx, \tag{2}$$

где $x^2 = m_e u / 2kT$.

Для вычисления $\langle q_{en}\rangle\ (T)$ необходимо знать зависимость диффузионного сечения от скорости. В области малых энергий для гелия, а также для аргона, несмотря на наличие эффекта Рамзауэра, как показывают экспериментальные и теоретические работы [1, 2], диффузионные сечения мало отличаются от экспериментальных значений полных сечений упругого рассеяния электронов. Что касается щелочных металлов, то в настоящее время нет сколько-нибудь полных экспериментальных или теоретических работ по определению транспортного сечения. Поэтому в качестве первого приближения при расчете $\langle q_{en}\rangle$ для щелочных металлов использовались

* В июне 1964 г. работа была напечатана в виде препринта доклада, представленного на научно-техническую конференцию НИИВТ.