



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. Ю. Коссович, Ковалев В.А., Радаев Ю.Н. Волновые задачи теории поля и термомеханика. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2010. – 328 с. – ISBN 978-5-91899-012-4, *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер.: Математика. Механика. Информатика*, 2010, том 10, выпуск 4, 65–68

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.170

12 декабря 2024 г., 19:46:58



ПРЕДСТАВЛЯЕМ КНИГУ

Ковалев В.А., Радаев Ю.Н. Волновые задачи теории поля и термомеханика. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2010. – 328 с. – ISBN 978-5-91899-012-4.

Представляемая монография посвящена теоретико-полевому подходу к волновой термомеханике сплошных сред и охватывает также прикладные исследования, касающиеся распространения связанного незатухающего термоупругого сигнала вдоль цилиндрического волновода. Главы 1–6 книги содержат предварительные сведения из теории поля¹, необходимые для понимания глав 7 и 8, в которых, собственно, и приводится теоретико-полевая формулировка гиперболической термоупругости. Главы 9–11 полностью посвящены решению задачи о передаче связанного термоупругого сигнала через длинный цилиндрический волновод. Впоследствии мы остановимся на особенностях теоретико-полевого подхода к проблемам волновой термомеханики.

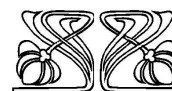
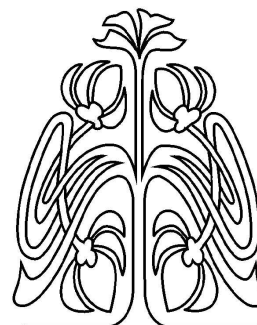
К началу XX в. уже сложилось понимание того, что различные физические поля настолько родственны друг другу в плане общих законов, определяющих их поведение, что наблюдение и изучение одного из таких полей позволяет предсказывать состояние и эволюцию другого поля. Так, развитие в течение двух предшествующих десятилетий теории поля, суперсимметрии и теории струн позволило увидеть, что приложения общей теории относительности выходят далеко за рамки астрофизики и космологии. Происхождение и эволюция Вселенной, проблемы темной энергии и темного вещества оказались связанными с физикой элементарных частиц. По существу, формализм и физические представления общей теории относительности стали обязательными элементами теоретической физики высоких энергий.

Теория поля первоначально выделялась из множества физических теорий именно в курсах теоретической физики. На этом этапе ее становления она, как правило, объединяла основы векторного и тензорного анализа с теорией потенциала и теорией волновых функций в различных «канонических» областях. Были созданы систематические математические описания, опирающиеся на формализм векторного и тензорного анализа, ряда классических полей². Большое значение при этом придавалось различным методам графического анализа физического поля и, в частности, построению «силовых линий» и «вихревых трубок» поля. Современная теория поля давно ушла от таких «примитивных» воззрений на физическое поле, а теория потенциала, по-видимому, окончательно определилась со своим местом в качестве раздела математической физики.

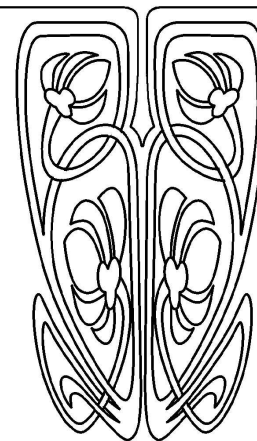
Теория поля, без всякого сомнения, должна быть выделена как самостоятельная научная дисциплина по нескольким причинам. Во-

¹См.: Ковалев В.А., Радаев Ю.Н. Элементы теории поля: вариационные симметрии и геометрические инварианты. – М.: Физматлит, 2009. – 156 с.

²См.: Эддингтон А.С. Математическая теория относительности. – Харьков; Киев: Гос. науч.-техн. изд-во Украины, 1933. – 358 с.; Стрэттон Дж.А. Теория электромагнетизма. – М.; Л.: Гостехтеоретиздат, 1948. – 540 с.; Синг Дж.Л. Общая теория относительности. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 432 с.



**Критика
и
библиография**





первых, теория поля есть та самая основа, на которой формируется весь комплекс знаний современной теоретической физики, поскольку мы изучаем процессы и состояния, развивающиеся в пространстве – времени. Во-вторых, теория поля сочетает физику и геометрию; геометрия поля сама по себе образует важнейший комплекс теорий, для правильного понимания которых их необходимо «отделить» от собственно физики поля. В-третьих, формализм теории поля настолько универсален, что позволяет избегать повторения одних и тех же теорем в различных разделах механики и физики. Поэтому представляемая монография отвечает, в частности, запросам современной математической и теоретической физики как обстоятельное дедуктивное изложение классической теории поля. Книгу отличает не только полнота и систематичность построения основ волновой теории поля, но и отчетливо выраженная направленность в сторону наиболее актуальных проблем термомеханики сплошных деформируемых сред. Теория волнового поля находит применение в теории упругости, гидродинамике, акустике, оптике, распространении радиоволн и тепловых сигналов. Актуальная проблема гравитационных волн³ также относится к этому кругу задач, поскольку гравитационные волны описываются волновыми решениями уравнений гравитационного поля. Благодаря построению новых волновых решений уравнений гравитационного поля оказалось возможным предложить экспериментальные установки для генерирования и детектирования космических волн гравитации.

В 1918 г. была опубликована знаменитая работа Э. Нетер⁴. Можно сказать, что она оказала определяющее воздействие на все последующее развитие теоретической и математической физики. В этой работе впервые было дано понятие инвариантности интегрального функционала относительно непрерывных групп преобразований и найдены законы сохранения, соответствующие вариационным симметриям поля. Работа Э. Нетер коренным образом изменила теорию поля и математическую физику XX столетия, указав совершенно четкий познавательный ориентир — поиск симметрий и законов сохранения, выполняющихся в силу дифференциальных уравнений поля. Термомеханика сплошных сред до последнего времени оставалась в стороне от влияния теории поля и теории симметрий и в принципе никак не затрагивалась указанными результатами математической физики, пребывая в тех формах, которые были ей приданы теоретиками школы рациональной механики Нолла – Трусделла. Для того чтобы отдавать себе отчет о вкладе школы рациональной механики в построение термомеханики континуума, укажем на два известных сочинения⁵. Ясно, что современный теоретико-полевой подход к проблемам термомеханики, которому целиком посвящены главы 7 и 8, является не только следующим этапом развития термомеханики, но и программой обоснования термомеханики в рамках теории поля и последующего анализа уравнений термомеханики с позиций теории вариационных симметрий и в сочетании с теоретико-групповым анализом дифференциальных уравнений термомеханического поля. Прикладной частью этой программы как раз и выступает моделирование связанных гиперболических термоупругих полей и распространения незатухающих волн «второго звука» в твердых телах связанными гиперболическими уравнениями в частных производных, следующими из вариационного принципа наименьшего действия. В области сверхнизких температур наличие тепловых волн подтверждается экспериментально⁶, и в этом смысле гиперболические уравнения термомеханики и соответствующие волновые решения этих уравнений имеют огромную познавательную и прикладную ценность.

Волновая теория поля — интенсивно развивающаяся наука, впитывающая новые современные принципы и методы физики и математической физики. Поэтому в книге используется весьма сложный аналитический аппарат: риманова дифференциальная геометрия, вариационное исчисление, теория однопараметрических групп Ли, теория вариационных симметрий, спектральные разложения решений уравнений в частных производных, специальные волновые функции математической физики.

³См.: Вебер Дж. Общая теория относительности и гравитационные волны. – М.: Изд-во иностр. лит., 1962. – 272 с.

⁴См.: Noether E. Invariante Variationsprobleme // Kgl. Ges. Wiss. Nachr. Göttingen. Math.-Physik. – 1918. – Kl. 2. – S. 235–257.

⁵См.: Truesdell C., Toupin R.A. The Classical Field Theories / Principles of Classical Mechanics and Field Theory. Encyclopedia of Physics, Vol. III/1 (Ed. S. Flugge). – Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer, 1960. – P. 226–793; Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред. – М.: Мир, 1975. – 592 с.

⁶В литературе известны описания экспериментов по идентификации тепловых волн. В целом ряде работ приводятся экспериментальные доказательства существования «второго звука», хотя его обнаружение всегда сопряжено с очень большими трудностями, поскольку в твердых телах волновой характер распространения тепла проявляется лишь в кристаллах высокой чистоты и лишь в узком диапазоне весьма низких температур. Первоначально (1946 г.) термические волны «второго звука» были экспериментально обнаружены в жидком гелии и позднее (1966 г.) — в твердом гелии.



Теоретико-полевой аспект термомеханики сплошных сред до настоящего времени не был в достаточной степени выражен, что хорошо прослеживается по публикациям, посвященным как теории поля, так и теории теплопроводности. Принцип наименьшего действия может быть сформулирован для связанного термомеханического поля и приводит, в частности, к термодинамически корректной нелинейной теории гиперболической термоупругости GNII и нелинейным уравнениям поля. Возможность формулировки гиперболической термомеханики как теории поля (глава 7) и вывода дифференциальных уравнений гиперболической термомеханики из принципа наименьшего действия с естественным лагранжианом является веским дополнительным аргументом в ее пользу, добавляя при этом также и аргумент эстетической привлекательности⁷.

Нелинейные уравнения волновой гиперболической термомеханики весьма сложны для анализа, мало изучены и пока не получили широкого распространения в прикладных разделах механики. В книге, точнее, в той ее части, которая касается прикладных задач связанной термоупругости, используются линеаризованные уравнения гиперболической связанной термоупругости с целью исследования распространения гармонического теплового сигнала в форме волны, бегущей вдоль оси длинного цилиндрического волновода, боковая стенка которого непроницаема для тепла. Решения получены методом разделения переменных и при заданном азимутальном числе выражены в специальных волновых цилиндрических функциях; они приводятся для трех термодинамически корректных вариантов термоупругого поведения: GNI/CTE (глава 10), GNII (глава 9), GNIII (глава 11). Точно такой же подход может быть использован и для волноводов другой геометрической формы (например, прямоугольного или эллиптического). В этом случае необходимо, прежде всего, определить волновые функции для соответствующих пространственных областей. Волновые числа связанных термоупругих волн удается получить только численно. Исключительный интерес представляют вещественные волновые числа, существование которых в гиперболической термоупругости GNII подтверждается численным анализом частотного уравнения. Вещественные волновые числа отвечают незатухающим термическим волнам «второго звука», распространение которых, как предсказывает теория гиперболической термоупругости GNII, не сопровождается производством энтропии.

Вопросы распространения чисто упругих продольных гармонических волн в бесконечных цилиндрических волноводах привлекают внимание исследователей, начиная с основополагающих работ Л. Похгаммера (Pochhammer, 1876) и К. Кри (Chree, 1889). Точная теория приводит здесь к весьма сложным частотным уравнениям, с трудом поддающимся анализу даже в случае невысоких азимутальных чисел. Вычисление корней частотного уравнения при больших азимутальных числах сопряжено с преодолением трудностей, связанных с анализом весьма сложного и запутанного поведения частотного детерминанта.

Считаю необходимым привести здесь некоторые замечания, касающиеся терминологии, обозначений и всего стиля изложения теории поля и термомеханики. В некоторых отношениях представляется сверх- или даже ультрасовременным, поскольку опирается не просто на дифференциальные операторы и канонические тензоры, обычно используемые в теории поля, а на четкие, следующие из вариационных симметрий поля координатные представления, обладающие свойствами ковариантности. Формализм теории поля сам по себе компактен и изящен. Достаточно вспомнить о временной координате как особого рода четвертом измерении и стремлении (под влиянием теории относительности) представить уравнения поля с помощью 4-формализма. Достаточно указать на оператор Гамильтона как универсальный дифференциальный оператор, с помощью которого можно просто и компактно выражать уравнения поля. Тем не менее, ковариантные координатные представления с точки зрения поиска вариационных симметрий поля совершенно необходимы и не могут быть просто замещены «прямыми» символьными представлениями дифференцирований поля и самого поля. По этой причине на протяжении всего изложения используется символ полного дифференцирования по пространственно-временным координатам в качестве основного дифференциального оператора. Такое положение дел характерно для вариационного исчисления. Применение методов группового анализа к волновым задачам термомеханики также вынуждает следовать созданным в его рамках рекурсивным процедурам за-

⁷Точно такие же аргументы можно высказать в пользу, например, общей теории относительности: уравнения гравитационного поля в вакууме можно вывести из принципа наименьшего действия (соответствующее действие известно как действие Гильберта) с варьируемыми метрическими компонентами в качестве полевых переменных.



мены зависимых и независимых переменных, индуцированной действием однопараметрических групп Ли, что помимо всего прочего отражается на терминологии и на всей системе обозначений. Книга оставляет впечатление о том, что авторы постоянно стремятся к совершенствованию формализма теории поля и теории симметрий, а также к формированию системы только таких понятий и терминов, которые допускали бы формализацию. В монографии подробно обсуждаются (см. раздел 1.5) такие понятия, как «ковариантность» и «инвариантность» уравнений поля. Оба понятия требуют уточнения смысла, который в них вкладывается, так как в известных литературных источниках их употребление сопровождается совершенно различными смысловыми характеристиками. Последний из указанных терминов строго определяется только в теории группового анализа дифференциальных уравнений и означает сохранение *формы* дифференциальных уравнений после замены зависимых и независимых переменных и частных производных в соответствии с действием однопараметрической группы при условии выполнения уравнений поля. К тому же следует остановиться на понятиях эквивалентности и симметрии действия. Эквивалентность действия подразумевает неизменность его величины вне зависимости от того, какие координатные представления пространства – времени и физических полевых переменных используются для его вычисления. Следовательно, корректно, например, определено понятие эквивалентности действия при заменах переменных, вызванных однопараметрическими группами Ли. Симметрия функционала действия тогда выступает как его самоэквивалентность (точнее, группа самоэквивалентности) и тождественна однопараметрической группе инвариантности действия, в том самом смысле, который был указан Э. Нетер. Такая точка зрения полностью согласуется с той, что была изложена в известной монографии П. Олвера⁸.

Публикуемая монография, без сомнения, будет с интересом встречена как механиками, так и физиками-теоретиками, и будет служить важной альтернативой для тех, кто пытается изучать волновую термомеханику только при помощи известных подходов и сложившихся представлений.

Л.Ю. Коссович,
доктор физико-математических наук, профессор

⁸См.: *Olver P.J. Equivalence, Invariants and Symmetry.* – Cambridge; N.Y.; Melbourne: Cambridge University Press, 1995. – 526 p.